A homogenizációs technika alkalmazása porózus anyagokra

*Fülöp Tibor**

1. Bevezetés

Az elmúlt évtizedben számos kutatás folyt a klasszikus anyagtörvények kiterjesztésére, képessé tételére heterogén testek kezelésére. A kifejlesztett eljárások közül a legmegfelelőbbeknek a homogenizációs technikák [1] tűnnek. Ezek közös elvi alapja a heterogén test felosztása apró elemi cellákra, amelyeken belül a vizsgált tulajdonságok már homogénnek tekinthetők. Ez a lépés a *lokalizáció*. Az elemi cellák lokális (helyi) tulajdonságaiból állíthatjuk elő a heterogén darab (globális) tulajdonságait, ezt *homogenizációnak* nevezzük. A gyakorlatban három jelentősebb homogenizációs technika terjedt el:

- növekményes (differential method),
- önbeálló (self consistent),
- és Mori - Tanaka módszer.

Az első két módszer közös jellemzője, hogy az elemi cella - porózus anyag esetén egy izolált üreg és a környező anyag - viselkedésének elemzésére alkalmas fizikai modellek segítségével meghatározott tulajdonságokat terjeszti ki a teljes testre. A kiterjesztés többé kevésbé összetett matematikai eljárások felhasználásával történik, és általában viszonylag egyszerű eredményre vezet. A Mori-Tanaka módszer fizikai alapokkal nem rendelkezik, az eredményt általában összehasonlításként, illetve ellenőrzésként használják.

Jelen munkában a vizsgálatok körét a porózus (mikroüregeket tartalmazó) anyagokra szűkítjük, figyelembe véve a diffúziós folyamatok és a képlékeny alakváltozás hatását is. Ilyen anyagok tulajdonságainak ismeretére van általában szükség egyes melegalakváltozási folyamatok (kúszás, szuperképlékeny alakítás) modellezésénél, illetve a porkohászati eljárások vizsgálatánál. A lokalizációs feladat megoldása után a homogenizáció egy lehetséges módját mutatjuk be.

* Doktorjelölt, Miskolci Egyetem, Mechanikai Technológiai Tanszék

Tudományos vezető: Prof.Dr. Tisza Miklós

1. ábra

Szemcsehatáron elhelyezkedő izolált mikroüreg

2. ábra

A diffúzió hatása az üreg növekedési sebességére

2. A lokalizációs feladat megoldása

A heterogén anyagokra vonatkozó anyagtörvény kidolgozásának első lépése a lokalizációs feladat felírása, illetve megoldása. A feladat leírása az 1. ábrán látható, az izolált mikroüreg növekedésének vizsgálatánál figyelembe vesszük a szemcsehatáron lejátszódó diffúzió [2] és az üreget körülvevő mátrix képlékeny [4] alakváltozásának hatását is. A kiinduló, üreget nem tartalmazó mátrix merev viszkoplasztikus képlékeny, és teljesül rá a térfogat-állandóság feltétele. A feladat zárt alakban sajnos nem oldható meg, ezért a virtuális munka tételének RICE által felírt alakját használjuk [3]. Az optimalizáláshoz felhasznált sebességmező alakja:

$$\dot{\vec{u}} = \alpha \dot{\vec{u}}_k + \beta \dot{\vec{u}}_d, \quad (1)$$

ahol α és β meghatározandó paraméterek, $\dot{\vec{u}}_k$ a BUDIANSKY és TSAI. [4] által képlékeny és $\dot{\vec{u}}_d$ a CHUANG és TSAI. [2] által diffúziós növekedésre adott megoldás. Az egyes sebességmezőket az [5] referencia tartalmazza. A feladat, mivel az optimalizálásnál két paramétert alkalmazunk, és ezek között az $\alpha + \beta = 1$ összefüggés írható fel, visszavezethető az

$$F = A_1 \alpha^{m+1} + A_2 \alpha^2 + A_3 \alpha + A_4 \quad (2)$$

nemlineáris egyenlet megoldására. Itt m a viszkoplasztikus mátrixra jellemző sebességérzékenység ($\sigma = k\dot{\epsilon}^m$), a az ismeretlen amplitúdó, A_i pedig a Rice-féle funkcionálból határozható meg elemi, bár kissé hosszadalmas számítások után:

$$A_1 = \frac{n}{n+1} \int_0^H \int_{\sqrt{1-\frac{z^2}{R^2}}}^R \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\sqrt{3\dot{\epsilon}^2 r^4 + 4B^2}}{\dot{\epsilon} r^2} \right)^n \frac{r}{R} dr dz; \quad (3)$$

$$A_2 = \frac{a^3}{L^3} \frac{\dot{u}_{zd}^2}{24R^2\dot{\epsilon}^2} (B^2 - 1)^3; \quad (4)$$

$$A_3 = \frac{S}{\sigma} \frac{B^2}{2R^2\dot{\epsilon}} (\dot{u}_{za} - H\dot{\epsilon}) - \frac{a^3}{L^3} \frac{\dot{u}_{zd}^2}{12R^2\dot{\epsilon}^2} (B^2 - 1)^3 - \frac{\sigma_{\infty}}{\sigma} \frac{\dot{u}_{zd}}{2R^2\dot{\epsilon}} (B^2 - 1); \quad (5)$$

$$A_4 = -\frac{S}{\sigma} \frac{B^2}{2R^2\dot{\epsilon}} \dot{u}_{za} + \frac{a^3}{L^3} \frac{\dot{u}_{zd}^2}{24R^2\dot{\epsilon}^2} (B^2 - 1)^3 + \frac{\sigma_{\infty}}{\sigma} \frac{u_{zd}}{2R^2\dot{\epsilon}} (B^2 - 1); \quad (6)$$

A (3-6) egyenletekben található paraméterek értelmezése az 1. ábrán található.

A (2) - ben található egyenlet zárt alakban csak m speciális értékeire oldható meg. Az általános megoldás numerikus eljárás segítségével határozható meg.

3. Az alkalmazott homogenizációs eljárás

A Bevezetésben említett homogenizációs technikák közül a legegyszerűbben kivitelezhető a növekményes módszer. RICE (1970) munkája alapján a globális feszültségpotenciált a helyi potenciállal az alábbi összefüggés kapcsolja össze:

$$\Phi(\Sigma) = \frac{1}{V_r} \int_{V_r} \phi(\sigma) dV, \quad (7)$$

ahol V_r egy üreg térfogata, V_v a teljes térfogat üregek által elfoglalt része. DUVA és HUTCHINSON [6], illetve LEE és MEAR [7] a fenti összefüggésre támaszkodva írta fel a képlékeny potenciál változását néhány üregnek az anyagban történő eloszlásokor:

$$\Phi(\Sigma) = \phi(\Sigma) + f \frac{\partial \Phi}{\partial f}, \quad (8)$$

ahol $\partial \Psi / \partial f$ a lokalizáció során számítható. Megmutatható, hogy a Rice féle funkcionál használata esetén a képlékeny potenciál változása kielégíti a következő összefüggést:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f} = \phi(\sigma) - \frac{F_{\min}}{V_c}. \quad (9)$$

Itt $\phi(\dot{\epsilon})$ a mátrix képlékeny potenciálja és $F_{\min}$ a Rice funkcionál minimum-értéke. A lokalizációs feladat megoldása szolgáltatja ezt a minimum értéket. A mátrixra a képlékeny potenciál értékét a jól ismert

$$\phi(\sigma) = \frac{\epsilon_0 \sigma_0}{n+1} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n+1} \quad (10)$$

összefüggés segítségével határozható meg. Itt $n=1/m$.

4. Eredmények

A lokalizációs és a homogenizációs feladat megoldása jelzi, hogy az átmeneti növekedési mód, vagyis a diffúzió és a képlékeny alakváltozás együttes hatása az üregek növekedési sebességének, így a porozitásnak is a jelentős növekedését okozza. A 2. ábrán egy izolált üreg dimenziótlanított sugarának változását mutatjuk be. A növekedés magyarázatát a diffúziós folyamat során az üreget a szemcsehatáron elhagyó atomok szemcsehatárt torzító, így a helyi feszültségkoncentrációt növelő hatásának tulajdoníthatjuk. Az anyagtörvény állandóinak változása ezen tendencia meglétét igazolja.

5. Következtetés

Jelen munka a merev - viszkoplasztikus mátrixban elhelyezkedő üreg növekedését, illetve az anyag tulajdonságainak változását vizsgálta. Két növekedési módot vettünk figyelembe, az egyik az üreget elhagyó atomok diffúziójából, míg a másik az üreget körülvevő mátrix képlékeny alakváltozásából adódó üregnövekedés. A számítások során az üreg torzulásának hatását elhanyagoltuk, feltételezve, hogy a kezdetben tengelyszimmetrikus üregek megőrzik egyensúlyi alakjukat a teljes alakváltozás során.

Az eredmények jól mutatják, hogy a két növekedési mód együttes figyelembevétele a növekedési sebességnek a diffúziós atommozgás szemcsehatárdürrvítő hatásából következő növekedését eredményezi.

6. Köszönetnyilvánítás

Jelen munka részben a Francia Kormány kutatási ösztöndíjnak köszönhetően az Ecole des Mines de Saint-Etienne laboratóriumában folyt; a szerző köszönettel tartozik Dr. Helmuth Klöckernek, aki a munka ezen részének irányítását végezte.

7. Irodalom

- [1] CHRISTIENSEN, *J. Mech. Phys. Solids*, **V38**, No.3., pp.379-404, 1990
- [2] CHUANG-KAGAWA-RICE-SILLS, *Acta. Metall.* **V27** pp.265-284, 1979
- [3] NEEDLEMAN-RICE, *Acta. Metall.* **V28** pp.1315-1332, 1980
- [4] BUDIANSKY-HUTCHINSON-SLUTSKY, "Mechanics of Solids", *The R. Hill 60th anniversary volume*, Ed. Hopkins H.G., Sewell M.J., pp.13, 1982
- [5] FÜLÖP, *RoPM'96*, 1996, *Megjelenés alatt*
- [6] DUVA-HUCHINSON, *Mech.Mater.*, **V3**, pp.41, 1984
- [7] LEE-MEAR, *J. Mech. Phys. Solids*, **V40**, pp.1805, 1992

8. A szerző adatai

Fülöp Tibor, doktorjelölt
Miskolci Egyetem, Mechanikai Technológiai Tanszék
H3515, Miskolc-Egyetemváros, Magyarország
Tel.:(36-46) 365-111/18-46 ; Fax.: (36-46)363-929