Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2020-10

**Efectos de la Volatilidad Asimétrica en la
Administración de Riesgos: Un Análisis Empírico
Utilizando Futuros de Índices Accionarios**

Guillermo Benavides
Banco de México

Septiembre 2020

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively the responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Asymmetric Volatility Effects in Risk Management: An Empirical Analysis using a Stock Index Futures*

Guillermo Benavides[†]
Banco de México

Abstract: In this research paper ARCH-type models and option implied volatilities (IV) are applied in order to estimate the Value-at-Risk (VaR) of a stock index futures portfolio for several time horizons. The relevance of the asymmetries in the estimated volatility estimation is considered. The empirical analysis is performed on futures contracts of both the Standard and Poors 500 Index and the Mexican Stock Exchange. According to the results, the IV model is superior in terms of precision compared to the ARCH-type models. Under both methodologies there are relevant statistical gains when asymmetries are included. The referred gains range from 4 to around 150 basis points of minimum capital risk requirements. This research documents the importance of taking asymmetric effects (leverage effects) into account in volatility forecasts when it comes to risk management analysis.

Keywords: Asymmetric volatility, Backtesting, GARCH, TARCH, Implied volatility, Stock index futures, Value at Risk, Mexico.

JEL Classification: C15, C22, C53, E31, E37.

Resumen: En la presente investigación se aplican modelos de ARCH-tipo y volatilidades implícitas de opciones (IV) para estimar el valor en riesgo (VaR) de una cartera de futuros de índices bursátiles para varios horizontes temporales. Se considera la relevancia de las asimetrías en la estimación de la volatilidad. El análisis empírico es para los contratos de futuros de los Índices Standard and Poors 500 y el de la Bolsa Mexicana de Valores. De acuerdo con los resultados, el modelo IV es superior en términos de precisión. Si bien ambas metodologías muestran ganancias estadísticas relevantes cuando se incluyen asimetrías con respecto a cuando no se usan asimetrías, estas ganancias van de alrededor 4 a 150 puntos base de requerimiento mínimo de capital en riesgo. Se documenta la importancia de tener en cuenta los efectos asimétricos en los pronósticos de volatilidad en la gestión de riesgos.

Palabras Clave: Volatilidad asimétrica, Backtesting, GARCH, TARCH, Volatilidad implícita, Futuros índices accionarios, Valor en Riesgo, México.

*I want to thank Aldo Heffner, seminar participants at Banco de México and IX Congreso de Investigación Financiera FIMEF 2019 in Mérida, México. The valuable comments of two anonymous referees are deeply acknowledged. All remaining errors are my own. The views expressed in this paper are those of the author only and do not necessarily reflect those of Banco de México.

[†] Dirección General de Investigación Económica. Email: gbenavid@banxico.org.mx.

I. Introducción

La medición de los riesgos financieros es la columna vertebral de la gestión de riesgos y de las decisiones de inversión de cartera. Una medida de riesgo financiero bien conocida es la volatilidad de los precios de los activos, la cual permite al administrador de riesgos evaluar los riesgos potenciales asociados con las inversiones de cartera. Los pronósticos de volatilidad de los retornos de precios forman quizá el conjunto de herramientas analíticas más utilizado para medir el riesgo financiero, ya que son útiles para tomar decisiones contemporáneas basadas en expectativas sobre el nivel futuro de precios. En teoría, se conoce el vínculo entre los precios de futuros y el precio al contado futuro esperado. Una ventaja de utilizar precios de futuros en lugar de precios al contado es que los primeros generalmente contienen información relevante sobre las expectativas de precios al contado futuros del comerciante representativo (Hull: 2013).

Dado el componente prospectivo mencionado anteriormente incluido en los precios de futuros, es relevante considerar estos instrumentos derivados para la toma de decisiones financieras. De hecho, la volatilidad de la rentabilidad de los precios de los futuros se ha utilizado para la investigación de la gestión de riesgos en trabajos anteriores (Bollerslev, Chou y Kroner: 1992, Engle: 2003).

En términos de pronósticos de volatilidad, parte de la investigación relevante muestra estimaciones de volatilidad que son simétricas ya que tienen la misma reacción de volatilidad (medida) cuando los precios suben o bajan. Sin embargo, la evidencia estadística sugiere que la volatilidad financiera puede ser asimétrica, es decir, la reacción de volatilidad puede ser mayor para los aumentos de precios que para las disminuciones de precios o viceversa. Solo algunos trabajos académicos que analizan la volatilidad de la rentabilidad de los precios con efectos asimétricos (Poon y Granger: 2003; Giot y Laurent 2004). La razón de esto puede ser que no todas las series de tiempo financieras tienen efectos asimétricos. Además, hay más complejidad en la metodología de estimación cuando se incluyen efectos asimétricos. Cuando se trata de tener en cuenta los efectos de la volatilidad asimétrica desde una perspectiva de gestión de riesgos, es decir, dentro de un marco de valor en riesgo (VaR), hay

incluso menos documentos (Chkili et. al.: 2014, Brooks y Persaud: 2003). Hasta el momento, hay más investigaciones que enfatizan las ganancias monetarias (no estadísticas) sobre el VaR.

En la literatura financiera, la volatilidad se ve como una variable de riesgo que captura toda la incertidumbre que rodea a esa variable financiera. Es bien sabido que en presencia de volatilidad asimétrica es importante ajustar los modelos de riesgo para evitar una posible sub o sobre cuantificación de riesgos. Una estimación errónea del riesgo no intencionada es indeseable para una institución financiera involucrada en la cuantificación de riesgos dados los costos potenciales asociados con no tener un valor de cuantificación de riesgo óptimo (Brooks et. al.: 2000). Por un lado, manejar un evento extremo podría resultar particularmente costoso para una empresa con reservas de capital insuficientes, si se subestimó su riesgo en primer lugar. Por otro lado, un riesgo sobreestimado puede ocasionar que se reserve un capital excesivo en comparación con su nivel óptimo, lo que ocasiona que el gerente tenga más de lo requerido (reservas de capital), con un alto costo de oportunidad de otros usos del capital.

En este estudio, nuestro objetivo es evaluar si la volatilidad es asimétrica y determinar hasta qué punto puede afectar la dinámica del mercado de valores. El objetivo es cuantificar si existen diferencias estadísticamente significativas entre tomar y no tomar en cuenta los posibles efectos asimétricos en la volatilidad dentro de un marco de VaR para índices bursátiles. La metodología involucra técnicas de backtesting para validar modelos de VaR relevantes para la gestión de riesgos (Kupiec: 1995, Jorion: 2000, 2001, Nieppola 2009). Las medidas de volatilidad utilizadas son GARCH, TARCH y volatilidad implícita de opciones (IV). Los dos últimos son capaces de capturar asimetrías de volatilidad. Los tipos ARCH se consideran métodos de estimación de previsión "retrospectivos", mientras que el IV se considera uno "prospectivo". Un aporte del presente análisis de la investigación es la combinación de ambos tipos de técnicas desde la perspectiva del VaR. Para los efectos del presente estudio la volatilidad asimétrica se define como la diferencia en el nivel de volatilidad dada la rentabilidad positiva o negativa. En otras palabras, la volatilidad puede ser mayor cuando los rendimientos son negativos (o en algunos casos cuando son positivos).

El objetivo del presente trabajo de investigación es doble. En primer lugar, proporciona medidas de riesgo óptimas para evitar una sub o sobre valoración de los mencionados riesgos. Lo anterior considerando la necesidad de ajustar las asimetrías de volatilidad. Al hacerlo, debemos evitar costos financieros innecesarios relacionados con una medida de riesgo no óptima.

Al ajustar el modelo por asimetrías de volatilidad, se espera que se pueda obtener una medida de riesgo con mayor precisión. En segundo lugar, proponemos un enfoque novedoso para comparar dos tipos diferentes de pronósticos de volatilidad asimétrica: uno retrospectivo (tipo ARCH) y uno prospectivo (implícito en opciones), dentro de un marco de VaR. La mayoría de los trabajos de investigación utilizan una medida u otra, pero no las comparan en términos de desempeño estadístico en un paradigma de VaR (Giot y Laurent: 2004, Chkili et. al.: 2014). Aquí evaluamos cada uno de ellos y varias combinaciones, incluida la inferencia estadística. Comenzamos comparando simetrías de volatilidad versus asimetrías y también retrospectiva versus prospectiva dentro de un modelo de VaR. La comparación de los resultados para dos tipos diferentes de metodologías de volatilidad asimétrica podría arrojar luz sobre las diferencias cualitativas que deben tenerse en cuenta a la hora de decidir las estimaciones de VaR.

Los resultados muestran que los modelos asimétricos proporcionan estimaciones de VaR más precisas. Entre estos, el modelo de pronóstico prospectivo es superior en comparación con el modelo retrospectivo. Con base en estos resultados, se recomienda aplicar modelos de volatilidad IV asimétrica, con VaR en particular, para realizar análisis de gestión de riesgos. Argumentamos que el presente artículo es relevante para la literatura académica sobre las metodologías de pronóstico de volatilidad, ya que nuestros hallazgos proporcionan evidencia sobre las ganancias de precisión del uso de modelos de volatilidad asimétrica en el sector de gestión de riesgos. Además, los resultados pueden ser útiles para aquellos involucrados en la industria de la gestión de riesgos, es decir, los administradores de riesgos de cartera, para tener un mejor conocimiento sobre los procedimientos de estimación superiores (y casi óptimos).

El diseño de este documento es el siguiente. La revisión de la literatura se presenta en la Sección II. Los modelos simétricos y asimétricos se explican en la Sección III. Los

datos se describen en detalle en las Secciones IV y V, respectivamente. Los resultados de cuatro modelos de volatilidad se analizan en la Sección VI. Concluye la Sección VII.

II. Revisión de la literatura

Brooks (2013) describe la volatilidad histórica (retrospectiva) como la varianza o desviación estándar (σ) de los rendimientos durante un largo período de tiempo (n). Esta varianza incondicional o desviación estándar puede servir como pronóstico de volatilidad para todos los períodos futuros (Markowitz: 1952). Sin embargo, hay un inconveniente en este tipo de cálculo. Se supone que la volatilidad incondicional es constante. Por lo tanto, para un pronóstico de n días por delante, la desviación estándar incondicional de la serie precio-rendimiento debe multiplicarse por la raíz cuadrada de los n días considerados en el horizonte de pronóstico, es decir, $\sigma \times \sqrt{n}$. Con este producto es posible obtener el pronóstico de volatilidad ajustado en el tiempo para esos n días por delante. Hoy en día, es bien sabido que la volatilidad financiera varía con el tiempo. Este también es el caso de la volatilidad de los índices bursátiles que generalmente se incluyen en el análisis de inversión y cartera y en la toma de decisiones de inversión.

Está bien documentado que los modelos no lineales del tipo de heterocedasticidad condicional autorregresiva (modelos de tipo ARCH) pueden proporcionar estimaciones precisas en la muestra de la volatilidad de precios que varía en el tiempo. Este tipo de modelos de pronóstico de volatilidad también se consideran retrospectivos, es decir, las estimaciones se obtienen con base en datos de series de tiempo pasadas.¹ Ver por ejemplo, Engle (1982), Taylor (1986), Bollerslev, Chou y Kroner (1992), Wei y Leuthold (1998), Engle (2002), entre muchos otros.² Sin embargo, la precisión del pronóstico fuera de la muestra de este tipo de

¹ El pronóstico de volatilidad que aquí se considera es la volatilidad condicional de un activo financiero, la cual se estima a partir de un modelo econométrico asumiendo una distribución estándar para los parámetros estimados.

² Para obtener una excelente encuesta sobre las aplicaciones de los modelos tipo ARCH en las finanzas, el lector interesado puede consultar Bollerslev, Chou y Kroner (1992).

modelos no lineales es, en algunos casos, cuestionable (ver Park y Tomek: 1989, Schroeder et. al.: 1993, Manfredo et. al.: 2001, Benavides : 2006, 2009, Pong et. al. : 2003).³

Además, existe una literatura relacionada sobre las implicaciones de la dinámica no lineal de los pronósticos de volatilidad para la gestión del riesgo financiero (Hsieh: 1993). A la luz de esto, algunos investigadores han ampliado trabajos previos sobre la aplicación de modelos de volatilidad variable en el tiempo, específicamente modelos tipo ARCH, IV en estimaciones de VaR (Brooks, Clare y Persaud: 2000; Manfredo et. al. : 2001; Engle : 2003; Giot: 2005; Mohamed: 2005; entre otros). Las estimaciones de IV se consideran prospectivas ya que están implícitas en contratos de derivados (precios) y se cree que aumentan el desempeño de los pronósticos de volatilidad en comparación con el tipo ARCH. La mayoría de los hallazgos mencionados anteriormente mejoraron las aplicaciones de gestión de riesgos utilizando VaR, al demostrar ser más precisos en términos de cuantificación del riesgo. Si bien existen varios trabajos de investigación que utilizan este tipo de modelos para series de tiempo financieras, hasta donde sabemos, no hay investigación que lleve a cabo una comparación rigurosa de las asimetrías de volatilidad utilizando tanto el tipo ARCH (retrospectivo) como la volatilidad implícita en la opción (prospectiva) dentro de una perspectiva VaR de gestión de riesgos. Además, no existen documentos de investigación en los que exista una comparación empírica entre las propiedades de riesgo de dos índices bursátiles, uno de una economía avanzada (el índice bursátil S&P500) y otro de un mercado de economía emergente (el índice bursátil mexicano IPC), en el que las asimetrías de volatilidad se toman en cuenta.

Adicionalmente, en términos de aplicaciones de gestión de riesgos en la regulación financiera, trabajos previos han aplicado modelos no lineales dentro de un marco VaR para estimar los Requerimientos Mínimos de Riesgo de Capital (MCRR) (Hsieh: 1991; Brooks, Clare y Persaud: 2000). Los MCRR se definen como la cantidad mínima de capital necesaria para manejar con éxito las pérdidas posibles con excepción de un porcentaje preestablecido

³ Todos ellos encontraron que el poder explicativo de estos pronósticos fuera de la muestra es relativamente bajo. En particular, Pong et al. (2003) encuentran que los pronósticos de volatilidad implícita de opciones se desempeñaron al menos tan bien como los pronósticos de los modelos de media móvil integrados fraccionales autorregresivos (ARFIMA) para horizontes de tiempo de uno y tres meses. Estos fueron pronósticos superiores a los de los modelos tipo ARCH.

con un cierto nivel de confianza (Brooks, Clare y Persand: 2000). Este concepto es relevante para los bancos y los reguladores bancarios. Para esto último, es importante exigir a los bancos que mantengan suficiente capital para que puedan hacer frente con éxito a pérdidas imprevistas. Estas prácticas regulatorias se remontan al Acuerdo de Basilea original de 1988. Aunque existe un amplio consenso sobre la necesidad de MCRR, existe un acuerdo significativamente menor sobre el método para calcularlas.⁴ Al estimar el VaR de sus carteras financieras, los bancos pueden calcular la cantidad de MCRR necesaria para cumplir con los requisitos de supervisión bancaria.⁵ Una contribución adicional del presente trabajo de investigación es la estimación y evaluación de los MCRR utilizando ambos tipos de pronósticos de volatilidad con asimetrías (retrospectivas versus prospectivas).

Entre los principales objetivos del presente documento de investigación se encuentra ampliar la investigación de Hsieh (1991) y Brooks, Clare y Persand (2000) en dos dimensiones. Una es que los MCRR se estiman para los contratos de futuros del S&P500 y del IPC. El otro es un análisis formal de aplicaciones empíricas de modelos tipo ARCH y volatilidades implícitas en opciones, que incluyen efectos de volatilidad asimétrica. Además, las estimaciones actuales sí tienen implicaciones para las previsiones del nivel de índices bursátiles, dado que las simulaciones se realizan con ciertos niveles de confianza estadística. Al considerar una metodología similar a la utilizada en Hsieh (1991) y Brooks, Clare y Persand (2000), es posible tener una idea de los niveles futuros de ambos índices bursátiles (S&P500 e IPC) con cierta confianza estadística. Por ejemplo, si se aplica un VaR con un nivel de confianza del 95% con un horizonte temporal de un mes, es posible cuantificar el rango de posibles valores del nivel del índice bursátil con un mes de anticipación,

⁴ Según Brooks, Clare y Persand (2000), los métodos más conocidos son el Enfoque de modelo estándar internacional del Acuerdo de Basilea (1988), el Enfoque de bloques de construcción de la Directiva de adecuación de capital (CAD) de la CE, el Enfoque integral de la Securities Exchange Commission (SEC) de los EE. UU., el enfoque previo al compromiso de la Junta de la Reserva Federal (FED) y el enfoque de cartera de la autoridad de valores y futuros del Reino Unido.

⁵ De acuerdo con los Requisitos de Supervisión Bancaria de Basilea de 1988, los bancos deben mantener capital (como medida de precaución) al menos tres veces el equivalente al VaR durante un horizonte temporal de 10 días hábiles a un nivel de confianza del 99%. No hay cambios significativos a esta regla en los acuerdos de Basilea II y III. El único cambio es que para las notas de recompra el horizonte de tiempo debe ser de 5 días hábiles. El lector interesado puede consultar la información mencionada anteriormente en la página web del BIS: <http://www.bis.org/publ/bcbs107.htm>

nuevamente, con un 95% de confianza estadística. En la misma línea, es posible cuantificar la probabilidad de observar valores extremos, es decir, aquellos fuera del intervalo del 95% en una distribución paramétrica y no paramétrica. El primero se logra con pronósticos de volatilidad un paso adelante de un modelo paramétrico (tipo ARCH), mientras que el segundo se logra mediante la aplicación de métodos de simulación de arranque.

Además, se llevan a cabo rigurosas pruebas de precisión estadística para estimar el VaR entre modelos tipo ARCH vs. IV siguiendo las pruebas de backtesting de Kupiec (1995). Estos incluirán un ajuste de volatilidad asimétrico en ellos. Este último considera el número de violaciones o excepciones que ocurrieron dentro de los intervalos de confianza, es decir, el número de veces que el valor observado estuvo fu condicional era del rango de pronóstico o intervalo de confianza relevante. Por lo tanto, las hipótesis nula y alternativa a probar son las siguientes,

H_0 : La volatilidad asimétrica tipo ARCH y IV no son precisas para estimar el VaR

H_1 : La volatilidad asimétrica tipo ARCH y IV son precisas para estimar el VaR

El rechazo de la hipótesis nula favorecerá el modelo de volatilidad asimétrica por ser superior en términos de mayor precisión de pronóstico de volatilidad para el modelo de VaR. Para probar la hipótesis nula, los resultados se analizarán, nuevamente, de acuerdo con la metodología de backtesting (Kupiec: 1995; Jorion: 2001; Nieppola: 2009). Estos hallazgos aportan nuevos conocimientos a la literatura académica existente, dado que las asimetrías de volatilidad se incluyen en las técnicas de estimación para tener una medida más precisa del riesgo financiero. Estos resultados podrían ser de interés para los agentes involucrados en las decisiones de gestión de riesgos relacionadas con las previsiones de índices bursátiles, es decir, banqueros privados, analistas financieros, gestión de instituciones financieras, responsables políticos, inversores, corredores de futuros, bancos centrales, investigadores académicos, entre otros. En particular, este tema podría ser de interés para los responsables de la formulación de políticas en países que tienen una volatilidad relativamente alta del mercado de valores, como es más común en las economías emergentes.

III. Los Modelos

III.1 Modelos de Volatilidad

III.1.1 Tipo ARCH (GARCH-Simétrico) Especificación

La volatilidad de la serie temporal analizada se estima con datos históricos. Un modelo muy conocido dentro de la familia de modelos tipo ARCH es el modelo GARCH (p, q) de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada univariante. Esta es una extensión del modelo ARCH (q), en el sentido de que el modelo ARCH está anidado en el modelo GARCH. El modelo GARCH (p, q) se estima aplicando el procedimiento estándar como se explica en Bollerslev (1986) y Taylor (1986).⁶ Las fórmulas para GARCH (p, q) se presentan a continuación. Para el modelo hay dos ecuaciones principales. Estas son la ecuación de media condicional y la ecuación de varianza condicional:

Ecuación de la media condicional,

$$\begin{aligned}\Delta y_t &= \mu + e_t \\ e_t | I_{t-1} &\sim N(0, \sigma_t^2),\end{aligned}\tag{1}$$

y la ecuación de la varianza condicional,

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 .\tag{2}$$

donde Δy_t son las primeras diferencias del logaritmo natural (logaritmos) de la serie bajo análisis en el tiempo t (el índice de futuros), e_t es el término de error en el tiempo t, I_{t-1} es el conjunto de información en el tiempo t-1, σ_t^2 es la varianza condicional en el tiempo t. μ , ω , α_i , β_i son parámetros y se supone que los retornos de los registros se distribuyen normalmente. En otras palabras, asumiendo una media constante μ (la media de las series

⁶ Los modelos de tipo ARCH presentados en el presente trabajo de investigación se estimaron utilizando Eviews.

Δy_t), la media de la distribución e_t se asume es Gaussiana con media cero y varianza σ_t^2 . Los parámetros se estiman utilizando una metodología de máxima verosimilitud aplicando el algoritmo de Marquardt.⁷

Teniendo en cuenta que el supuesto de normalidad de los residuales establecido anteriormente generalmente no se cumple, se utiliza la metodología de Bollerslev y Wooldridge (1992) para estimar errores estándar consistentes. Los estimadores bajo el procedimiento mencionado anteriormente son entonces estadísticamente robustos y se obtienen de la Estimación de Probabilidad Cuasi-Máxima. Por lo tanto, los coeficientes son robustos incluso si los datos no cumplen el supuesto de normalidad.⁸ Los coeficientes estimados se pueden utilizar para la inferencia estadística si son estadísticamente significativos (estadísticamente diferentes de cero) y cumplen las condiciones para que la suma de los $\alpha + \beta < 1$ (de lo contrario, si este último no se mantiene, las series se consideran explosivas o, de manera equivalente, sin reversión a la media, que son propiedades indeseables al pronosticar series financieras, Taylor: 1986).

III.1.2 El Modelo GARCH con Umbral (GARCH-asimétrico)

Otro modelo utilizado en este artículo es el modelo Umbral ('Threshold') GARCH, también conocido como TARCH. Fue postulado por Glosten, Jaganathan y Runkle (1993) y Zakoian (1994). En comparación con el modelo GARCH (p, q), la especificación del modelo TARCH implica un término adicional en la ecuación de varianza, que captura la dinámica asimétrica de la relación precio-rendimiento:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^r \delta_k \varepsilon_{t-k}^2 I'_{t-k}, \quad (3)$$

donde $I'_t = 1$ si $\varepsilon_t < 0$ y 0 de lo contrario. ε_t representa una innovación (término de error). La intuición de este modelo es que las malas noticias $\varepsilon_t < 0$ tendrán un impacto diferente en la

⁷ Este algoritmo modifica el algoritmo de Gauss-Newton agregando una matriz de corrección a la aproximación Hessiana. Esto permite manejar problemas numéricos cuando los productos externos son casi singulares, aumentando así la posibilidad de mejorar la convergencia de los parámetros.

⁸ Para obtener más detalles sobre la estimación de probabilidad cuasi-máxima, el lector interesado puede consultar Bollerslev y Wooldridge (1992).

varianza condicional en comparación con las buenas noticias $\varepsilon_t > 0$.⁹ En caso de buenas noticias, el impacto está en α_i . Para el caso de malas noticias, el impacto está en $\alpha_i + \delta_i$. Si $\delta_i > 0$ y, si es estadísticamente significativo, habrá un mayor aumento en la volatilidad impulsado por malas noticias. Si $\delta_i \neq 0$, entonces el impacto de las noticias es asimétrico. Este modelo se utiliza normalmente para estimar la volatilidad del precio de las acciones considerando el efecto de apalancamiento en las acciones.¹⁰ Para el caso de los futuros sobre índices bursátiles, se aplica el modelo TARCH asimétrico.

III.1.3 Modelo de Volatilidad Implícita de Opciones (IV)

En este trabajo de investigación, se utilizan las volatilidades implícitas de opciones proporcionadas por la Bolsa Mercantil de Chicago y MexDer. Estos son el VIX (índice de volatilidad implícita de opciones), que es una volatilidad implícita para un mes por delante, y el VIMEX, que es el índice de volatilidad equivalente para el índice bursátil mexicano para el mismo vencimiento. La volatilidad implícita en la opción de un activo subyacente es el pronóstico del mercado de su volatilidad y esto se obtiene con las opciones emitidas sobre ese activo subyacente (Hull: 2013). Para calcular la volatilidad implícita de una opción de un activo, se necesita un modelo de valoración de opciones, así como las entradas para ese modelo, como la tasa de interés libre de riesgo, el tiempo hasta el vencimiento, el precio del activo subyacente, el precio de ejercicio y el precio de la opción. Un modelo de valoración inadecuado producirá errores de precios y las volatilidades implícitas en la opción se medirán incorrectamente (Harvey y Whaley: 1992). Por ejemplo, un modelo de valoración que no considera el privilegio de ejercicio temprano de una opción estadounidense para encontrar las volatilidades implícitas de las opciones de las opciones estadounidenses producirá errores

⁹ Las buenas noticias se refieren a noticias que aumentan la rentabilidad de los activos financieros. Las malas noticias son todo lo contrario.

¹⁰ El efecto de apalancamiento en las acciones se refiere a la volatilidad asimétrica considerando que un sentimiento de mercado bajista tiene una mayor volatilidad de precios en comparación con un sentimiento de mercado alcista. En un mercado bajista, una mayor incertidumbre sobre el flujo de efectivo podría hacer que el precio de las acciones disminuya y la empresa aumente su índice de apalancamiento, lo que no es deseable (Brooks: 2013).

en los cálculos, es decir, utilizar el modelo de Black y Scholes (1973) para encontrar las volatilidades implícitas de las opciones americanas (en adelante, el modelo BS).¹¹

Para obtener los índices de volatilidad implícita antes mencionados, las bolsas de derivados relevantes utilizan un método de valoración de aproximación similar al ampliamente conocido para las opciones de precio, es decir, el BS. Para completar, a continuación, se da una explicación de el BS. Las suposiciones hechas para este modelo son: 1) Las tasas de interés no son estocásticas, lo que significa que el forward es igual al precio de futuros; 2) hay beneficios sin arbitraje, 3) todas las opciones son europeas; 4) los agentes son neutrales al riesgo; 5) no hay costos de transacción y 6) los precios siguen un movimiento browniano geométrico. El BS para los tipos de cambio se establece formalmente en la Ecuación 4 a continuación.

$$c = Se^{-rfT}N(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2) \quad , \quad (4)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - r_f + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$, donde c es el valor de la opción de compra europea, T representa el tiempo hasta el vencimiento de la opción, N (x) es la función de distribución de probabilidad acumulada, que se supone que está distribuida normalmente (en otras palabras, la probabilidad de que una variable con una distribución normal estándar, $\psi(0, 1)$ será menor que (x). El precio de ejercicio está representado por X, $\ln(\cdot)$ es la función de logaritmo natural y σ es la volatilidad del activo medida como su desviación estándar anualizada. Las otras variables son las mismas que las definidas anteriormente. Para encontrar la volatilidad implícita relevante, el modelo se invierte para resolver σ dado un precio de mercado (observado) para la opción.

¹¹ El modelo de valoración de opciones de Black-Scholes es para opciones de estilo europeo. Estas opciones no tienen el privilegio de ejercicio temprano que tienen las opciones de estilo americano.

III.2. Valor-en-Riesgo (VaR) Modelo

El modelo de valor en riesgo o VaR es una útil medida de riesgo.¹² Fue desarrollado a principios de la década de 1990 por JP Morgan Corporation. Según Jorion (2001) "VaR resume la pérdida máxima esperada en un horizonte objetivo con un intervalo de confianza dado". Aunque es una cifra estadística, la mayoría de las veces las estimaciones de VaR se presentan en términos monetarios. La intuición es tener una estimación del cambio potencial en el valor de un activo financiero resultante de cambios sistémicos del mercado durante un horizonte de tiempo específico (Mohamed: 2005). También se utiliza normalmente para obtener la probabilidad de pérdidas de una cartera financiera de contratos de futuros. Suponiendo normalidad, la estimación de VaR es relativamente fácil de obtener a partir de modelos GARCH. Por ejemplo, para un VaR de intervalo de confianza del 95% de un día de negociación, la desviación estándar GARCH estimada (para el día siguiente) se multiplica por ± 1.645 . Si el pronóstico de la desviación estándar es, digamos, 0.0065, el VaR es aproximadamente 1.07%, mirando la cola positiva de la distribución. Para interpretar este resultado, se podría decir que un inversionista puede tener un 95% de seguridad de que no perderá más del 1.07% del valor del activo o de la cartera en ese día específico. Sin embargo, un problema con el enfoque paramétrico es que, si los rendimientos de los activos observados se apartan significativamente de una distribución normal, el modelo estadístico aplicado puede ser incorrecto (Dowd: 1998).

Como se mencionó, al utilizar modelos de VaR es necesario hacer un supuesto sobre la distribución de los retornos. Aunque a menudo se asume la normalidad para las series de rentabilidad de los precios, en la práctica se sabe que este supuesto es cuestionable (Mandelbrot: 1963, Fama: 1965, Engle: 1982, 2003). Si los rendimientos diarios se dividen por las desviaciones estándar de TARCH (ajustadas), la nueva serie tendrá una volatilidad constante con una distribución no normal (Engle: 2003). Para estos "residuos estandarizados" o "rendimientos desvolatizados", la curtosis debe estar por encima de lo normal, por lo que se asume una distribución no normal en el VaR. Las asimetrías de volatilidad estimadas

¹² El valor en riesgo normalmente se abrevia como VaR. La letra "a" minúscula diferencia esta abreviatura de la de los modelos autorregresivos vectoriales, que generalmente se abrevian como VAR (con una A mayúscula).

dentro del modelo TARCH permiten esta no normalidad. Este método se considerará aquí para la estimación del VaR para horizontes temporales de un día de negociación. Sin embargo, también hay otro enfoque que también se aplicará en este proyecto para horizontes de tiempo de más de un día de negociación. Esto se explica a continuación.

Para horizontes de tiempo de más de un día de negociación (diez y veinte días de negociación), se aplica la metodología bootstrapping de Efron (1982).¹³ El hecho de que los rendimientos de la serie no estén distribuidos normalmente motiva el uso de un procedimiento no paramétrico como el bootstrapping. Aquí se considera el procedimiento utilizado en Hsieh (1993) y Brooks, Clare y Persaud (2000). En este último se prueba empíricamente el desempeño de ese modelo VaR para contratos de futuros negociados en la Bolsa Internacional de Futuros Financieros de Londres (LIFFE).¹⁴ Aquí se aplica un paradigma similar para los contratos de futuros indexados sobre acciones. Por lo tanto, se considera una cartera hipotética de futuros indexados en acciones y se estiman los MCRR.¹⁵ Estos valores estimados de MCRR para la cartera de futuros sobre índices bursátiles se comparan con la inflación observada (histórica). Este análisis permite evaluar qué tan precisos son los modelos tipo ARCH en términos de estimación de MCRR para futuros indexados en acciones. Otro objetivo es analizar el rendimiento de estos en términos de qué tan precisos son para proporcionar un umbral superior para el índice bursátil, es decir, las posibilidades estadísticas de que el índice bursátil sea lo suficientemente alto como para estar fuera del intervalo de confianza superior (positivo).

¹³ El bootstrap es un método de remuestreo para inferir la distribución de una estadística, que se deriva de los datos de la muestra de población. Normalmente, esto se estima mediante simulaciones. Se dice que es un método no paramétrico dado que no extrae muestras repetidas de distribuciones estadísticas conocidas. Alternativamente, una simulación de Monte Carlo extrae muestras repetidas de distribuciones estadísticas asumidas. En este proyecto de investigación se implementó la metodología bootstrap utilizando Eviews.

¹⁴ Estos contratos de futuros fueron el contrato de futuros sobre índices bursátiles FTSE-100, el contrato Short Sterling y el contrato Gilt.

¹⁵ En los libros de texto de finanzas es común ver que el precio de futuros teóricos (forward) se expresa en tiempo continuo, (Hull: 2013, pág. 46): $F_0 = S_0 \exp(rT)$. Donde F_0 es el precio actual de futuros (o a plazo), S_0 es el precio al contado actual, e es igual a la función $e(\cdot)$, r es la tasa de interés anual sin riesgo expresada con capitalización continua y T es el tiempo hasta el vencimiento en años. Para la fórmula anterior se asume que el activo subyacente no paga ingresos. Para los propósitos de investigación de este proyecto, F_0 es igual al precio de futuros del índice bursátil observado según lo informado por CME y MEXDER (en tiempo discreto) y S_0 es igual al precio al contado del índice bursátil observado, tomado de una terminal Bloomberg.

Para calcular una estimación de VaR adecuada es necesario conocer la pérdida máxima que puede tener una posición durante la vida del contrato de futuros. Es decir, replicando a través de las simulaciones (bootstrapping) los valores diarios de una posición larga de futuros es posible obtener la posible pérdida durante el período muestral. Esto vendrá dado por el valor replicado más bajo. El mismo razonamiento se aplica a una posición corta. Pero en ese caso, la mayor pérdida posible vendrá dada por el mayor valor replicado.¹⁶ Siguiendo a Brooks, Clare y Persaud (2000) y Brooks (2013) la fórmula es la siguiente. La pérdida máxima (L) viene dada por

$$L = (P_0 - P_1) * \text{Número de contratos} \quad (5)$$

donde P_0 representa el precio al que inicialmente se compra o vende el contrato; y P_1 es el precio simulado más bajo (más alto) para una posición larga (corta), respectivamente, durante el período de tenencia. Sin pérdida de generalidad, es posible suponer que el número de contratos celebrados es uno. Algebraicamente:

$$\frac{L}{P_0} = \left(1 - \frac{P_1}{P_0} \right). \quad (6)$$

Dado que P_0 es una constante, la distribución de L dependerá de la distribución de P_1 . Es razonable suponer que los precios se distribuyen de forma logarítmica normal (Hsieh: 1993), es decir, el logaritmo de las relaciones de los precios se distribuye normalmente. Sin embargo, este supuesto no se considera aquí dado que las distribuciones empíricas de la serie en estudio no son normales. Sin embargo, el logaritmo de las razones de los precios se transforma en una distribución normal estándar siguiendo la metodología de J.P. Morgan Risk-Metrics (1996). Esto se hace haciendo coincidir los momentos del logaritmo de las razones de la distribución de los precios con una distribución de un conjunto de posibles conocidos (Johnson: 1949). Siguiendo a Johnson (1949), se puede construir una variable normal estándar restando la media de los retornos logarítmicos y luego dividiéndola por la desviación estándar de la serie,

¹⁶ Como es bien sabido en los pagos del mercado de futuros, las disminuciones en los precios de futuros significan pérdidas para las posiciones largas y los aumentos en los precios de futuros significan pérdidas para las posiciones cortas.

$$\frac{\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right) - \mu}{\sigma}. \quad (7)$$

La expresión anterior tiene una distribución aproximadamente normal. Se sabe que el valor crítico de cola inferior (superior) del 5% es -1.645 (+1.645).

De la Ecuación 6 lo siguiente se puede expresar como

$$\frac{L}{P_0} = 1 - \exp[-1.645\sigma + \mu] \quad (8)$$

cuando se obtiene la máxima pérdida para la posición larga. Para el caso de encontrar la máxima pérdida posible para la posición corta se aplica la siguiente fórmula:

$$\frac{L}{P_0} = \exp[1.645\sigma + \mu] - 1. \quad (9)$$

Los MCRR de la posición corta se pueden interpretar como un umbral superior para el índice bursátil. Con el mismo razonamiento, los MCRR de la posición larga pueden interpretarse como un umbral más bajo para el índice bursátil.

Las simulaciones se realizaron de la siguiente manera. Los modelos GARCH y TARCH se estimaron con bootstrap utilizando los residuos estandarizados de toda la muestra (en lugar de los residuos tomados de una distribución normal como se escribió en la Ecuación 1). Se simuló la variable índice bursátil, para el horizonte temporal relevante (10 y 30 días hábiles) con 10,000 repeticiones. La fórmula utilizada fue $Y_{t+1} = Y_t e^{rT}$ (donde Y es el precio de futuros, rT son los rendimientos del activo subyacente para el tiempo T, de un modelo tipo ARCH (GARCH, TARCH) y el resto de la notación es el mismo que se especificó anteriormente). De las simulaciones de índices de precios de futuros, se tomaron los valores máximo y mínimo para tener los MCRR para las posiciones cortas y largas respectivamente.

IV. Datos

IV.1. Fuentes de los Datos

Se sabe que el mercado de capitales de Estados Unidos es un mercado relativamente grande y líquido. En contraste, el mercado de capitales mexicano es relativamente más pequeño y menos líquido. Estos diferentes tipos de mercados pueden arrojar luz sobre las diferencias entre los mercados de capital (inversiones) entre los mercados de valores desarrollados y en desarrollo dentro de un marco de VaR. En el presente proyecto de investigación, se analiza la volatilidad de los índices bursátiles tanto del índice US Standard & Poors 500 (S&P500) como del 'Índice Nacional de Precios y Cotizaciones' (IPC) de México utilizando sus respectivos índices diarios de futuros de acciones. La metodología se lleva a cabo para los precios de futuros de ambos índices bursátiles. Los datos consisten en precios de cierre diarios al contado y de futuros de los índices IPC y S&P obtenidos de MEXDER y CME, respectivamente.¹⁷ La Tabla 1 muestra los detalles del contrato para cada uno de los activos subyacentes bajo análisis. El período de muestra bajo análisis consta de más de dos años de datos diarios para un período desde el 3 de enero de 2016 al 30 de diciembre de 2019. El tamaño de la muestra consta de 889 observaciones diarias. El período de muestra se eligió considerando los datos más recientes disponibles en Bloomberg, que para los futuros de IPC es de enero de 2016. El tamaño de muestra de 889 observaciones se considera lo suficientemente grande para la tarea de estimación en cuestión. Estos tipos de contratos de derivados tienen negociación diaria y los datos diarios suelen estar disponibles públicamente. Dado que el horizonte temporal para estas simulaciones es relativamente corto (hasta un mes antes), no es necesario un tamaño de muestra mayor. Los contratos de futuros del IPC mexicano tienen fechas de entrega de hasta un año y medio por delante. La periodicidad de los vencimientos de los contratos es de cuatro veces en un año y los meses de entrega son marzo, junio, septiembre y diciembre. El MEXDER es relativamente nuevo en comparación con otras bolsas de derivados en todo el mundo. Comenzó a operar en diciembre de 1998, mientras que Chicago comenzó en 1848.

¹⁷ La página web del MEXDER es <http://www.mexder.com.mx/MEX/paginaprincipal.html>
La página web del CME es <https://www.cmegroup.com/trading/equity-index/us-index/sandp-500.html>

IV.2. Transformación de los Datos

Al crear una serie temporal de precios de futuros, un número significativo de investigadores utiliza los precios del contrato de futuros más cercano al vencimiento o el que tiene un mayor volumen de negociación.¹⁸ Estos procedimientos tienen el inconveniente de crear un patrón de "saltos" en la serie de precios al cambiar los precios de un contrato de futuros a otro.¹⁹ Este tipo de "saltos" no es realista según la dinámica de precios del mercado. Aunque se observan "saltos" en los precios de futuros, no suele haber un patrón claro. Para evitar estos "saltos" poco realistas al crear una serie temporal de precios de futuros a partir de diferentes contratos (Pelletier, 1983; Wei y Leuthold: 1998), se crearon precios de futuros sintéticos.²⁰ Estos se calcularon mediante un procedimiento de "renovación" que es básicamente una interpolación de los precios de futuros de diferentes contratos de futuros con vencimiento (Herbst et. al. 1989, Kavussanos y Visvikis: 2005). Este procedimiento crea un precio de futuros promedio ponderado de vencimiento constante basado en los precios de futuros y los días hasta el vencimiento de los dos contratos de vencimiento cercanos. La fórmula utilizada para obtener el precio de futuros sintéticos se muestra en la Ecuación 10 a continuación:²¹

$$SYN_T = F_j \left[\frac{(T - T_i)}{(T_j - T_i)} \right] + F_i \left[\frac{(T_j - T)}{(T_j - T_i)} \right], \quad (10)$$

donde SYN_T es el precio de futuros sintético para entrega en T , F_j es el precio de futuros del contrato j que vence en T_j , F_i es el precio de futuros del contrato i que vence en T_i , T es igual a 30, el vencimiento constante elegido en número de días, T_i es el contrato i vencimiento en días restantes, T_j es el contrato j vencimiento en días restantes, $j = i + 1$, con $T_i \leq T \leq T_j$.

¹⁸ Si bien los contratos de futuros pueden utilizarse para cubrir el riesgo financiero, es común observar que, en algunos casos, no existe una demanda óptima para ellos. Por ejemplo, consulte Benavides y Snowden (2006) para obtener más detalles.

¹⁹ Para una buena referencia sobre la mecánica de los mercados de futuros, el lector puede referirse a Fink y Feduniak (1988).

²⁰ Los precios de los futuros sintéticos se calcularon utilizando el lenguaje informático Visual Basic para Aplicaciones.

²¹ Los términos precio de futuros sintéticos y precio de futuros se toman como sinónimos para el resto de este documento.

El tiempo hasta el vencimiento de los precios de futuros sintéticos calculados es T igual a 30 días. Esto significa que se calculó un precio de futuros sintéticos con vencimiento constante a 30 días. Este se considera un tiempo de vencimiento apropiado dado que un tiempo de vencimiento más corto podría tener una mayor volatilidad esperada. Esta situación se observa en trabajos de investigación empírica que han encontrado que la volatilidad en los precios de futuros aumenta a medida que un contrato se acerca al vencimiento (Samuelson: 1965). Este podría ser el caso de los contratos de futuros con menos de 30 días restantes. Una mayor volatilidad esperada debido al tiempo de vencimiento podría sesgar los resultados de este análisis. También es posible aumentar el vencimiento del precio de futuros si es necesario y siempre podríamos tener contratos de mayor vencimiento disponibles para comparar.

V. Estadística Descriptiva

Esta sección presenta las estadísticas descriptivas de las volatilidades diarias (observadas) de los rendimientos al contado y de futuros del IPC y del S & P500. También se presenta el pronóstico de volatilidad de los modelos. Antes de ajustar los modelos GARCH y TARARCH que se muestran en los gráficos, se realizó una prueba de efectos ARCH para la serie bajo análisis. Esto se hizo para ver si estos tipos de modelos son apropiados para los datos (Brooks: 2013). La prueba realizada fue el ARCH-LM siguiendo el procedimiento de Engle (1982).²² Según los resultados, ambas series en estudio tienen efectos ARCH. Bajo el nulo de homocedasticidad en los errores, las estadísticas F fueron 8.04 para el spot y 4.00 para los precios de futuros del IPC (el valor crítico es 2.21 para 5 restricciones, 877 grados de libertad). Ambas estadísticas rechazan claramente la hipótesis nula a favor de la

²² Estas pruebas se realizaron utilizando mínimos cuadrados ordinarios, retrocediendo los retornos logarítmicos de la serie bajo análisis contra una constante. La prueba ARCH-LM se realiza sobre los residuos de esa regresión. La prueba consiste en hacer una regresión, en una segunda etapa en la que, los residuos cuadrados se corren frente a valores constantes y rezagados de los mismos residuos cuadrados. Los residuos cuadrados son un proxy de la varianza. La hipótesis nula es que los errores son homocedásticos. Se utilizó una estadística F para probar el valor nulo. La prueba se realizó con diferentes rezagos desde 2 a 10. Todos tienen los mismos resultados cualitativos. En el texto principal anterior solo se informan los casos de 5 rezagos, dada la práctica común en la literatura para los datos diarios en los que podría haber efectos de estacionalidad o "efectos del día de la semana" con esa frecuencia de datos. Así, cinco días hábiles pueden tomar en consideración la situación antes mencionada.

heterocedasticidad sobre esos errores. Para el S&P500, los resultados fueron cualitativamente similares, lo que indica heterocedasticidad en la dinámica de los errores (las estadísticas F fueron 21.75 para el spot y 21.79 para los precios de futuros del S&P500). Por tanto, es coherente aplicar modelos de tipo ARCH a los datos.

La Figura 1 presenta los registros de los precios al contado y de futuros del IPC y sus respectivas volatilidades diarias para el período analizado.²³ Se puede observar que el precio de los futuros suele estar por encima del precio al contado. Esto podría ser una indicación de la inflación esperada reflejada en los precios de futuros (Working: 1958). Además, se puede observar que la volatilidad de los futuros es considerablemente mayor que la volatilidad al contado (Samuelson: 1965). La Figura 2 presenta los registros de los precios al contado y de futuros del S&P500 y sus respectivas volatilidades diarias para el período de muestra relevante. El gráfico es cualitativamente diferente al del IPC, dado que no está claro que el precio de los futuros generalmente esté por encima del precio al contado, lo que brinda información sobre un mercado de "backwardation normal" (el precio al contado está por encima del precio de futuros). A veces ocurre que los mercados muestran un "backwardation normal" y está relacionado principalmente con eventos aleatorios (Working: 1958). La diferencia entre ambos índices puede estar relacionada con la liquidez y el volumen de operaciones, que es significativamente mayor para el S & P500. Además, hay una clara tendencia en la serie S & P500, que no se ve para el IPC.

Según Zivot (2009) es posible probar los efectos asimétricos analizando los retornos de la serie muestral. Si rt_2 y rt_1 tienen un coeficiente de correlación negativo (estadísticamente diferente de cero), entonces hay efectos asimétricos (también conocidos como "efectos de apalancamiento"). Para la serie en estudio, estos son -0.0634 y -0.0989 para las series IPC al contado y futuros, respectivamente, y -0.1570 y -0.2089 para las series al contado y futuros, respectivamente, S & P500.²⁴ Dado que existen efectos asimétricos, el modelo TARARCH explicado anteriormente se aplicará en las siguientes estimaciones. Las

²³ La volatilidad diaria se define simplemente como el valor absoluto del largo plazo.

²⁴ Los estadísticos t relevantes para estos coeficientes estimados son -4.95 y -7.61 para el IPC y -9.33 y -6.80 para el S&P500, lo que claramente rechaza la hipótesis nula de que los coeficientes estimados sean iguales a cero al nivel de significancia del 1%.

tablas 2 y 3 muestran las especificaciones GARCH (1,1) y TARCH (1,1) parsimoniosas para el IPC y S & P500, respectivamente. Estos modelos se eligieron de acuerdo con los resultados obtenidos a partir de los criterios de información (pruebas de Criterio de Información de Akaike y Criterio de Schwarz). Los parámetros del modelo fueron positivos y la mayoría de ellos estadísticamente significativos al nivel del 5%. La suma de $\alpha_1 + \beta_1$ fue menor que uno. Se aplicaron pruebas de diagnóstico en los modelos para garantizar que no hubiera problemas graves de especificación incorrecta. Se aplicó el estadístico de Ljung-Box en la Función de Autocorrelación sobre los residuales estandarizados obtenidos de los modelos de pronóstico (prueba de ruido blanco). Esto muestra que estos residuos son ruido blanco al analizar la estadística de prueba en el retraso de doce, por lo que son i.i.d., que no muestran problemas serios de especificación con los modelos estimados, considerando la prueba de Portmanteau.

La Tabla 4 muestra las estadísticas descriptivas para la volatilidad diaria y la volatilidad de los modelos de pronóstico para el IPC y S & P500. Como se puede observar, las medias de las series IPC de futuros son las que presentan valores más elevados (las volatilidades diarias y las previsiones de volatilidad). Estos hallazgos son consistentes con la Figura 1 donde la volatilidad diaria de los futuros normalmente se consideraba más alta que la volatilidad del spot. Las distribuciones en esa tabla están muy sesgadas y leptocúrticas, lo que indica una no-normalidad de los rendimientos y las estimaciones de pronóstico. Esto es consistente con el trabajo de Wei y Leuthold (1998) que analizaron la volatilidad en los mercados de futuros y tuvieron hallazgos similares con la volatilidad diaria de los precios de los futuros para los productos agrícolas. En cuanto al S & P500, se puede observar que también existe una clara evidencia de series de tiempo (ya sea para precios spot, futuros) con una distribución diferente a la normal estándar, dado que los valores de asimetría y curtosis son diferentes a cero y tres respectivamente, que son los valores de una distribución normal estándar. En términos de comparar el IPC vs S&P500, se puede observar que la curtosis para el último es relativamente mayor que la del primero. Esta es una indicación de que, para el período de tiempo bajo análisis, el S&P500 tuvo eventos más extremos (colas de la distribución), en comparación con el IPC.

Por último, la Figura 3 presenta las observaciones del IPC diario (línea superior) y las estimaciones de los modelos de pronóstico de volatilidad para las series de futuros y spot

respectivamente (líneas inferiores). Se puede observar en ambos gráficos que los modelos capturaron el agrupamiento de volatilidad mostrado para la volatilidad diaria. Las implicaciones de estos pronósticos son que capturan bastante bien la dinámica de los niveles de IPC para ambas series bajo estudio. Vale la pena mencionar que los picos observados en ese gráfico coinciden con períodos de volatilidad financiera: el aumento de la FED de su tasa de interés objetivo, el Brexit y las elecciones estadounidenses de 2016. Es decir, los modelos GARCH (1,1) y TARCH (1,1) muestran pronósticos que predicen una alta volatilidad cuando en realidad el nivel real de IPC era bajo y predicen baja volatilidad cuando el nivel real de IPC era alto. Los pronósticos son relativamente consistentes en términos de capturar la dinámica de básicamente todos los días de la muestra. De manera similar, la Figura 4 muestra el mismo tipo de información para la serie S & P500. Como se puede observar en la Figura 4, los resultados son cualitativamente similares a los obtenidos para la serie IPC. Los valores máximos coinciden para ambas series en relación con los eventos aumento de la tasa de interés objetivo de la FED.

VI. Resultados

VI.1 Método Paramétrico

Una vez que se obtiene la estimación de la volatilidad del día siguiente, los intervalos de confianza del 95% se crean multiplicando $\pm 1,96$ por la desviación estándar condicional prevista (del modelo GARCH y TARCH). Se realiza un análisis sobre el número de veces que el rendimiento puntual del IPC observado estuvo por encima de ese umbral del 95% (una infracción o una excepción). La Figura 5 muestra los retornos al contado del IPC y los intervalos de confianza de futuros contruidos con el modelo GARCH. Se puede observar que los retornos al contado del IPC estuvieron principalmente dentro del nivel de confianza del 95% para las previsiones diarias. Sin embargo, para el modelo GARCH hubo violaciones en 14 días, que representan el 2.75% del número total de observaciones. Considerando que se aplica un nivel de confianza del 95%, el modelo no debe superar el VaR más del 5% (Jorion: 2001) y no debe estar muy por debajo del 5% o estará sobrestimando el VaR. La Figura 6 muestra los mismos retornos al contado del IPC pero con intervalos de confianza

construidos con el modelo de volatilidad asimétrica (modelo TARCH). Para este caso el número de infracciones es 27, lo que representa el 5.29% del total de observaciones.

Para analizar la precisión de ambas metodologías se aplica el test de Kupiec (1995). Esta prueba determina si el número de excepciones es coherente con el nivel de confianza elegido. La hipótesis nula está a favor de que el modelo "sea preciso", al tener un número de excepciones relevante estadísticamente hablando considerando el nivel de confianza. Como se explica en Dowd y Blake (2006), para realizar la prueba de Kupiec solo se necesitan 3 entradas. Usando la misma notación que en Dowd y Blake (2006), estos son (c) el nivel de confianza elegido, (x) el número de excepciones o violaciones y (T) el número total de observaciones. La hipótesis nula para la prueba de Kupiec antes mencionada es $H_0: \hat{p} = p = \frac{x}{T}$, donde $\hat{p}$ es la tasa de excepción relevante (observada con el modelo estimado) y p es la tasa de falla sugerida de acuerdo con la tabla estadística. Esta prueba sigue una distribución χ^2 y tiene una forma de razón de verosimilitud (LR) de la siguiente manera (Dowd y Blake:

$$2006): \quad LR_{Kupiec} = -2 \ln \left(\frac{(1-p)^{T-x} p^x}{\left[1 - \left(\frac{x}{T}\right)\right]^{T-x} \left(\frac{x}{T}\right)^x} \right). \quad (11)$$

Se aplica la prueba de Kupiec, como explican Jorion (2000) y Dowd y Blake (2006), y teniendo un grado de libertad para la χ^2 el valor crítico es 3.84. La región de no rechazo (interpolación) para 889 observaciones (Kupiec: 1995) es $16 < x < 36$. Por tanto, el modelo GARCH rechaza la hipótesis nula de tener un modelo correcto. El modelo de volatilidad asimétrica (modelo TARCH) no rechaza la hipótesis nula relevante a favor de un modelo "correcto". Según la Ecuación 11, el estadístico de prueba de Kupiec para el modelo GARCH es 6.5284, que claramente rechaza el valor nulo del modelo "correcto" ($6.5284 > 3.8401$). El modelo TARCH (modelo asimétrico) tiene una estadística de prueba de Kupiec de 0.0851, que claramente no rechaza el valor nulo del modelo "correcto" ($0.0851 < 3.8401$). Por lo que es posible concluir que para estas estimaciones el modelo asimétrico es superior al modelo simétrico en términos de análisis de gestión de riesgos.

Para el S&P500, los resultados son cualitativamente similares. Las Figuras 7 y 8 presentan las estimaciones relevantes con los modelos GARCH y TARCH respectivamente. Se puede observar que los retornos al contado del S&P500 estuvieron en su mayoría dentro

del nivel de confianza del 95% para los pronósticos diarios. Sin embargo, para el modelo GARCH hubo excepciones por 15 días, lo que representa el 2.94% del número total de observaciones (Figura 7). En la Figura 8 se presentan los mismos retornos spot S&P500 pero con intervalos de confianza contruidos con el modelo de volatilidad asimétrica (modelo TARCH). Para este caso el número de infracciones es de 55, lo que representa el 6.27% del total de observaciones. Nuevamente, de acuerdo con la Ecuación 11, el estadístico de prueba de Kupiec para el modelo GARCH (S&P500) es 5.35, que claramente rechaza el valor nulo del modelo "correcto" ($5.35 > 3.84$). El modelo TARCH (modelo asimétrico) tiene una estadística de prueba de Kupiec de 1.59, que claramente no rechaza el valor nulo del modelo "correcto" ($1.59 < 3.84$). Por lo que es posible concluir que para estas estimaciones el modelo asimétrico es superior en comparación con el modelo simétrico en términos de análisis de gestión de riesgos.

Las pruebas de tipo de razón de verosimilitud (LR) incluyen la nula a favor de los modelos tradicionales de tipo no asimétrico. El rechazo de la nula será a favor de las volatilidades implícitas asimétricas tipo ARCH y modelos y opciones. El horizonte de pronóstico de n días por delante también se interpreta como la probabilidad de que el nivel futuro del mercado de valores esté dentro de cierto intervalo de confianza estadístico, es decir, el intervalo de confianza del 95%. Entonces se espera que estos resultados también puedan brindar pronósticos del nivel futuro (esperado) de los índices bursátiles de EE. UU. y México, lo que también podría tener implicaciones para la toma de decisiones de inversión. De acuerdo con los resultados podemos ver el LR a favor de la modelación asimétrica.

VI.2 Simulaciones de Bootstrapping

La metodología para realizar las simulaciones se explicó en la Sección III anterior. Las Tablas 5 y 6 presentan el VaR para las simulaciones de bootstrap realizadas en las series de futuros IPC y S&P500 respectivamente. Los números de n días previos considerados en las simulaciones fueron 10 y 30 días hábiles. Las simulaciones se realizaron aplicando las medidas GARCH (1,1), TARCH (1,1) y una opción de volatilidad implícita. Las simulaciones se realizaron para 10,000 repeticiones. Para cada repetición, el más bajo, el más alto y el promedio se tomaron de series de tiempo para separar matrices (bajo, promedio,

alto). Para obtener el MCRR para la posición larga, se consideraron las observaciones relevantes de la matriz de bajo valor. Lo mismo aplica para la posición corta, pero para ese caso se consideró la matriz con los valores más altos. Esto sigue la lógica de que para las posiciones largas, las disminuciones de precio (valores bajos) son riesgos de pérdidas potenciales y para las posiciones cortas, los aumentos de precios (valores altos) son riesgos de pérdidas potenciales.

Teniendo en cuenta el hecho de que los retornos al contado de IPC tienen autocorrelación, es necesario realizar el ajuste de arranque para este proceso autocorrelacionado. Se aplica aquí el procedimiento postulado por Politis y Romano (1994). Este es básicamente un método en el que los retornos autocorrelacionados se agrupan en bloques no superpuestos. Para este caso, el tamaño de estos bloques se fija durante la estimación.²⁵ Con el bootstrap se remuestran los bloques. Durante la simulación de los precios al contado del IPC, los rendimientos se obtienen de los bloques de remuestreo. La intuición es que, si las autocorrelaciones son insignificantes para una longitud mayor que el tamaño fijo del bloque, entonces este "bootstrap de bloques móviles" estimará muestras con aproximadamente la misma estructura de autocorrelación que la serie original (Brownstone y Kazimi: 2000). Por lo tanto, con este procedimiento el proceso autocorrelacionado de los residuales está casi replicado y es posible obtener una serie de puntos IPC simulados más precisos. Además, ese procedimiento estándar es una práctica común para tipos similares de estimaciones considerando tamaños de muestra y dinámica estadística de la serie (Mader et. Al.: 2013, Shao y Tu: 2012, Kosowski et. al. 2006, Brownstone y Valleta: 2001).²⁶

²⁵ También es posible tener bloques de tamaño aleatorio. Para una explicación más detallada, consulte Politis y Romano (1994).

²⁶ Alguna parte de la literatura mostró que, para retornos fuertemente dependientes, el uso de remuestreo en bloque falla. Sin embargo, no hay consenso al respecto. Partes de la literatura en las que abogan por la robustez estadística de esa metodología de arranque en bloque para algunos procesos autocorrelacionados, que no son específicamente fuertemente dependientes (Ver, por ejemplo, Shao y Tu: 2012, Kosowski et. 2001). La idea básica detrás de esto último es que existe el problema de que las observaciones en el mismo bloque dependen de las muestras de arranque, pero las observaciones en diferentes bloques son independientes. El procedimiento realizado en el presente trabajo de investigación aplica un remuestreo de bloque móvil, que está en línea con esa parte de la literatura. Agradezco a un árbitro anónimo por señalar los problemas de la estimación de remuestreo de bloques.

De la Tabla 5 se puede observar que para posiciones largas y cortas de diez días de negociación (tercera y cuarta columnas) se rechaza la hipótesis nula para el modelo GARCH (1,1) y no para el modelo TARARCH (1,1) durante el período simulado desde el 19/12/2019 hasta el 30/12/2019. No rechazar el nulo favorece el modelo "correcto", por lo que se puede observar que el modelo de volatilidad asimétrica es superior a su contraparte. Para completar, la Figura 9 muestra la densidad relevante obtenida con el proceso simulado para el IPC. El valor esperado es 46,448.85, que se refiere al nivel del IPC esperado para el 30/12/19. Se observan resultados cualitativos similares a los de diez días hábiles para las series S & P500. Sin embargo, para esa serie las estimaciones GARCH (1,1) rechazan el nulo. Una explicación de estos resultados es que el ajuste del pronóstico de volatilidad por efectos asimétricos arroja una ganancia, estadísticamente hablando, respecto a no tener el ajuste, como se puede observar para aquellas estimaciones además del GARCH (1,1). La Figura 10 muestra la densidad relevante para el S & P500, nuevamente, con el proceso de simulación bootstrap. En este caso, el valor esperado para ese índice bursátil es 2,621.74 para el 30/12/19. Podemos observar que para el horizonte temporal de 30 días, además de las estimaciones GARCH (1,1) para el resto de modelos, no se rechaza el nulo mostrando que son cualitativamente similares en términos de captura de relevancia entre modelos asimétricos y simétricos. Esto es cierto para las estimaciones de VaR de 1 día y 10 días de anticipación. Para ambos casos podemos observar ganancias que oscilan entre 4 y alrededor de 150 puntos base de requerimientos mínimos de capital en riesgo (VaR).

Sin embargo, se debe hacer una advertencia. Clare et. al (2002) argumentan sobre la posibilidad de persistencia de la volatilidad en la serie, que en ocasiones se observa en el tipo ARCH, las estimaciones pueden sobreestimar el VaR. Se recomienda realizar más investigaciones para otros activos financieros, es decir, tipo de cambio, tasas de interés, precios de las materias primas, además de la posibilidad de ampliar el presente análisis para incluir estimaciones de volatilidad estocástica y para diferentes períodos.

VII. Conclusiones

En la presente investigación analizamos asimetrías de volatilidad en índices bursátiles con desempeño superior y pronósticos más precisos de Kupiec que los obtenidos a través de modelos simétricos dentro de un marco de Valor en Riesgo (VaR). Estimamos tres modelos principales de pronóstico de volatilidad: un modelo de tipo ARCH retrospectivo, un modelo de volatilidad implícita de opciones prospectivas y modelos de VaR con asimetrías de volatilidad. Los resultados muestran que los modelos de VaR con asimetrías proporcionan estimaciones superiores en relación con el mismo modelo sin asimetrías. El caso empírico es para los precios futuros diarios del Índice Bursátil Mexicano y el Índice S&P500 de 2016 a 2019. De acuerdo con los resultados estimados, la hipótesis nula de que la volatilidad asimétrica implícita en la opción y el tipo ARCH no es precisa para estimar el VaR fue rechazada en favor de modelar modelos de VaR con asimetrías de volatilidad. Así, existe una ganancia estadística en cuanto a la aplicación de un modelo de volatilidad asimétrica dentro de un marco de VaR (Risk Management). Así, se concluye que es importante realizar pronósticos de volatilidad asimétrica dentro de los modelos de VaR para obtener medidas de riesgo más precisas. Nuestros hallazgos están en línea con la literatura, con respecto a la relevancia de tener en cuenta las asimetrías de volatilidad, ya que mostramos mejoras considerables al comparar estimaciones de modelos de VaR de volatilidad simétrica con las obtenidas en modelos de pronósticos tanto retrospectivos como prospectivos. Las referidas ganancias oscilan entre 4 y alrededor de 150 puntos básicos de requerimientos mínimos de riesgo de capital (VaR). Está documentada la relevancia de tener en cuenta las asimetrías de volatilidad para las metodologías de estimación de volatilidad amplia, retrospectiva y prospectiva.

Bibliografía

Benavides, G. (2006). Volatility Forecasts for the Mexican Peso – U.S. Dollar Exchange Rate: An Empirical Analysis of GARCH, Option Implied and Composite Forecast Models. *Series de Documentos de Investigación del Banco de México*, No. 2006-04.

Benavides, G. (2009). Price Volatility Forecasts for Agricultural Commodities: An Application of Historical Volatility Models, Option Implieds and Composite Approaches for Futures Prices of Corn and Wheat. *Journal of Management, Finance and Economics*. Vol. 3, Issue 2, pp. 40-59.

Benavides, G. and Snowden P. N. (2006). Futures for Farmers: Hedging Participation and the Mexican Corn Scheme. *Journal of Development Studies*. Vol. 42, No. 4, pp. 698 – 712.

Bollerslev, T. P. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*. Vol. 31, pp. 307-327.

Bollerslev, T. P., Chou, R. Y. and Kroner, K. F. (1992). ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence. *Journal of Econometrics* Vol. 52, pp.5-59.

Bollerslev, T. and Wooldridge, J. M. (1992) “Quasi-Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time Varying Covariances,” *Econometric Reviews*, Vol. 11, pp. 143–172.

Brooks, C. (2013). Introductory Econometrics for Finance. *Cambridge University Press*.

Brooks, C., Clare, A.D. and Persaud, G. (2000). A Word of Caution on Calculating Market-Based Minimum Capital Risk Requirements. *Journal of Banking and Finance*. Vol. 24, pp. 1557-1574.

Brooks, C. and Persaud, G. (2003). The Effect of Asymmetries on Stock Index Return Value-at-Risk Estimates. *Journal of Risk Finance*. Vol. 4, No. 2, pp. 29-42.

Brownstone, D. and Kazimi, C. (2000). Applying the Bootstrap, Dept. of Economics, Working Paper, *University of California*, Irvine.

Brownstone, D. and Valletta, R. (2001). The Bootstrap and Multiple Imputations: Harnessing Increased Computing Power for Improved Statistical Tests. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 15, Issue 4, pp. 129-141.

Chkili, W., Hammoudeh, S. and Nguyen, D. K. (2014). Volatility Forecasting and Risk Management for Commodity Markets in the presence of Asymmetry and Long Memory. *Energy Economics*. Vol. 41, pp. 1-18

Dowd, K. (1998). Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management. Chichester and New York: *Wiley and Sons*.

Dowd, K. and Blake, D. (2006). After VaR: The Theory, Estimation, and Insurance Applications of Quantile-Based Risk Measures. *Journal of Risk and Insurance*. Vol. 73, Issue 2, pp. 193-229

Efron, B. (1982). The Jackknife, the Bootstrap, and other Resampling Plans. *Society for Industrial and Applied Mathematics*. Philadelphia, PA, USA.

Engle, R. F. (1982) Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation, *Econometrica*. Vol. 50, pp. 987–1008.

Engle, R. F. (2002). Dynamic Conditional Correlation – A Simple Class of Multivariate GARCH Models. *Journal of Business & Economic Statistics*. Vol. 20, No. 3, pp. 339-350.

Engle, R. F. (2003). Risk and Volatility: Econometrics Models and Financial Practice. *Economics Nobel Prize Lecture*. New York University, Department of Finance, New York, USA. December.

Fama, E. 1965. The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business*. Vol. 38. pp. 34-105.

Fink, R. E. and Feduniak, R. B. (1988). Futures Trading: Concepts and Strategies. *NYIF Corp.*

Giot, P. (2005). Implied Volatility Indexes and Daily Value at Risk Models. *Journal of Derivatives*. Vol. 12. pp.54-64

Giot, P. and Laurent, S. (2004). Modelling daily Value-at-Risk using realized volatility and ARCH type models. *Journal of Empirical Finance*. Vol. 11, Issue 3, pp. 379-398

Glosten, L. R., Jaganathan, R. and Runkle, D. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Normal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*. Vol. 48, pp. 1779-1801.

Herbst, A. F., Kare, D. and Caples, S. (1989). Hedging Effectiveness and Minimum Risk Hedge Ratios in the Presence of Autocorrelation: Foreign Currency Futures. *Journal of Futures Markets*. Vol. 9, pp. 185-197.

Hsieh, D. A. (1991). Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets. *Journal of Finance*. Vol. 46. pp. 1839-1877.

Hsieh, D. A. (1993). Implications of Nonlinear Dynamics for Financial Risk Management. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Vol. 28. pp. 41-64.

Hull, J. 2013. Options, Futures and Other Derivatives. 9th. Edition. Prentice Hall.

Johnson, N. L. (1949) Systems of Frequency Curves Generated by Methods of Translations. *Biometrika*. pp. 149-175.

Jorion, P. (2000). The Value at Risk Field Book: The complete Guide to Implementing VaR. *McGraw-Hill*.

Jorion, P. (2001). Value at Risk: The Benchmark for Managing Market Risk. *McGraw-Hill*.

J.P. Morgan/Reuters Risk Metrics Technical Document. (1996). Available in the following Web page: <http://www.riskmetrics.com/rmcovv.html>

Kavussanos, M. G. and Visvikis, I. D. (2005) The Predictability of Non-Overlapping Forecasts: Evidence from the Derivatives Market in Greece. *Athens University of Economics and Business, Greece*. Working paper presented at the European Financial Management Association Milan Meetings June 2005.

Kosowski, R., Timmermann, A., Wermers, R. and White, H. (2006). Can Mutual Fund 'Stars' Really Pick Stocks? New Evidence from a Bootstrap Analysis. *The Journal of Finance*. Vol. 61, Issue 6, pp. 2551-2596.

Kupiec, P. H. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *Finance and Economics Discussion Series 95-24*. Board of Governors of the Federal Reserve System. USA.

Mader, M., Mader, W., Sommerlade, L., Timmer, J. and Schelter, B. (2013). Block-bootstrapping for Noisy Data, *Journal of Neuroscience Methods*, Vol. 219, Issue 2, pp 285-291.

Mandelbrot, B. 1963. The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business*. Vol. 36. pp. 394-419.

Manfredo, M. Leuthold, R. M. and Irwin, S. H. (2001). Forecasting Cash Price Volatility of Fed Cattle, Feeder Cattle and Corn: Time Series, Implied Volatility and Composite Approaches. *Journal of Agricultural and Applied Economics*. Vol. 33. Issue 3, pp. 523-538.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*. Vol. VII, No. 1.

Mohamed, A. R. (2005). Would Student's t -GARCH Improve VaR Estimates? Master's Thesis. *University of Jyväskylä, School of Business and Economics*.

Park, D. W. and Tomek, W. G. (1989). An Appraisal of Composite Forecasting Methods. *North Central Journal of Agricultural Economics*. Vol. 10, pp.1-11.

Pelletier, R. (1983). Contracts that Don't Expire Aid Technical Analysis. *Commodities*, pp. 71-75.

Politis, D.M. and Romano, J. P. (1994). The Stationary Bootstrap. *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 89. No. 428, pp. 1303-1313.

Poon, S.H., Granger, C.W.J., 2003. Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. *J. Econ. Lit.* Vol. 41, pp. 478–539.

Pong, S., Shackleton, M., Taylor, S. and Xu, X. (2003) Forecasting Currency Volatility: A Comparison of Implied Volatilities and AR(FI)MA models *Journal of Banking and Finance*. Vol. 28, Issue 10, pp. 2541-2563,

Samuelson, P. (1965). Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. *Industrial Management Review*, Vol. 6, pp. 41-49.

Schroeder, T. C., Albright, M. L., Langemeier, M. R. and Mintert, J. (1993). Factors Affecting Cattle Feeding Profitability. *Journal of the American Society of Farm Managers and Rural Appraisers*. Vol. 57, pp. 48-54.

Shao, J. and Tu, D. (2012) The Jackknife and Bootstrap. *Springer Finance Publishers*.

Taylor, S. J. (1986). The Behaviour of Futures Prices Overtime. *Applied Economics*, Vol. 17, Issue 4, pp. 713-734.

Wei, A. and Leuthold, R. M. (1998). Long Agricultural Futures Prices: ARCH, Long Memory, or Chaos Processes. *OFOR Paper Number 98-03*. University of Illinois at Urbana – Champaign. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=126951> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.126951>

Working, H. (1958). A Theory of Anticipatory Prices (in Economic Projections and a Statistical Contribution to Price Theory) *The American Economic Review*, Vol. 48, Papers and Proceedings of the Seventieth Annual Meeting of the American Economic Association. May. pp. 188-199.

Zakoïan, J. M. (1994). Threshold Heteroskedastic Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*. Vol. 18, pp. 931-944.

Zivot, E. (2009) Practical Issues in the Analysis of Univariate GARCH Models. In: Mikosch T., Kreiß JP., Davis R., Andersen T. (eds) *Handbook of Financial Time Series*. Springer, Berlin, Heidelberg.

Apéndice

TABLA 1 IPC Y S&P500 ESPECIFICACIONES DE CONTRATOS DE FUTUROS

Activo subyacente	IPC (Índice de Precios y Cotizaciones).	Indicador S&P500
Intercambio	MexDer.	CME Globex.
Asentamiento	El valor del IPC se multiplica por \$100 MXN	Indicador \$250 USD x S&P500
Símbolo	IPC.	SP
Meses de maduración	Cada mes por los siguientes doce meses y cada cuarto después de eso.	CME Globex: Un mes en el ciclo del Trimestre de marzo (Mar, Jun, Sep, Dec).
Límites de precios	No existen límites de precios.	Límites de precios del 7%, 13%, y 20% se aplican a el precio de fijación de futuros y entran en efecto de las 8:30 a.m. CT a las 3:00 p.m. CT. De lunes a viernes electrónicamente a través del CME Globex (Plataforma Electrónica)
Mecanismos de Negociación.	Electrónicamente a través del Sistema electrónico del MEXDER.	CME Globex: Domingo a viernes de 6:00pm a 5:00 pm tiempo de Nueva York/ET
Horarios para transacciones	Entre semana desde las 7:30 y hasta las 15:00 hrs tiempo de la Ciudad de México.	
Liquidación-diaria	Aplica conforme a las reglas establecidas por el MEXDER. Las pérdidas/ganancias son diarias se especifican por la cámara de compensación.	Aplica conforme a las reglas establecidas por la CME. Las pérdidas/ganancias son diarias se especifican por la cámara de compensación.
Fluctuación mínima de precio	El primer día de intercambio (no feriado) posterior al último día de intercambio comercial.	0.10 puntos indexados=\$25

Esta tabla presenta información detallada sobre los contratos de futuros de IPC y S & P500. MXN = pesos mexicanos (moneda mexicana). Fuente: MEXDER y CME. La página web de donde se obtuvo esta información es: http://www.mexder.com.mx/MEX/Contratos_Futuros.html (la información también está disponible en inglés) y <https://www.cmegroup.com/>

TABLA 2 ESTIMADOS DE VOLATILIDAD (ECUACIÓN DE LA VARIANZA) DEL SPOT DIARIO Y DE LOS PRECIOS DE LOS FUTUROS DEL IPC

GARCH(1, 1)	Spot	Futuros	TARCH(1,1) Spot	Futuros
α_0	1.49×10^{-4} (3.06×10^{-4})	6.13×10^{-6} (2.25×10^{-6})**	1.25×10^{-5} (3.75×10^{-6})***	5.01×10^{-6} (1.75×10^{-6})**
α_1	0.1899 (4.42×10^{-2})***	0.1322 (3.28×10^{-2})***	0.2097 (6.09×10^{-2})***	0.0689 (2.76×10^{-2})**
β_1	0.5802 (0.0915)*	0.7731 (0.0398)**	0.5830 (0.0957)**	0.823 (0.0379)**
δ	N/A	N/A	0.00045 (0.0007)**	0.1194 (0.0415)**
L	1,802.52	1,686.40	1,806.95	1,690.67
$Q(12)$	18.26	12.08	19.18	14.82
$Q^2(12)$	14.87	12.83	13.69	48.65
N	889	889	889	889

Esta tabla informa los valores de los parámetros de los modelos GARCH (1,1) y TARCH (1,1). Los errores estándar se muestran entre paréntesis. L representa la probabilidad logarítmica de la estimación. Las filas que muestran Q (12) y Q^2 (12) son el estadístico de Ljung-Box para residuos estandarizados y residuales estandarizados al cuadrado respectivamente, que tiene una distribución ji-cuadrada con 5 grados de libertad. El valor crítico es 21,02 al nivel del 5%. N representa el tamaño de la muestra. El tamaño de la muestra consta de datos diarios de junio de 2016 a diciembre de 2019. Fuente: Bloomberg y Banco de México.

TABLA 3 VOLATILIDAD ESTIMADA (ECUACIÓN DE LA VARIANZA) DEL PRECIO SPOT DIARIO Y DE LOS PRECIOS DE FUTUROS DEL S&P500

GARCH(1, 1)	Spot	Futuros	TARCH(1,1) Spot	Futuros
α_0	4.58×10^{-6} (7.93×10^{-4})***	4.38×10^{-6} (5.75×10^{-7})**	4.29×10^{-6} (6.19×10^{-7})***	3.65×10^{-6} (4.43×10^{-7})***
α_1	0.1751 (0.0288)*	0.2470 (0.0280)**	-0.0235 (0.0246)	0.0027 (0.0281)*
β_1	0.7356 (0.0389)*	0.6771 (0.0337)**	0.7589 (0.0369)**	0.7314 (0.0255)**
δ	N/A	N/A	0.3184 (0.042)**	0.1301 (0.0495)**
L	1,877.20	1,912.22	1,919.93	1,919.51
$Q(12)$	8.23	8.613	7.23	7.73
$Q^2(12)$	3.87	3.83	2.45	3.433
N	889	889	889	889

Esta tabla informa los valores de los parámetros de los modelos GARCH (1,1) y TARCH (1,1). Los errores estándar se muestran entre paréntesis. L representa la probabilidad logarítmica de la estimación. Las filas que muestran Q (12) y Q² (12) son el estadístico de Ljung-Box para residuos estandarizados y residuales estandarizados al cuadrado respectivamente, que tiene una distribución ji-cuadrada con 5 grados de libertad. El valor crítico es 21,02 al nivel del 5%. N representa el tamaño de la muestra. El tamaño de la muestra consta de datos diarios de junio de 2016 a diciembre de 2019. Fuente: Bloomberg, Banco de México, Fred Database.

TABLA 4 ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS DE LA VOLATILIDAD DIARIA DEL SPOT Y FUTUROS DEL IPC DE LOS MODELOS DE PRONÓSTICOS

Modelo/Series	Media	Desviación Estándar	Skewness	Kurtosis	N
IPC/S&P500					
<u>Spot</u> diaria	5.54×10^{-3}	4.99×10^{-3}	2.3350	14.33	889
Series de volatilidad	4.34×10^{-3}	1.28×10^{-3}	2.7614	14.75	889
Diaria de <u>Futuros</u>	6.88×10^{-3}	6.32×10^{-3}	2.1365	10.15	889
Series de volatilidad	4.53×10^{-3}	5.65×10^{-3}	3.4085	23.36	889
GARCH(1,1)	5.44×10^{-5}	3.79×10^{-5}	6.9702	79.36	889
Modelo para las series <u>spot</u>	4.36×10^{-5}	3.69×10^{-5}	6.6691	79.23	889
GARCH(1,1)	9.11×10^{-5}	5.87×10^{-14}	2.3384	9.15	889
Modelo para las series de <u>futuros</u>	9.13×10^{-5}	5.29×10^{-14}	2.3719	11.39	889
TARCH(1,1)	5.57×10^{-5}	3.89×10^{-5}	6.9191	79.87	889
Modelo para las series <u>spot</u>	4.92×10^{-5}	2.24×10^{-5}	4.7726	31.63	889
TARCH(1,1)	9.15×10^{-5}	5.86×10^{-5}	2.4319	11.98	889
Modelo para las series de <u>futuros</u>	5.18×10^{-5}	2.36×10^{-5}	5.7714	46.84	889

Esta tabla informa las estadísticas descriptivas de la volatilidad diaria y los modelos de pronóstico de volatilidad para el IPC diario y los rendimientos al contado y de futuros del S & P500. La muestra incluye 889 observaciones diarias desde el 19 de junio de 2016 hasta el 30 de diciembre de 2019. N = Número de observaciones. Fuente: Bloomberg, Banco de México, Fred Database.

TABLA 5 VaR PARA EL IPC DEL PORTAFOLIO DE FUTUROS OBTENIDO CON SIMULACIONES DE REMUESTREO

Modelo	VaR horizonte del día t ('trading days')	Requisito mínimo de riesgo de capital posición larga	Requisito mínimo de riesgo de capital posición corta	Resultado de la prueba de Kupiec
GARCH(1,1)	10 días de negociación (de 19/12/2019 hasta 30/12/2019).	8.23%	3.74%	Rechaza la nula
TARCH(1,1)		8.27%	3.85%	No se rechaza la nula
GARCH(1,1)	30 días de negociación (de 30/11/2019 hasta 30/12/2019).	15.85%	5.34%	No se rechaza la nula
TARCH(1,1)		15.24%	5.47%	No se rechaza la nula
Volatilidad Implícita (VIMEX)		9.83%	4.96%	No se rechaza la nula

Esta tabla presenta los resultados de las simulaciones de bootstrap. Se aplicaron 10,000 réplicas para simular el precio de IPC. Los horizontes temporales son de 10 y 30 días hábiles. Los precios de futuros de IPC se utilizan para esta tabla. Los modelos aplicados son GARCH (1,1), TARCH (1,1) y Volatilidad Implícita (VIMEX). El resultado de la prueba de Kupiec se refiere a la prueba estadística (resultado) como se explica en Kupiec (1995). El tamaño de la muestra es de 889 observaciones desde el 17 de junio de 2016 al 30 de diciembre de 2019. Fuente: Bloomberg y Banco de México.

TABLA 6 VaR PARA EL S&P500 DEL PORTAFOLIO DE FUTUROS OBTENIDO CON SIMULACIONES DE REMUESTREO

Modelo	VaR horizonte del día t ('trading days')	Requisito mínimo de riesgo de capital posición larga	Requisito mínimo de riesgo de capital posición corta	Resultado de la prueba de Kupiec
GARCH(1,1) TARCH(1,1)	10 días de negociación (de 19/12/2019 hasta 30/12/2019).	6.25%	11.35%	Rechaza la nula
		5.92%	11.71%	No se rechaza la nula
GARCH(1,1)	30 días de negociación (de 30/11/2019 hasta 30/12/2019).	11.99%	12.84%	Rechaza la nula
TARCH(1,1)		10.26%	13.51%	No se rechaza la nula
Volatilidad implícita (VIX)		10.43%	11.44%	No se rechaza la nula

Esta tabla presenta los resultados de las simulaciones de bootstrap. Se aplicaron 10,000 réplicas para simular el precio de S&P500. Los horizontes temporales son de 10 y 30 días hábiles. Los precios de futuros de S&P500 se utilizan para esta tabla. Los modelos aplicados son GARCH (1,1), TARCH (1,1) y Volatilidad Implícita (VIMEX). El resultado de la prueba de Kupiec se refiere a la prueba estadística (resultado) como se explica en Kupiec (1995). El tamaño de la muestra es de 889 observaciones desde el 17 de junio de 2016 al 30 de diciembre de 2019. Fuente: Bloomberg y Banco de México.

FIGURA 1 LOG FUTUROS E IPC SPOT Y SU VOLATILIDAD DIARIA (EL EJE DERECHO CORRESPONDE A LAS VOLATILIDADES DIARIAS)

Fuente: Estimación propia con datos de Bloomberg y Banco de México.

FIGURA 2 LOG FUTUROS Y SPOT S&P500, Y SUS VOLATILIDADES DIARIAS (EL EJE DERECHO CORRESPONDE A LAS VOLATILIDADES DIARIAS)

Fuente: Estimación propia con datos de Bloomberg y Banco de México.

FIGURA 3 INDICADOR IPC Y VOLATILIDADES DIARIAS DE PRECIOS SPOT Y DE FUTUROS (EL EJE IZQUIERDO CORRESPONDE A LAS VOLATILIDADES DIARIAS)

Fuente: Estimación propia con datos de Bloomberg y Banco de México.

FIGURA 4 INDICADOR S&P500 Y VOLATILIDADES DIARIAS DE PRECIOS SPOT Y DE FUTUROS (EL EJE IZQUIERDO CORRESPONDE A LAS VOLATILIDADES DIARIAS)

Fuente: Estimación propia con datos de Bloomberg y Banco de México.

FIGURA 5 RENDIMIENTO IPC SPOT Y NIVEL DE CONFIANZA DEL 95% DEL VaR
CONSTRUIDO CON EL IPC DE PRECIOS DE FUTUROS – MODELO GARCH (1,1)

Fuente: Estimación propia con datos de Bloomberg y Banco de México.

FIGURA 6 RENDIMIENTOS IPC SPOT Y 95% DE NIVEL DE CONFIANZA DEL VaR
CONSTRUIDO CON IPC PRECIOS DE FUTUROS – MODELO TARCH (1,1)

Fuente: Estimación propia con datos de Bloomberg y Banco de México.

FIGURA 7 RENDIMIENTOS S&P500 SPOT Y 95% DE NIVEL DE CONFIANZA DE DEL VaR CONSTRUIDA CON PRECIOS DE FUTUROS MODELO GARCH (1,1)

Fuente: Estimación propia con datos de Bloomberg y Banco de México.

FIGURA 8 RENDIMIENTOS S&P500 SPOT Y 95% DE NIVEL DE CONFIANZA DELVaR CONSTRUIDO CON PRECIOS DE FUTUROS S&P – MODELO TARCH (1,1)

Fuente: Estimación propia con datos de Bloomberg y Banco de México.

FIGURA 9 RENDIMIENTOS DE FUTUROS IPC POR REMUESTREO Y 95% DE NIVEL DE CONFIANZA DEL VaR CONSTRUIDO CON EL MODELO TARCH (1,1) Kernel,Bandwith=309.7)

Fuente: Estimación propia con datos de Bloomberg y Banco de México.

FIGURA 10 RENDIMIENTOS DE FUTUROS S&P500 POR REMUESTREO Y 95% DE NIVEL DE CONFIANZA DEL VaR CONSTRUIDO CON EL MODELO TARCH (1,1) (Kernel,Bandwith=25.55)

Fuente: Estimación propia con datos de Bloomberg y Banco de México.