Несингулярные решения в механике трещин для градиентной теории упругости ортотропного тела

Nonsingular solutions in the mechanics of cracks for the gradient theory of elasticity of the orthotropic body

В. В. Васильев¹, Д. Б. Волков-Богородский²,
С. А. Лурье^{1,2}, П. А. Белов²

V. V. Vasiliev¹, D. B. Volkov-Bogorodsky²,
S.A. Lurie^{1,2}, P. A. Belov²

¹ Институт проблем механики
им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва
² Институт прикладной механики РАН, Москва

¹ Institute for Problems in Mechanics.
A.Yu. Ishlinsky RAS, Moscow
² Institute of Applied Mechanics RAS, Moscow

Поступила в редакцию 01.03.2021, принята к печати 05.03.2021

Абстракт

Вариант градиентной модели с одним скалярным параметром используется для построения несингулярных решений механики трещин в ортотропной пластине. Для решений градиентной ортотропной плоской теории упругости получены представления типа Папковича-Нейбера для перемещений и напряжений через вспомогательные потенциалы, которые удовлетворяют обобщённым уравнениям типа Гельмгольца с локальным масштабным параметром, имеющим анизотропный характер. Полные решения проблемы записываются в виде суммы классических решений (полных напряжений) и сглаживающих, когезионных решений, для которых получены соответствующие выражения в терминах вспомогательных потенциалов. В случае изотропных и сильно ортотропных сред найдены явные формы когезионных решений в виде произведений радиальных множителей и комплексных степеней полуцелого индекса.

Получены несингулярные аналитические решения для напряжений для полубесконечных трещин моды I и II, ориентированных в направлении главных осей ортотропии. Приведены распределения напряжений у вершины трещины в зависимости от показателей анизотропии.

Abstract

A variant of the gradient model with one scalar parameter is used to construct nonsingular solutions of fracture mechanics in an orthotropic plate. For solutions of the gradient orthotropic plane theory of elasticity, representations of the Papkovitch-Neuber type for displacements and stresses through auxiliary potentials are obtained, which satisfy generalized Helmholtz-type equations with a local scale parameter having an anisotropic character. The common solution are written as a sum of classical solutions (total stresses) and smoothing, cohesive solutions, for which the corresponding expressions are obtained in terms of auxiliary potentials. In the case of isotropic and strongly orthotropic media, explicit forms of cohesive solutions are found in the form of products of radial factors and complex powers of a half-integer index.

Non-singular analytical solutions are obtained for stresses for semi-infinite cracks of modes I and II, oriented in the direction of the principal axes of orthotropy. The distributions of stresses at the crack tip are given depending on the anisotropy indices.