Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2019-07

Contratos, Dinámica de Empresas y Productividad
Agregada

Bernabé López-Martín
Banco de México

David Pérez-Reyna
Universidad de los Andes

Abril 2019

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively the responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Contracts, Firm Dynamics and Aggregate Productivity*

Bernabe Lopez-Martin[†]
Banco de México

David Perez-Reyna[‡]
Universidad de los Andes

Resumen: En este documento se construye un modelo dinámico de empresas para evaluar el impacto que tiene el cumplimiento de contratos entre productores de un bien final y sus proveedores de bienes intermedios sobre el crecimiento de las empresas, la acumulación de tecnología y en la productividad agregada. Se parte del modelo estático de contratos de Acemoglu et al. (2007), donde la empresa productora del bien final elige la tecnología en actividades que se pueden contratar para que las lleven a cabo proveedores de bienes intermedios. Los proveedores deciden el nivel de inversión en actividades no contratables, anticipando los pagos que resultarán de la negociación con el productor del bien final. Se muestra que contratos incompletos implican una distorsión en las utilidades de los productores del bien final, lo que desincentiva la acumulación de tecnología. El modelo muestra diferencias en el producto por trabajador de hasta de 33% entre economías con contratos completos e incompletos. El impacto en el crecimiento de la empresa, en la distribución de tamaño y edad de las empresas es cuantitativamente significativo.

Palabras Clave: distorsiones tamaño-dependientes, contratos, productividad agregada, dinámica de empresas

Abstract: We construct a framework of firm dynamics to evaluate the impact of the enforcement of contracts between final goods producers and their intermediate goods suppliers on firm growth, technology accumulation, and aggregate productivity. We build upon the static contracts model of Acemoglu et al. (2007), where the final goods firm chooses technology in contractible activities conducted by suppliers of intermediate inputs. Suppliers select investments in non-contractible activities, anticipating the payoffs that will result from bargaining with the producer of the final good. We show that contractual incompleteness implies a wedge on profits for producers of the final good, which discourages technology accumulation. Our model estimates differences in output per worker of up to 33% between economies with complete and incomplete contracts. The impact on firm growth, the age and size distribution of firms is quantitatively significant.

Keywords: size-dependent distortions, contracts, aggregate productivity, firm dynamics

JEL Classification: D86, E23, O11, O40

*Este documento de investigación fue completamente escrito mientras Bernabe Lopez-Martin trabajaba en Banco de México. La versión original es la escrita en inglés.

[†] Dirección General de Investigación Económica, Banco de México. Email: bernabe.lopez@banxico.org.mx.

[‡] Universidad de los Andes. Email: d.perez-reyna@uniandes.edu.co.

1. Introducción

Un área fundamental de investigación en macroeconomía y desarrollo es identificar fuentes de distorsiones que expliquen significativas diferencias en la productividad total de los factores (PTF) y la producción per cápita entre países. Una literatura reciente se ha centrado en el análisis de estas distorsiones a nivel de la empresa y las consecuencias para la PTF agregada.¹ Se entiende que las distorsiones idiosincrásicas no solo afectan la asignación de insumos de producción entre las empresas, sino también los incentivos para invertir en tecnología y productividad dentro de la empresa. Ambos canales tienen, al menos en teoría, un impacto significativo en la productividad agregada. La identificación de las fuentes de estas distorsiones es de suma importancia para ayudar en el diseño de políticas económicas destinadas a promover el desarrollo económico. A su vez, el desarrollo de marcos cuantitativos contribuye a la comprensión de los mecanismos y el impacto potencial de las diferentes distorsiones que enfrentan las empresas en resultados agregados.

Construimos un marco dinámico de empresas heterogéneas para evaluar el impacto del cumplimiento de contratos en el crecimiento del ciclo de vida de las empresas y la productividad agregada. Nos basamos en el modelo de Acemoglu et al. (2007), que proporcionan una estructura manejable donde las empresas que producen bienes finales (en adelante, una empresa) necesitan obtener bienes intermedios de los proveedores. El primer bloque de construcción de este modelo es la representación de la tecnología como el rango de insumos intermedios utilizados por las empresas. El segundo bloque de construcción es el enfoque bien establecido para los modelos de contratación incompleta de la empresa de Grossman y Hart (1986) y Hart y Moore (1990). El productor de bienes finales decide la gama de bienes intermedios que empleará para la producción. Esta gama representa la tecnología de la empresa: una tecnología más avanzada es más productiva, pero conlleva mayores costos en términos de costos pecuniarios directos, así como aquellos que surgen de contratos con más proveedores. Los proveedores realizan actividades específicas de acuerdo a su relación, algunas de las cuales son contratables, mientras que el resto no son verificables ni se pueden contratar. La gama de actividades contratables en una economía

¹Ver Banerjee y Duflo (2005), Restuccia y Rogerson (2008), Hsieh y Klenow (2009). A continuación se presenta una revisión de la literatura.

representa la calidad de las instituciones necesarias para hacer contratos. Los productores de bienes finales pueden elegir los niveles de inversión en actividades contratables por el proveedor de cada bien intermedio. Sin embargo, los proveedores eligen la inversión en actividades no contratables, una decisión que anticipa los resultados de un juego de negociación. Esto da como resultado una asignación de recursos que no es eficiente: los proveedores tienden a sub-invertir en actividades no contratables, dado que no son los receptores residuales de las ganancias de producción obtenidas de sus inversiones. En una configuración estática, Acemoglu et al. (2007) muestran que el incumplimiento de contratos tiene un impacto negativo en la adopción de tecnología y puede potencialmente generar diferencias considerables de productividad entre países.

Ampliamos el análisis de esta fricción analizando su impacto en un marco de dinámica de empresas (Hopenhayn, 1992; Hopenhayn y Rogerson, 1993). Este enfoque nos permite hacer una contribución que describimos de la siguiente manera. Primero, mostramos que la fricción en estudio implica una *distorsión* (o distorsión equivalente a un impuesto) sobre las utilidades, que depende del nivel de tecnología de la empresa. En segundo lugar, describimos cómo esta distorsión afecta no solo el tamaño de la empresa, sino también los incentivos dinámicos para invertir en tecnología y productividad dentro de la empresa, lo que determinará el perfil de crecimiento del ciclo de vida de las empresas y la productividad agregada. Además, documentamos su impacto en la distribución por edad y tamaño de las empresas. Tercero, nuestro análisis nos permite conectar nuestros resultados cuantitativos con la literatura que estudia las fricciones alternativas en marcos teóricos similares. Por ejemplo, una extensa literatura ha estudiado el papel de las fricciones financieras, al examinar especificaciones alternativas, calibraciones y márgenes a través de los cuales afectan la productividad agregada.² Se puede hacer una comparación similar con la literatura que estudia los costos de entrada de empresas o la regulación del mercado laboral. Basados en de nuestros resultados cuantitativos, que resumimos a continuación, destacamos la importancia de las fricciones que distorsionan la capacidad de las empresas para hacer contratos con proveedores. Según nuestro conocimiento, somos los primeros

²Esta literatura es extensa, algunos ejemplos son: Amaral y Quintin (2010), Buera et al. (2011), D’Erasmus y Moscoso-Boedo (2012), Greenwood et al. (2013), Midrigan y Xu (2014), Moll (2014), Lopez-Martin (2016), Hill y Perez-Reyna (2017).

en explorar el papel de la ejecución de contratos entre la empresa y sus proveedores en un marco cuantitativo de dinámica de empresas.

Para nuestro análisis cuantitativo, consideramos la economía de los EE. UU. como un punto de referencia y calibramos nuestro modelo bajo el supuesto de que existen contratos completos. Algunos de los parámetros son estándar y se obtienen de la literatura sobre dinámica de empresas, mientras que otros se calibran para reproducir estadísticas clave de la economía de los Estados Unidos, tales como las tasas de salida de empresas, el crecimiento del ciclo de vida de las empresas, y la distribución del empleo por edad de la empresa. A continuación documentamos el desempeño de la economía, en equilibrio general, a medida que se reduce el rango de actividades contratables. Esto afecta la inversión en tecnología a nivel de empresa, la distribución por edad y tamaño de las empresas y la productividad agregada. Nuestro modelo explica hasta un 33 % de diferencia en la producción por trabajador en todas las economías, cifra que es comparable a las pérdidas generadas por las fricciones financieras en modelos cuantitativos similares. Además, observamos diferencias considerables en el crecimiento de las empresas cuando se comparan las economías con y sin la completitud de los contratos: el tamaño promedio de las empresas para las empresas de 26 a 30 años es 2.6 veces mayor que el de las empresas jóvenes cuando los contratos son completos (este número se replica mediante la calibración en el modelo base de referencia), mientras que el crecimiento de la empresa es insignificante cuando los contratos están incompletos. Finalmente, se evalúa el papel de los parámetros clave del modelo.

2. Relación con la Literatura

Nuestro trabajo está relacionado con diferentes áreas de la literatura sobre dinámica de empresas, mala asignación de recursos y productividad agregada. Está conectado a la literatura que evalúa los efectos de las distorsiones idiosincrásicas en modelos donde la productividad es endógena (ver Bhattacharya et al., 2013; Gabler y Poschke, 2013; Hsieh y Klenow, 2014; Ranasinghe, 2014; Alvarez Parra y Toledo, 2015; Buera y Fattal-Jaef,

2016; Bento y Restuccia, 2017; Da-Rocha et al., 2017). El análisis de estos modelos ha demostrado que suponer una distribución exógena de la productividad de la empresa puede llevar a subestimar las consecuencias de las distorsiones que afectan la asignación de recursos entre las unidades de producción. Las distorsiones pueden afectar los incentivos para mejorar la productividad, lo que aumenta el efecto sobre la asignación de recursos entre las empresas, generando así un mecanismo de amplificación. Este efecto puede ser particularmente perjudicial cuando las distorsiones son más graves para las empresas más productivas, a menudo denominadas *distorsiones correlacionadas*, como en Bento y Restuccia (2017).³

En relación con la línea de investigación anterior, contribuimos a la literatura que tiene como objetivo identificar y evaluar las fuentes de distorsiones, así como distorsiones dependientes del tamaño que enfrentan las empresas en general. Por ejemplo, D’Erasmus y Moscoso-Boedo (2012), Busso et al. (2012), Ulyssea (2018), López (2017), y Lopez-Martin (2016), entre otros, analizan la evasión fiscal o el sector informal.⁴ Lagos (2006), Moscoso-Boedo y Mukoyama (2011), Da-Rocha et al. (2016), Mukoyama y Osotimehin (2017), López y Torres (2018) evalúan los efectos de los costos de despido de trabajadores y la regulación del mercado laboral. Cole et al. (2016) desarrollan un modelo de verificación costosa de los estados y dinámico de capital de riesgo. Esta fricción afecta los incentivos para invertir en diferentes tecnologías que determinan el crecimiento del ciclo de vida de las empresas, la distribución por edad y tamaño de las empresas y la productividad agregada. Una serie de artículos han evaluado el papel de la delincuencia y la extorsión (Hill y Perez-Reyna, 2015; Ranasinghe, 2017; Ranasinghe y Restuccia, 2018) y políticas dependientes del tamaño y la aplicación de impuestos (Guner et al., 2008; Garcia-Santana y Pijoan-Mas, 2014; Gourio y Roys, 2014; Garicano et al., 2016; Amirapu y Gechter, 2018; Bachas et al., 2018). En línea con esta área general de investigación, analizamos una fuente particular de distorsiones, potencialmente correlacionadas con la productividad o la tecnología de la empresa, lo que reduce los incentivos para la inversión

³Hopenhayn (2014) proporciona fundamentos teóricos para comprender la relevancia cuantitativa de la correlación entre distorsiones y productividad en un entorno con una distribución de productividad exógena.

⁴En algunos de estos estudios, el sector informal se refiere al margen extensivo, mientras que el margen intensivo se refiere a las empresas que están registradas pero no cumplen plenamente con las obligaciones reglamentarias y tributarias.

en innovación y el crecimiento de la empresa.

Mukoyama y Popov (2015) está relacionados con nuestro trabajo. Incluyen la configuración del contrato incompleto de Acemoglu et al. (2007) en un modelo de crecimiento de equilibrio general dinámico con instituciones en evolución durante el proceso de industrialización. Muestran que la falta de completitud de los contratos conduce a dos tipos de asignación errónea que generan ineficiencia en la producción: el uso distorsionado de los insumos y la producción distorsionada de diferentes bienes.⁵ Boehm y Oberfield (2018) usan micro datos de empresas manufactureras en la India para mostrar que decisiones de producción y provisión aparecen sistemáticamente distorsionadas en estados con cumplimiento más débil. Encontramos que estos trabajos, así como su fuerte motivación del estudio de la ejecución de contratos, son complementarios a los nuestros.

3. Marco Cuantitativo

Consideramos una economía donde un continuo de empresas produce un bien final homogéneo. Nos referiremos a estas unidades de producción como *empresas*, en contraposición a los proveedores de productos intermedios. Estas empresas compran bienes intermedios a los proveedores, mientras que los proveedores necesitan invertir en una serie de actividades para entregar los bienes intermedios. Las empresas invierten cada período para mejorar su nivel de tecnología, el cual se refiere a la medida de los bienes intermedios (un nivel más alto de tecnología implica una gama más amplia de productos intermedios). Primero describimos el problema estático y el problema de contratación que enfrentan las empresas que siguen Acemoglu et al. (2007). En nuestro modelo el nivel de tecnología está dado en cualquier período. Luego describimos el problema dinámico de las empresas, que deciden cuánto invertir para mejorar su nivel de tecnología para el próximo período. Suponemos que hay un hogar representativo dotado de una unidad de tiempo que se suministra inelásticamente a las empresas como mano de obra.

⁵Schwarz y Suedekum (2014) extienden el modelo de Acemoglu et al. (2007) en un contexto de comercio internacional.

3.1. Tecnología y pagos

Llámesse $n \in \mathbb{R}_+$, el nivel de tecnología de una empresa, que representa la gama de productos intermedios que la empresa puede usar en la producción. En este sentido, una n mayor representa un bien final más complejo. Para cada $j \in [0, n]$, $\bar{x}(j)$ es la cantidad de insumo intermedio j . Introducimos un término con rendimientos decrecientes a escala en mano de obra a la función de producción original.⁶

$$y = z^{1-\beta} n^{\beta(\kappa+1-1/\alpha)} \left[\int_0^n \bar{x}(j)^\alpha dj \right]^{\beta/\alpha} \cdot l^\nu \quad (1)$$

con $\kappa > 0$ y $0 < \alpha < 1$. El parámetro α determina el grado de complementariedad entre los insumos, de modo que la elasticidad de sustitución es $1/(1 - \alpha)$. El parámetro κ controla la elasticidad de producción con respecto al nivel de la tecnología, mientras que ν rige la productividad marginal decreciente del trabajo.

Existe una gran cantidad de proveedores que maximizan los beneficios que producen los bienes intermedios, que tienen una opción externa ω . El proveedor de un insumo intermedio realiza una inversión específica para la relación, con un costo marginal constante c_x para cada actividad necesaria para la producción, que consideramos se encuentra en términos del costo de la mano de obra.⁷ La función producción de los insumos intermedios es Cobb-Douglas y simétrica en las actividades está dada por:

$$\bar{x}(j) = \exp \left[\int_0^1 \ln x(i, j) di \right], \quad (2)$$

donde $x(i, j)$ es el nivel de inversión en la actividad i realizada por el proveedor de insumos j . El pago al proveedor j consta de dos partes: un pago ex ante $\tau(j) \in \mathbb{R}$ antes de que se realicen las inversiones $x(i, j)$ y el pago $s(j)$ después de que se completen estas

⁶Más adelante consideraremos una versión del modelo con capital físico.

⁷En equilibrio general, el nivel salarial bajará a medida que las instituciones contractuales empeoren, reduciendo el costo marginal de las actividades de los proveedores y, en cierta medida, moderando los efectos negativos de condiciones más adversas (en este sentido, los resultados son conservadores).

inversiones. La recompensa al proveedor j , teniendo en cuenta su opción externa:

$$\pi_x(j) = \text{máx} \left\{ \tau(j) + s(j) - \int_0^1 c_x x(i, j) di, \omega \right\}.$$

Las utilidades de la empresa son:

$$\pi = y - \int_0^n [\tau(j) + s(j)] dj - w l,$$

donde w es el nivel salarial.

3.2. Equilibrio bajo contratos completos

Primero consideramos una economía de referencia donde los contratos son completos (es decir, los mejores). Con contratos completos, una empresa paga a cada proveedor la opción externa: hace una oferta de contrato $[\{x(i, j)\}_{i \in [0,1]}, \{s(j), \tau(j)\}]$ para cada insumo $j \in [0, n]$.

Consideramos un equilibrio perfecto en sub juegos, que puede ser representado como una solución al siguiente problema:

$$\text{máx}_{\{\{x(i,j)\}_{i,j}, \{s(j), \tau(j)\}_{j,l}\}} y - \int_0^n [\tau(j) + s(j)] dj - w l$$

sujeto a (1), (2) y la restricción de participación de los proveedores:

$$s(j) + \tau(j) - c_x \int_0^1 x(i, j) di \geq \omega \quad \forall j \in [0, n].$$

Esta última condición se satisface con la igualdad en el equilibrio, por lo que no hay rentas para los proveedores. Dado que todas las actividades son simétricas, la empresa elige el mismo nivel de inversión x para todas las actividades en todos los insumos intermedios. Con esta condición el problema se convierte en:

$$\pi(z, n) \equiv \text{máx}_{\{x,l\}} z^{1-\beta} n^{\beta(\kappa+1)} x^\beta l^\nu - n(x c_x + \omega) - w l. \quad (3)$$

Note que (3) es estrictamente cóncava en x y l siempre y cuando $1 - \beta - \nu > 0$.

El Lema 1 en el Apéndice A muestra que los valores para las actividades y trabajo bajo contratos completos está dado por:

$$x = \frac{1}{n} \left[\left(\frac{\nu}{w} \right)^\nu \left(\frac{\beta}{c_x} \right)^{1-\nu} z^{1-\beta} n^{\beta\kappa} \right]^{\frac{1}{1-\nu-\beta}} \quad y \quad l = \left[\left(\frac{\nu}{w} \right)^{1-\beta} \left(\frac{\beta}{c_x} \right)^\beta z^{1-\beta} n^{\beta\kappa} \right]^{\frac{1}{1-\nu-\beta}} \quad (4)$$

Y la producción es:

$$y = \left[\left(\frac{\nu}{w} \right)^\nu \left(\frac{\beta}{c_x} \right)^\beta z^{1-\beta} n^{\beta\kappa} \right]^{\frac{1}{1-\nu-\beta}}. \quad (5)$$

3.3. Equilibrio bajo contratos incompletos

Ahora consideramos una economía con contratos incompletos. El carácter incompleto del contrato se modela como la fracción de actividades no sujetas a contratos. Es decir, para cada insumo intermedio, definimos $\mu \in [0, 1]$ de tal manera que las inversiones en actividades $0 \leq i \leq \mu$ son observables y sujetas a contratos, mientras que $\mu < i \leq 1$ no lo son. El contrato estipula inversiones para las actividades contratables, pero no para las actividades $1 - \mu$ no contratables: los proveedores decidirán la inversión en $1 - \mu$ antes de la distribución ex post de los ingresos.

Los tiempos son los siguientes:

- z y n están fijos al principio del periodo.
- La empresa contrata trabajo l , ofrece contrato $[\{x_c(i, j)\}_{i=0}^\mu, \tau(j)]$ a cada insumo intermedio $j \in [0, n]$, donde $x_c(i, j)$ es el nivel de inversión en una actividad contratable, $\tau(j)$ es un pago adelantado al proveedor j (puede ser positivo o negativo).
- Los proveedores potenciales deciden si solicitar los contratos.
- Los proveedores $j \in [0, n]$ escogen niveles de inversión $x(i, j)$ para toda $i \in [\mu, 1]$. En actividades contratables $i \in [0, \mu]$, la inversión es $x(i, j) = x_c(i, j)$.

- Los proveedores y la empresa negocian con respecto a la división del retorno (los proveedores pueden retener sus servicios en actividades no contratables).
- Se produce y distribuye y .

Consideramos un equilibrio perfecto de sub juegos (SSPE) simétrico y denotamos mano de obra contratada, inversión en actividades contratables, inversión en actividades no contratables y pagos por adelantado a proveedores por $\{\hat{l}, \hat{x}_c, \hat{x}_n, \hat{\tau}\}$. Un SSPE se resuelve por inducción hacia atrás, en la penúltima etapa del juego dado l y x_c .

Nos interesa construir un equilibrio simétrico, supongamos que $x_n(-j)$ es una inversión en actividades no contratables para todos los proveedores distintos de j , mientras que la inversión del proveedor j es $x_n(j)$. Llámese el valor Shapley del proveedor j como $\bar{s}_x[l, x_c, x_n(-j), x_n(j)]$, para el cual se deriva una expresión explícita a continuación. En equilibrio, la simetría se cumple $x_n(j) = x_n(-j)$, por lo que x_n es un punto fijo dado por:

$$x_n = \arg \max_{x_n(j)} \bar{s}_x(l, x_c, x_n, x_n(j)) - (1 - \mu) c_x x_n(j). \quad (6)$$

Sea $s_x(l, x_c, x_n) \equiv \bar{s}_x(l, x_c, x_n, x_n)$. En un equilibrio simétrico, la producción en equilibrio de la empresa está dada por: $y = z^{1-\beta} (n^{\kappa+1} x_c^\mu x_n^{1-\mu})^\beta l^\nu$. El valor Shapley para la empresa se obtiene como un residual:

$$s(l, x_c, x_n) = z^{1-\beta} (n^{\kappa+1} x_c^\mu x_n^{1-\mu})^\beta l^\nu - n s_x(l, x_c, x_n)$$

El contrato ofrecido por la empresa productora del bien final debe cumplir la restricción de participación para los proveedores:

$$\bar{s}_x(l, x_c, x_n, x_n) + \tau \geq \mu c_x x_c + (1 - \mu) c_x x_n + \omega \quad (7)$$

El problema de maximización de la empresa (del bien final) es:

$$\max_{\{l, x_c, x_n, \tau\}} s(l, x_c, x_n) - n \tau - w l \quad \text{s.a. (6) y (7)}.$$

Podemos obtener τ de la restricción de participación que se satisface con la igualdad en

equilibrio, entonces:

$$\max_{\{l, x_c, x_n\}} s(\cdot) + n[\bar{s}_x(\cdot) - \mu c_x x_c - (1 - \mu) c_x x_n] - \omega n - w l$$

sujeto a la condición (6), y el pago por adelantado debe cumplir con:

$$\hat{\tau} = \mu c_x \hat{x}_c + (1 - \mu) c_x \hat{x} + \omega - \bar{s}_x(\hat{l}, \hat{x}_c, \hat{x}_n, \hat{x}_n)$$

Acemoglu et al. (2007) muestran que $s_x(l, x_c, x_n) = \frac{\beta}{\alpha + \beta} y/n$ y $s(l, x_c, x_n) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} y \cdot \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$ se interpreta como el poder de negociación de la empresa, creciente en α y decreciente en β . El papel de estos parámetros se discute con mayor detalle abajo.

3.3.1. Caracterización del equilibrio

Al utilizar la restricción de compatibilidad de incentivos, el problema del proveedor viene dado por:

$$x_n = \arg \max_{\{x_n(j)\}} \frac{\beta}{\alpha + \beta} z^{1-\beta} \left[\frac{x_n(j)}{x_n} \right]^{(1-\mu)\alpha} x_c^{\beta\mu} x_n^{\beta(1-\mu)} n^{\beta(\kappa+1)-1} l^\nu - (1 - \mu) c_x x_n(j).$$

En este problema hay dos diferencias con respecto al primer óptimo. Primero, el proveedor recibe una fracción $\frac{\beta}{\alpha + \beta}$, por lo que el proveedor no es un beneficiario residual del retorno de su inversión en actividades no contratables y, por lo tanto, invierte por debajo del nivel óptimo. En segundo lugar, la negociación multilateral distorsiona la concavidad del retorno privado. La solución se obtiene de la condición de primer orden del problema y resolviendo para el punto fijo $x_n(j) = x_n$, esto da como resultado un x_n único:

$$x_n = \bar{x}_n(x_c, l) = \left[\frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta} \times (c_x)^{-1} x_c^{\beta\mu} z^{1-\beta} n^{\beta(\kappa+1)-1} l^\nu \right]^{1/[1-\beta(1-\mu)]}. \quad (8)$$

Tomando esto como dado, el problema de la empresa es:

$$\begin{aligned} \pi_i(z, n; \mu) \equiv \max_{\{x_c, l\}} & z^{1-\beta} [x_c^\mu \bar{x}_n(x_c, l)^{1-\mu}]^\beta n^{\beta(\kappa+1)} l^\nu \\ & - c_x n \mu x_c - c_x n (1 - \mu) \bar{x}_n(l, x_c) - \omega n - w l \end{aligned} \quad (9)$$

En el Apéndice A se prueba que

$$l_i = h_1(\mu) \cdot l, \quad x_c = h_1(\mu) \cdot x, \quad x_n = h_2(\mu) \cdot x_c$$

y

$$y_i \equiv z^{1-\beta} n^{\beta(1+\kappa)} x_c^{\beta\mu} x_n^{\beta(1-\mu)} l_i^\nu = h_3(\mu) y, \quad (10)$$

donde

$$\begin{aligned} h_1(\mu) &\equiv \left[\frac{1}{\alpha + \beta} \left(\frac{\alpha + \beta - \alpha\beta(1-\mu)}{1 - \beta(1-\mu)} \right)^{1-\beta(1-\mu)} \alpha^{\beta(1-\mu)} \right]^{\frac{1}{1-\nu-\beta}} \\ h_2(\mu) &\equiv \alpha \frac{1 - \beta(1-\mu)}{\alpha + \beta - \alpha\beta(1-\mu)} \quad h_3(\mu) \equiv h_1(\mu)^{\beta+\nu(1-\mu)} \cdot h_2(\mu)^{(1-\mu)\beta}. \end{aligned}$$

Nótese que $h_1(1) = 1$ y $h'_1(\mu) > 0$, así que $x_c \leq x$ y $h_2(1) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ y $h'_2(\mu) > 0$, por lo que $x_n < x_c$. Esto implica que, $y_i < y$. Más aún, dado que $nc_x x = \beta y$ y $wl = \nu y$, podemos expresar las utilidades bajo contratos completos e incompletos respectivamente como:

$$\pi = (1 - \beta - \nu) y - \omega n \quad \text{y} \quad \pi_i = (1 - \beta - \nu) h_1 y - \omega n. \quad (11)$$

En otra sección analizamos cómo los contratos incompletos generan una distorsión que depende del nivel de tecnología de la empresa, conforme a Bento y Restuccia (2017).

3.4. Problema dinámico de la empresa

Ahora describimos el problema dinámico de las empresas. La tecnología n , una variable de estado, se acumula a lo largo del tiempo con la inversión en una tecnología de innova-

ción estocástica. El problema dinámico de la empresa se puede escribir en forma recursiva de la siguiente manera:

$$v(z, n) = \max_{\{e\}} \pi(z, n) - e - c_f \quad (12)$$

$$+ \gamma (1 - \phi) \sum_{\{n', z'\}} \Lambda(z' | z) \cdot P(n' | n, e) \cdot \max\{v(z', n'), \underline{v}\}$$

donde $\pi(z, n)$ es el nivel de utilidades, ya sea con mercados completos o incompletos, que depende del nivel de tecnología n y del choque de productividad estocástica z , e son gastos en la tecnología de innovación, γ es el parámetro de descuento y ϕ es un choque de salida exógeno. El costo fijo de producción por período c_f genera la salida de empresas, mientras que el valor de salida cuando una empresa decide cerrar es $\underline{v}$. La productividad de la empresa evoluciona según un proceso de Markov discreto $\Lambda(z' | z)$.

En cada período, las empresas pueden invertir en el bien de innovación e para aumentar el stock de tecnología.⁸ Tres resultados son posibles en cada período, dependiendo del monto de inversión en el bien de innovación del período anterior: la tecnología puede aumentar en una proporción ψ , puede permanecer constante o disminuir en ψ .

La tecnología se define en $\{\underline{n}, \underline{n}(1 + \psi), \underline{n}(1 + \psi)^2, \dots, \bar{n}\}$, donde $\underline{n}$ y $\bar{n}$ son los niveles más bajos y más altos posibles de tecnología, respectivamente. La probabilidad de un resultado exitoso se encuentra dada por:

$$P(n' = n(1 + \psi) | n, e) = \frac{(1 - \xi) \cdot (e/n)}{1 + (e/n)}.$$

Hay rendimientos decrecientes a la inversión en innovación e . Al fijar una probabilidad de éxito en la innovación, $P(n(1 + \psi) | n, e)$, la inversión necesaria en bienes de innovación e para aumentar la productividad de la empresa en un porcentaje fijo es proporcional a la tecnología n . El parámetro ξ determina el retorno esperado de la inversión en innovación.

⁸El proceso de innovación estocástica se basa en Pakes y McGuire (1994) y Farias et al. (2012). Para las especificaciones estocásticas relacionadas, ver Klette y Kortum (2004) y Atkeson y Burstein (2010).

La probabilidad de un resultado negativo se encuentra dada por:

$$P(n' = n/(1 + \psi) | n, e) = \frac{\xi}{1 + (e/n)}.$$

El nivel de tecnología n resume la historia de la inversión y el éxito en las innovaciones y rige el tamaño de la empresa (Klette y Kortum 2004). Además, se pierde cuando la empresa cierra, independientemente de si la salida se debe a un choque de salida exógeno o si es óptimo cerrar la empresa. Finalmente, se supone que la tecnología es específica de la empresa y no hay mercado para comercialarla.

3.5. Entrada de nuevas empresas

Una nueva empresa ingresa con un nivel inicial de tecnología $\underline{n}$. El valor de una empresa potencial para ingresar, neto del costo de entrada, está dado por:

$$v_e = \int v(z, \underline{n}) dF(z) - c_e$$

donde $F(z)$ es la distribución incondicional de la productividad idiosincrásica de la empresa z . En el equilibrio, una condición de punto de quiebre necesita ser satisfecha; $v_e = 0$.

3.6. El hogar representativo

Cerramos el modelo asumiendo que existe un hogar representativo de vida infinita con preferencias sobre la secuencia de consumo dadas por:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \gamma^t u(c_t)$$

donde c_t se refiere al consumo agregado en el periodo t , $\gamma \in (0, 1)$ es el factor de descuento, se asume que $u(c)$ satisface las condiciones estándar.

El hogar tiene una dotación de mano de obra que se suministra inelásticamente en el mercado. Los recursos para el hogar son $c = d + w - \overline{en} + \overline{ex}$, donde $\overline{en}$ denota los costos agregados de creación de empresas, $\overline{ex}$ es el valor agregado de salida de las empresas, d

denota los dividendos agregados de las empresas y los proveedores. Nos enfocamos en el equilibrio estacionario de esta economía, donde los precios y las variables agregadas son constantes.

4. Parámetros y Calibración

Comenzamos nuestro análisis con el modelo base. Como es estándar en la literatura, establecemos valores de parámetros que contribuyen de manera conjunta a replicar estadísticas clave de la economía de los Estados Unidos. El parámetro institucional crítico μ representa la proporción de actividades, de cada insumo intermedio, para las cuales la inversión es observable y contratable. Para la economía no distorsionada asumimos mercados perfectos. En la literatura cuantitativa sobre desarrollo financiero cuantitativo, por ejemplo, suponer que los mercados perfectos es estándar para los EE. UU.

4.1. Parámetros predeterminados

Primero enumeramos el conjunto de parámetros predeterminados en la Tabla 1, asignando valores estándar en la literatura. En el modelo, la duración de un período de tiempo representa un año. El factor de descuento γ de 0.99, junto con una tasa de mortalidad exógena de las empresas de 0.04 (que es un parámetro calibrado que se analiza a continuación), determina *un valor de descuento efectivo* de 0.95 para las empresas, que se encuentra dentro del rango de los valores de uso común.

Tabla 1. Parámetros Predeterminados.		
descripción/papel del parámetro	símbolo	valor
factor de descuento	$\gamma \cdot (1 - \phi)$	0.95
exponente en tecnología e insumos intermedios	β	0.45
exponente función producción en trabajo	ν	0.40
elasticidad de sustitución insumos intermedios	α	0.50
elasticidad del producto respecto a tecnología	κ	0.30
proceso productividad exog.: autocorrelación	ρ	0.60
proceso productividad exog: volatilidad	σ_ϵ	0.25

Los rendimientos a escala en la función de producción están determinados conjuntamente por ν y β . En Acemoglu et al. (2007), los autores consideran un marco de competencia monopolística, donde β determina la elasticidad de la demanda. Su valor de referencia para este parámetro es 0.75, en un modelo sin capital físico o trabajo. Este número es consistente con el rango generalmente aceptado de la elasticidad de sustitución entre las variedades de bienes finales.

En nuestra configuración, tenemos que tener en cuenta varias condiciones. Primero, los rendimientos a escala se determinan por ν y β , de modo que su suma debe estar en línea con los valores de *rangos de control* en la literatura o su curvatura equivalente en modelos de competencia monopolística (por ejemplo, Restuccia y Rogerson, 2008). En segundo lugar, el peso otorgado a los insumos intermedios es mayor que el peso al trabajo y capital (por ejemplo, Gopinath y Neiman, 2014). Tercero, como mostraremos más adelante, requerimos $\nu + \beta(\kappa + 1) < 1$ para tener una distorsión que sea creciente en el nivel de tecnología n , que es el caso relevante. Con estas consideraciones en mente, establecemos ν y β igual a 0.40 y 0.45, respectivamente. Sin embargo, discutiremos cómo cambian nuestros principales resultados con valores diferentes.

El valor de α determina el grado de complementariedad entre los insumos intermedios. Este parámetro no es relevante para la calibración, ya que no entra en el problema de las

empresas bajo contratos completos. Sin embargo, sí afecta el impacto de peores instituciones judiciales debido a su papel en el proceso de negociación: a medida que aumenta α los insumos intermedios se tornan más sustituibles, y la magnitud de los efectos disminuye. Dado que no hay una manera obvia de interpretar este parámetro a partir de los datos, seguimos a Acemoglu et al. (2007) al fijar su valor central en 0.50, y proporcionar una discusión de cómo cambian los resultados cuantitativos dentro de un rango de valores. El parámetro κ controla la elasticidad de la producción con respecto al nivel de la tecnología. Establecimos un valor de referencia de 0.30, en el rango considerado por Acemoglu et al. (2007).

El componente exógeno de productividad de la función de producción z sigue un proceso AR (1), con un parámetro de autocorrelación de 0.60 y un parámetro de volatilidad de 0.25, que se encuentran en la mitad de los rangos en la literatura, respectivamente, para sus valores (para un análisis ver Lopez-Martin, 2016). Estos parámetros no son cuantitativamente relevantes para nuestros resultados cuantitativos, ya que observamos el tamaño y el crecimiento de la productividad de las empresas a largo plazo. En nuestra configuración, conjuntamente con otros parámetros, contribuirán a determinar momentos tales como las tasas de salida por edad y tamaño, y la distribución por tamaño y edad de las empresas.⁹

4.2. Calibración

Ahora pasamos a nuestro enfoque de calibración, mostrado en la Tabla 2. El costo fijo de producción por período c_f , conjuntamente con la probabilidad exógena de salida de la empresa, indicada con ϕ , determinan las tasas de salida de la empresa en nuestro modelo. En un equilibrio estacionario, las tasas totales de salida e ingreso de las empresas son iguales, apuntamos a un nivel de 0.10, de acuerdo con la literatura (por ejemplo, Gabler y Poschke, 2013). Las empresas grandes y productivas tienen menos probabilidades de salir de forma endógena en este tipo de modelos y, por lo tanto, sus tasas de salida se generan principalmente por choques exógenos. El rango para este momento es de apro-

⁹Estos parámetros son relevantes en la literatura de restricciones financieras, ya que influyen en la dispersión del producto marginal del capital. En nuestro modelo no hay dispersión en el producto marginal del trabajo entre las empresas (o el capital, en la versión alternativa del modelo).

ximadamente 0.04-0.05 (Hsieh y Klenow, 2014; D’Erasmus y Moscoso-Boedo, 2012 y Ranasinghe, 2014); nuestro valor de 0.04 se encuentra en el límite inferior de este rango, en línea con D’Erasmus y Moscoso-Boedo (2012).

Tabla 2. Parámetros calibrados.		
descripción/papel del parámetro	símbolo	valor
costo fijo de producción por periodo	c_f	3.761
tasa de mortalidad exog. de las empresas	ϕ	0.040
innovación tecnológica: tamaño innovación	ψ	0.500
innovación tecnológica: probabilidad <i>éxito</i>	ξ	0.673
valor de proveedores	ω	0.020

Los tres parámetros calibrados restantes rigen principalmente el crecimiento dinámico de las empresas. El tamaño proporcional de cada paso de la tecnología viene dado por ψ , mientras que la probabilidad de un aumento en la tecnología, para un nivel dado de inversión, está determinada por ξ . Nos enfocamos en el patrón de crecimiento de las empresas documentadas por Hsieh y Klenow (2014) para los EE.UU., en dos puntos de su ciclo de vida: el tamaño de las sobrevivientes de 6 a 10 años en relación con la edad de 1 a 5 años y el tamaño de las sobrevivientes de edad 31-35 en relación con la edad 1-5 (ver Tabla 3). Las empresas crecen más rápido cuando son jóvenes, lo que requiere un ψ más grande; su crecimiento se modera posteriormente.¹⁰ El parámetro ω , que representa la opción externa para los proveedores, afecta la dinámica de crecimiento de las empresas más grandes y más productivas, ya que implica un costo que es creciente en el nivel de la tecnología (consulte la ecuación 3). El último objetivo que consideramos es la proporción del empleo en empresas de 41 años o más (Hsieh y Klenow, 2014).

¹⁰La elasticidad del trabajo con respecto al nivel de tecnología está dada por $\beta \cdot \kappa / (1 - \nu - \beta)$. Ver ecuación (4).

Tabla 3. Modelo Base: Momentos de Calibración.		
estadísticas objetivo	dato	modelo
tasa de salida total (= a entrada) de empresas	0.100	0.100
tasa de salida empresas con 500+ trabajadores	0.042	0.040
tamaño relativo empresas 6-10/1-5 a (supervivientes)	1.597	1.580
tamaño relativo empresas 31-35/1-5 años	2.890	2.964
participación de empleo en empresas con 41 + años	0.280	0.304
estadísticas no-objetivo	dato	modelo
participación del empleo en empresas con 0-10 años	0.247	0.227
participación del empleo en empresas con 11-20 años	0.207	0.188
participación del empleo en empresas con 21-30 años	0.146	0.148
participación del empleo en empresas con 31-40 años	0.121	0.132
empleo en empresas con 500+ trabajadores	0.496	0.467
inversión en tecnología/ producción bien final	0.064	0.076

FUENTE: momentos de datos de Hsieh y Klenow (2014) y McGrattan y Prescott (2010).

A continuación, analizamos el ajuste del modelo a lo largo de algunas dimensiones no objetivo (ver la Tabla 3). Aunque no apuntamos a la distribución completa del empleo por edad de la empresa, el modelo la replica correctamente. Además, en los Estados Unidos, la cola superior de la distribución de tamaño representa una parte significativa del empleo: en nuestro modelo, las empresas con más de 500 trabajadores representan 0.467 del empleo total, en comparación con 0.496 en los datos. En la calibración de referencia, la relación entre la inversión en tecnología y la producción de bienes finales es de 0.076. Esta cifra es comparable a la estimación del cociente entre la inversión en capital intangible comercial y el valor agregado de negocio doméstico de 0.064 por McGrattan y Prescott (2010) (ver su Tabla A3).

Terminamos esta sección con algunas aclaraciones relacionadas con la solución y la implementación numérica del modelo. El algoritmo para resolver este tipo de modelos con-

siste en normalizar el salario, luego se calcula c_e como el valor que, en equilibrio, satisface la condición de punto de quiebre con la igualdad (Hopenhayn y Rogerson, 1993; D’Erasmus y Moscoso-Boedo, 2012). El límite inferior en el nivel endógeno de la tecnología $\underline{n}$ se normaliza. El límite superior $\bar{n}$ se establece igual a un número suficientemente grande tal que no sea vinculante: consideramos 35 niveles de tecnología, mientras que en nuestras simulaciones el nivel máximo alcanzado por las empresas es 18. El componente de productividad exógena de la función producción sigue un proceso AR (1), que se ajusta de forma discreta de acuerdo a Tauchen (1986) para construir la matriz de Markov $\Lambda(z' | z)$.

5. Mecánica del Modelo

En esta sección discutimos brevemente cómo la falta de completitud de los contratos implica una distorsión, similar a un impuesto o *distorsión*, que afecta los incentivos para invertir en tecnología y, por lo tanto, el crecimiento promedio de la productividad de la empresa y el nivel de productividad agregada de la economía. Analizamos el mecanismo distinguiendo entre dos efectos: uno estático y otro dinámico. Primero, podemos mostrar que, *ceteris paribus* (y en equilibrio parcial, para los propósitos de esta sección), una menor μ limita el tamaño de la empresa. Segundo, como se mencionó anteriormente, la distorsión reduce los incentivos para que la empresa invierta en mejorar la tecnología, este es el efecto dinámico.

Nótese de (10) que y_i está aumentando en μ , con mejores contratos las empresas serán más grandes. El resultado es bastante directo si nos centramos en los insumos de producción: cuando $\mu < 1$ hay una distorsión, $1 - h_3(\mu)$, que disminuye en μ . Una mayor μ da como resultado una mayor demanda de insumos y, por lo tanto, un aumento de la producción.

Dado que n es una decisión dinámica, para analizar el segundo efecto, nos centramos en la distorsión sobre las ganancias, la cual genera incentivos para que la empresa invierta en

mejorar su nivel de tecnología (ver (12)). En nuestro modelo esta distorsión es creciente en n . Para ver por qué, recuerde de (11) que $\pi = A y - \omega n$ y $\pi_i = h_1(\mu) A y - \omega n$, donde $A = 1 - \beta - \nu$, $h'_1(\mu) > 0$ y $h_1(1) = 1$. Considere

$$\frac{\pi_i}{\pi} = \frac{h_1(\mu) \cdot A \cdot y - \omega \cdot n}{A \cdot y - \omega \cdot n} = \frac{h_1(\mu) \cdot A \cdot (y/n) - \omega}{A \cdot (y/n) - \omega}.$$

En tanto $\beta(\kappa + 1) + \nu < 1$, lo que es cierto en nuestra parametrización de referencia, entonces $g(n) \equiv (y/n)$ es estrictamente decreciente en n . Por lo tanto

$$\frac{\partial (\pi_i/\pi)}{\partial n} = \frac{(1 - h_1(\mu)) \cdot A \cdot g'(n) \cdot \omega}{(A \cdot (y/n) - \omega)^2} < 0.$$

La distorsión sobre ganancias es igual a $1 - \frac{\pi_i}{\pi}$, por lo que la desigualdad anterior implica que esta distorsión es creciente en n . Es decir, las empresas más grandes se ven más afectadas por la fricción que las empresas más pequeñas. A medida que aumenta μ , es menos costoso tener una n más alta. En nuestro modelo ω , que es la opción externa disponible para los proveedores, desempeña un papel crucial. Si $\omega = 0$, la distorsión para las empresas sería igual a $h_1(\mu)$, que no depende de n . Sin embargo, nos gustaría enfatizar que la distorsión no necesita incrementarse en n para afectar la inversión en tecnología, una distorsión constante es suficiente para generar un desincentivo dinámico para invertir en tecnología.

6. Análisis Cuantitativo

En esta sección discutimos los principales resultados cuantitativos. Primero, documentamos cómo la integridad del contrato afecta la acumulación de tecnología y el crecimiento a nivel de la empresa, con consecuencias para la distribución de la edad y del tamaño de las empresas en equilibrio general, así como la productividad agregada. En segundo lugar, analizamos el papel de diferentes parámetros clave.

6.1. Resultados cuantitativos del modelo base

El ejercicio principal consiste en reducir μ , el parámetro que representa la completitud de los contratos, a partir de la calibración del modelo base.¹¹ Como se comentó anteriormente, a medida que los contratos son relativamente *más incompletos* (es decir, reducimos μ y calculamos el nuevo equilibrio), la distorsión empeora, lo que reduce los incentivos para invertir en tecnología. En el caso extremo de que el contrato sea totalmente incompleto, el crecimiento de la empresa es insignificante incluso después de 26 años (consulte la Gráfica 1, panel izquierdo). Esto afecta directamente la distribución de la tecnología en la economía (Gráfica 1, panel derecho).

El impacto en la relevancia de las empresas con mayor antigüedad y tamaño, y la distribución del empleo por edad y tamaño de la empresa en general, es considerable: a medida que μ disminuye, también lo hace la participación del empleo en estas empresas (Gráfica

¹¹Para el análisis cuantitativo, y los resultados y gráficos que reportamos, consideramos $\mu \in (0.01, 0.99)$. Desafortunadamente, no podemos vincular directamente este parámetro a medidas de calidad institucional a través de economías (el desarrollo financiero se suele calibrar utilizando la relación entre crédito y PIB, que es medible y está disponible para un gran conjunto de economías). Caselli y Gennaioli (2013) argumentan que es razonable considerar que en algunos países el sistema judicial es ineficiente en la medida en que no existe la ejecución del contrato. Creemos que un enfoque indirecto para la estimación de μ en niveles intermedios capturaría fricciones que no están directamente relacionadas con el cumplimiento del contrato. En el Apéndice, proveemos evidencia empírica para apoyar nuestros resultados cuantitativos utilizando información de instituciones legales de todo el país.

2). En la parametrización del modelo base, la tasa de salida varía de 0.10 (un objetivo para nuestra calibración) a 0.15.¹² Las consecuencias económicas de la falta de completitud del contrato son económicamente significativas: en el caso extremo de falta de completitud de contrato, la producción por trabajador cae en más del 30 por ciento en relación con el escenario base (Gráfica 3). Estas pérdidas son comparables a las encontradas en la literatura de fricciones financieras.

**Gráfica 2. Impacto de la Incompletitud de los Contratos:
Empleo por Edad y Tamaño de la Firma**

6.2. Análisis de sensibilidad

A continuación, discutimos el papel de diferentes parámetros clave para nuestros resultados cuantitativos. El parámetro α determina el grado de complementariedad entre los insumos. Tal como lo señala Acemoglu et al. (2007), un mayor α implica una mayor elasticidad de sustitución entre diferentes insumos intermedios, por lo que cada proveedor se vuelve menos esencial en la producción, lo que aumenta el poder de negociación de la empresa que produce los bienes finales. Por lo tanto, la distorsión que enfrenta la empresa es decreciente en α . En nuestro modelo, este efecto influye en los incentivos para invertir

¹²Según nuestro conocimiento, no parece haber un patrón sistemático para las tasas de entrada y salida en las economías con diferentes niveles de desarrollo, ver Bartelsman et al. (2009). Una serie de estudios han documentado el menor tamaño de las empresas en economías en desarrollo (Tybout, 2000; Poschke, 2014; Garcia-Santana y Ramos, 2015).

en tecnologías más avanzadas y, por lo tanto, en el crecimiento del ciclo de vida de las empresas (Gráfica 4).

Gráfica 3. Impacto de la Incompletitud de los Contratos:

Gráfica 4. Impacto de la Incompletitud de los Contratos:

El parámetro α no afecta la asignación de recursos con contratos completos, por lo que no tenemos que recalibrar otros parámetros para analizar su función. Este no es el caso del

parámetro β . Esto hará que la comparación de las diferentes parametrizaciones sea menos transparente, ya que necesitamos modificar otros parámetros para replicar los momentos objetivo discutidos para la calibración. Mantenemos la cantidad de parámetros modificados en un mínimo, como se describe a continuación.

En nuestro modelo, el parámetro β determina el peso de la función de producción dado a la tecnología e insumos intermedios.¹³ En relación con la calibración base, reducimos β a 0.40, y disminuimos el costo fijo de producción por periodo c_f y el parámetro de innovación ξ , para mantener tasas de salida y crecimiento del ciclo de vida de las empresas conforme a los objetivos. En particular, nótese que se requiere una reducción significativa en ξ a 0.12 desde el valor de referencia de 0.673. Con una β más baja, se asigna menos peso a la tecnología n e insumos intermedios, por lo que el efecto negativo de la falta de completitud del contrato se reduce en relación con la calibración del modelo base (Gráfica 5). También se ha demostrado que el poder de negociación de la empresa está disminuyendo en β .

**Gráfica 5. Impacto de la Incompletitud de los Contratos:
Rol del Parámetro β**

¹³Acemoglu et al. (2007) considera un modelo de competencia monopolística donde β regula la elasticidad de la demanda. Un modelo de límites de control (nuestro enfoque) es isomorfo al modelo de competencia monopolística.

**Gráfica 6. Impacto de la Incompletitud de los Contratos:
Modelo Base y Modelo con Capital**

6.3. Modelo con capital de producción

Modificamos el modelo al introducir capital en la función de producción, considerando $f(k, l)^\nu$ con $f(k, l) = k^\theta l^{1-\theta}$, usando un parámetro θ estándar equivalente a $1/3$.¹⁴ Los resultados cuantitativos permanecen básicamente sin cambios (Gráfica 6).

7. Comentarios Finales

Hemos construido un marco dinámico de empresas heterogéneas para evaluar el impacto de la ejecución de contratos entre los productores de bienes finales y los proveedores en la acumulación de tecnología, el crecimiento del ciclo de vida de las empresas y la productividad agregada. Hemos demostrado que esta fricción implica una *distorsión* en las utilidades que depende del nivel de tecnología de la empresa, y que esta distorsión afecta no solo el tamaño de la empresa, sino también los incentivos dinámicos para invertir en tecnología y productividad dentro de la empresa. Esto determina el perfil de crecimiento del ciclo de vida de las empresas y la productividad agregada, así como la distribución por edad y tamaño de las empresas. Al explotar un marco teórico similar a los empleados en la literatura para estudiar los costos de entrada de empresas, las fricciones financieras y del mercado laboral, entre otros obstáculos que enfrentan las empresas, encontramos un

¹⁴Los principales parámetros permanecen sin cambio.

impacto económico significativo de la ejecución de contratos.

En principio, las empresas podrían mitigar potencialmente la distorsión causada por la falta de completitud de los contratos a través de la integración vertical. Esto ha recibido atención en la literatura de comercio internacional (por ejemplo, Antràs y Chor, 2013; Antràs y Helpman, 2006; Schwarz y Suedekum, 2014). Esta posibilidad enfrenta a la empresa a múltiples obstáculos, particularmente en las economías en desarrollo, que limitarán su crecimiento y aumentarán la complejidad del problema. Primero, las imperfecciones contractuales y las tecnologías de monitoreo son importantes para explicar la falta de delegación gerencial en las economías en desarrollo (Laeven y Woodruff, 2007; Caselli y Gennaioli, 2013; Cole et al., 2016; Akcigit et al., 2016, Grobovšek, 2017). En segundo lugar, la integración vertical puede ser costosa e ineficiente (Boehm y Oberfield, 2018), e implica que la empresa está obligada a invertir para desarrollar un producto para el cual no ha acumulado conocimientos técnicos y capital humano. Además, esta producción puede estar en una escala subóptima si la producción del bien intermedio es solo para su propio uso. En tercer lugar, como ya se mencionó, las fricciones financieras restringen el crecimiento de la empresa, mientras que las distorsiones dependientes del tamaño, en general, se vuelven más graves a medida que la empresa se hace más grande. Una serie de artículos en la literatura sobre la mala asignación de recursos considera la interacción de diferentes fricciones (por ejemplo, Antunes y Cavalcanti, 2007; Moscoso-Boedo y Mukoyama, 2011; Asturias et al., 2016; Ranasinghe y Restuccia, 2018). Esta línea de investigación podría ofrecer resultados interesantes en el caso de fricciones contractuales. Además, nos hemos abstraído de la posibilidad de que la capacidad de hacer cumplir los contratos pueda alterar la estructura industrial y la ventaja comparativa entre las economías (Nunn, 2007; Levchenko, 2007).

Según nuestro conocimiento, somos los primeros en explorar el papel de la ejecución de contratos entre la empresa y el proveedor en un marco cuantitativo de dinámica de empresas. Creemos que hay un amplio espacio para futuras investigaciones. Además de los problemas ya discutidos, se podrían explorar diferentes protocolos multilaterales de ne-

gociación repetida.¹⁵ Con base en nuestros resultados cuantitativos, hemos argumentado que las fricciones que distorsionan la capacidad de las empresas para contratar con proveedores son importantes para comprender las diferencias en el desarrollo en todas las economías.

¹⁵La negociación repetida no elimina las ineficiencias (no intentaremos presentar un conjunto exhaustivo de referencias sobre estos temas). Cai (2003), por ejemplo, estudia un juego de negociación de ofertas alternativas de información completa en el que algunos de los Equilibrios Perfectos de Markov exhiben demoras costosas. Además, el número máximo de períodos de demora que pueden sostenerse en este tipo de equilibrios aumenta en el orden del cuadrado del número de jugadores. Cai (2003) proporciona referencias adicionales y una enumeración de posibles fuentes de ineficiencias en estos modelos. Wolinsky (2000) analiza un modelo de contratación y recontractación entre una empresa y sus trabajadores, donde el equilibrio estacionario único es ineficiente. Ray y Vohra (2015) proporcionan una discusión exhaustiva sobre la posibilidad (y los problemas) de lograr la eficiencia en el contexto de la formación de coaliciones.

Referencias

- Acemoglu, Daron, Pol Antràs, y Elhanan Helpman**, “Contracts and Technology Adoption,” *American Economic Review*, Junio 2007, 97 (3), 916–943.
- Akcigit, Ufuk, Harun Alp, y Michael Peters**, “Lack of Selection and Limits to Delegation: Firm Dynamics in Developing Countries,” NBER Working Papers 21905, National Bureau of Economic Research, Inc 2016.
- Alvarez Parra, Fernando y Manuel Toledo**, “Innovation, Skills and Resource Misallocation in an Economy with Informality,” Agosto 2015.
- Amaral, Pedro S. y Erwan Quintin**, “Limited Enforcement, Financial Intermediation, and Economic Development: A Quantitative Assessment,” *International Economic Review*, Agosto 2010, 51 (3), 785–811.
- Amirapu, Amrit y Michael Gechter**, “Labor Regulations and the Cost of Corruption: Evidence from the Indian Firm Size Distribution,” 2018.
- Antràs, Pol y Davin Chor**, “Organizing the Global Value Chain,” *Econometrica*, Noviembre 2013, 81 (6), 2127–2204.
- **y Elhanan Helpman**, “Contractual Frictions and Global Sourcing,” NBER Working Papers 12747, National Bureau of Economic Research, Inc 2006.
- Antunes, Antonio R. y Tiago V. de V. Cavalcanti**, “Start up costs, limited enforcement, and the hidden economy,” *European Economic Review*, Enero 2007, 51 (1), 203–224.
- Asturias, Jose, Sewon Hur, Timothy J. Kehoe, y Kim J. Ruhl**, “The interaction and sequencing of policy reforms,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2016, 72 (C), 45–66.
- Atkeson, Andrew y Ariel Tomás Burstein**, “Innovation, Firm Dynamics, and International Trade,” *Journal of Political Economy*, Junio 2010, 118 (3), 433–484.
- Bachas, Pierre Jean, Roberto N. Fattal Jaef, y Anders Jensen**, “Size-dependent tax enforcement and compliance: global evidence and aggregate implications,” Policy Research Working Paper Series 8363, The World Bank Marzo 2018.

- Banerjee, Abhijit V. y Esther Duflo**, “Growth Theory through the Lens of Development Economics,” en Philippe Aghion y Steven Durlauf, eds., *Handbook of Economic Growth*, Vol. 1 of *Handbook of Economic Growth*, Elsevier, Agosto 2005, chapter 7, pp. 473–552.
- Barseghyan, Levon**, “Entry costs and cross-country differences in productivity and output,” *Journal of Economic Growth*, Junio 2008, 13 (2), 145–167.
- y **Riccardo DiCecio**, “Entry costs, industry structure, and cross-country income and TFP differences,” *Journal of Economic Theory*, Septiembre 2011, 146 (5), 1828–1851.
- Bartelsman, Eric, John Haltiwanger, y Stefano Scarpetta**, “Measuring and Analyzing Cross-Country Differences in Firm Dynamics,” en “Producer Dynamics: New Evidence from Micro Data” NBER Chapters, National Bureau of Economic Research, Inc, Junio 2009, pp. 15–76.
- Bento, Pedro y Diego Restuccia**, “Misallocation, Establishment Size, and Productivity,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, Julio 2017, 9 (3), 267–303.
- Bhattacharya, Dhritman, Nezh Guner, y Gustavo Ventura**, “Distortions, Endogenous Managerial Skills and Productivity Differences,” *Review of Economic Dynamics*, Enero 2013, 16 (1), 11–25.
- Boehm, Johannes y Ezra Oberfield**, “Enforcement and the Organization of Production,” Julio 2018.
- Buera, Francisco J., Joseph P. Kaboski, y Yongseok Shin**, “Finance and Development: A Tale of Two Sectors,” *American Economic Review*, Agosto 2011, 101 (5), 1964–2002.
- y **Roberto N. Fattal-Jaef**, “The Dynamics of Development: Innovation and Reallocation,” Febrero 2016.
- Busso, Matias, Maria Victoria Fazio, y Santiago Levy Algazi**, “(In)Formal and (Un)Productive: The Productivity Costs of Excessive Informality in Mexico,” Research Department Publications 4789, Inter-American Development Bank, Research Department Agosto 2012.

- Cai, Hongbin**, “Inefficient Markov perfect equilibria in multilateral bargaining,” *Economic Theory*, Octubre 2003, 22 (3), 583–606.
- Caselli, Francesco y Nicola Gennaioli**, “Dynastic Management,” *Economic Inquiry*, Enero 2013, 51 (1), 971–996.
- Cole, Harold L., Jeremy Greenwood, y Juan M. Sanchez**, “Why Doesn’t Technology Flow From Rich to Poor Countries?,” *Econometrica*, Julio 2016, 84, 1477–1521.
- Da-Rocha, Jose-Maria, Marina Mendes Tavares, y Diego Restuccia**, “Firing Costs, Misallocation, and Aggregate Productivity,” Working Papers 561, University of Toronto, Department of Economics Mayo 2016.
- Da-Rocha, José-María, Marina Mendes Tavares, y Diego Restuccia**, “Policy Distortions and Aggregate Productivity with Endogenous Establishment-Level Productivity,” NBER Working Papers 23339, National Bureau of Economic Research, Inc 2017.
- D’Erasmus, Pablo N. y Hernan J. Moscoso-Boedo**, “Financial structure, informality and development,” *Journal of Monetary Economics*, 2012, 59 (3), 286–302.
- Farias, Vivek, Denis Saure, y Gabriel Y. Weintraub**, “An approximate dynamic programming approach to solving dynamic oligopoly models,” *RAND Journal of Economics*, Junio 2012, 43 (2), 253–282.
- Gabler, Alain y Markus Poschke**, “Experimentation by Firms, Distortions, and Aggregate Productivity,” *Review of Economic Dynamics*, Enero 2013, 16 (1), 26–38.
- Garcia-Santana, Manuel y Josep Pijoan-Mas**, “The reservation laws in India and the misallocation of production factors,” *Journal of Monetary Economics*, 2014, 66 (C), 193–209.
- **y Roberto Ramos**, “Distortions and the size distribution of plants: evidence from cross-country data,” *SERIEs: Journal of the Spanish Economic Association*, Agosto 2015, 6 (3), 279–312.

- Garicano, Luis, Claire Lelarge, y John Van Reenen**, “Firm Size Distortions and the Productivity Distribution: Evidence from France,” *American Economic Review*, Noviembre 2016, *106* (11), 3439–3479.
- Gopinath, Gita y Brent Neiman**, “Trade Adjustment and Productivity in Large Crises,” *American Economic Review*, Marzo 2014, *104* (3), 793–831.
- Gourio, Francois y Nicolas Roys**, “Size-dependent regulations, firm size distribution, and reallocation,” *Quantitative Economics*, Julio 2014, *5*, 377–416.
- Greenwood, Jeremy, Juan Sanchez, y Cheng Wang**, “Quantifying the Impact of Financial Development on Economic Development,” *Review of Economic Dynamics*, Enero 2013, *16* (1), 194–215.
- Grobovšek, Jan**, “Managerial Delegation, Law Enforcement, and Aggregate Productivity,” 2017. WP, University of Edinburgh.
- Grossman, Sanford y Oliver Hart**, “The Costs and Benefits of Ownership: A Theory of Vertical and Lateral Integration,” *Journal of Political Economy*, 1986, *94* (4), 691–719.
- Guner, Nezih, Gustavo Ventura, y Xu Yi**, “Macroeconomic Implications of Size-Dependent Policies,” *Review of Economic Dynamics*, Octubre 2008, *11* (4), 721–744.
- Hart, Oliver D. y John Moore**, “Property Rights and the Nature of the Firm,” Technical Report 1990.
- Hill, Enoch y David Perez-Reyna**, “Public Law Enforcement: More is not Always Better,” Diciembre 2015.
- y —, “Financial development and occupational choice,” *Journal of Macroeconomics*, 2017, *54* (PB), 393–409.
- Hopenhayn, Hugo A.**, “Entry, Exit, and Firm Dynamics in Long Run Equilibrium,” *Econometrica*, Septiembre 1992, *60* (5), 1127–50.
- , “On the Measure of Distortions,” NBER Working Papers 20404, National Bureau of Economic Research, Inc Agosto 2014.

- Hopenhayn, Hugo y Richard Rogerson**, “Job Turnover and Policy Evaluation: A General Equilibrium Analysis,” *Journal of Political Economy*, Octubre 1993, 101 (5), 915–938.
- Hsieh, Chang-Tai y Peter J. Klenow**, “Misallocation and Manufacturing TFP in China and India,” *The Quarterly Journal of Economics*, 2009, 124 (4), 1403–1448.
- y —, “The Life Cycle of Plants in India and Mexico,” *The Quarterly Journal of Economics*, 2014, 129 (3), 1035–1084.
- Klette, Tor Jakob y Samuel Kortum**, “Innovating Firms and Aggregate Innovation,” *Journal of Political Economy*, Octubre 2004, 112 (5), 986–1018.
- Laeven, Luc y Christopher Woodruff**, “The Quality of the Legal System, Firm Ownership, and Firm Size,” *The Review of Economics and Statistics*, Noviembre 2007, 89 (4), 601–614.
- Lagos, Ricardo**, “A Model of TFP,” *Review of Economic Studies*, 2006, 73 (4), 983–1007.
- Levchenko, Andrei A.**, “Institutional Quality and International Trade,” *Review of Economic Studies*, 2007, 74 (3), 791–819.
- López, José Joaquín**, “A quantitative theory of tax evasion,” *Journal of Macroeconomics*, 2017, 53 (C), 107–126.
- y **Jesica Torres**, “Size-dependent policies, talent misallocation, and the return to skill,” 2018.
- Lopez-Martin, Bernabe**, “Informal Sector Misallocation,” Working Papers 2016-09, Banco de México Junio 2016.
- McGrattan, Ellen R. y Edward C. Prescott**, “Unmeasured Investment and the Puzzling US Boom in the 1990s,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, Octubre 2010, 2 (4), 88–123.
- Midrigan, Virgiliu y Daniel Yi Xu**, “Finance and Misallocation: Evidence from Plant-Level Data,” *American Economic Review*, Febrero 2014, 104 (2), 422–58.

- Moll, Benjamin**, “Productivity Losses from Financial Frictions: Can Self-Financing Undo Capital Misallocation?,” *American Economic Review*, Octubre 2014, 104 (10), 3186–3221.
- Moscoso-Boedo, Hernan J. y Toshihiko Mukoyama**, “Evaluating the Effects of Entry Regulations and Firing Costs on International Income Differences,” Virginia Economics Online Papers 379, University of Virginia, Department of Economics Octubre 2011.
- Mukoyama, Toshihiko y Latchezar Popov**, “Industrialization and the Evolution of Enforcement Institutions,” 2015 Meeting Papers 1275, Society for Economic Dynamics 2015.
- y **Sophie Osotimehin**, “Barriers to Reallocation and Economic Growth: the Effects of Firing Costs,” Mayo 2017.
- Nunn, Nathan**, “Relationship-Specificity, Incomplete Contracts, and the Pattern of Trade,” *The Quarterly Journal of Economics*, 2007, 122 (2), 569–600.
- Pakes, Ariel y Paul McGuire**, “Computing Markov-Perfect Nash Equilibria: Numerical Implications of a Dynamic Differentiated Product Model,” *RAND Journal of Economics*, Invierno 1994, 25 (4), 555–589.
- Poschke, Markus**, “The Firm Size Distribution across Countries and Skill-Biased Change in Entrepreneurial Technology,” IZA Discussion Papers 7991, Institute for the Study of Labor (IZA) Febrero 2014.
- Ranasinghe, Ashantha**, “Impact of policy distortions on firm-level innovation, productivity dynamics and TFP,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2014, 46 (C), 114–129.
- , “Property rights, extortion and the misallocation of talent,” *European Economic Review*, 2017, 98 (C), 86–110.
- y **Diego Restuccia**, “Financial frictions and the rule of law,” *Journal of Development Economics*, 2018, 134 (C), 248–271.

- Ray, Debraj y Rajiv Vohra**, *Coalition Formation*, Vol. 4 of *Handbook of Game Theory with Economics Applications*, Elsevier, 2015.
- Restuccia, Diego y Richard Rogerson**, “Policy Distortions and Aggregate Productivity with Heterogeneous Plants,” *Review of Economic Dynamics*, Octubre 2008, 11 (4), 707–720.
- Schwarz, Christian y Jens Suedekum**, “Global sourcing of complex production processes,” *Journal of International Economics*, 2014, 93 (1), 123–139.
- Tauchen, George**, “Finite state Markov-chain approximations to univariate and vector autoregressions,” *Economics Letters*, 1986, 20 (2), 177–181.
- Tybout, James R.**, “Manufacturing Firms in Developing Countries: How Well Do They Do, and Why?,” *Journal of Economic Literature*, Marzo 2000, 38 (1), 11–44.
- Ulyssea, Gabriel**, “Firms, Informality, and Development: Theory and Evidence from Brazil,” *American Economic Review*, Agosto 2018, 108 (8), 2015–47.
- Wolinsky, Asher**, “A Theory of the Firm with Non-Binding Employment Contracts,” *Econometrica*, Julio 2000, 68 (4), 875–910.

Apéndice A. Apéndice Matemático

Lema 1 deriva los valores de referencia para las actividades, trabajo y producción.

Lema 1. *Los valores de equilibrio para actividades, trabajo y producción están dadas por*

$$x = \frac{1}{n} \left[\left(\frac{\nu}{w} \right)^\nu \left(\frac{\beta}{c_x} \right)^{1-\nu} z^{1-\beta} n^{\beta\kappa} \right]^{\frac{1}{1-\nu-\beta}},$$

$$l = \left[\left(\frac{\nu}{w} \right)^{1-\beta} \left(\frac{\beta}{c_x} \right)^\beta z^{1-\beta} n^{\beta\kappa} \right]^{\frac{1}{1-\nu-\beta}} \quad y \quad y = \left[\left(\frac{\nu}{w} \right)^\nu \left(\frac{\beta}{c_x} \right)^\beta z^{1-\beta} n^{\beta\kappa} \right]^{\frac{1}{1-\nu-\beta}}.$$

Demostración. La condición de primer orden de (3) con respecto a x es:

$$\beta z^{1-\beta} n^{\beta(\kappa+1)-1} x^{\beta-1} l^\nu = c_x \quad (\text{A1})$$

mientras que la condición de primer orden con respecto a l es:

$$\nu z^{1-\beta} n^{\beta(\kappa+1)} x^\beta l^{\nu-1} = w \quad (\text{A2})$$

Al tomar el cociente de (A1) y (A2):

$$l = \frac{c_x}{w} \frac{\nu}{\beta} n x; \quad (\text{A3})$$

reemplazar en (A2):

$$\nu z^{1-\beta} n^{\beta(\kappa+1)} x^\beta \left[\frac{c_x}{w} \frac{\nu}{\beta} n x \right]^{\nu-1} = w$$

entonces:

$$x^{1-\nu-\beta} = \frac{\nu z^{1-\beta} n^{\beta(\kappa+1)}}{w} \left[\frac{c_x}{w} \frac{\nu}{\beta} n \right]^{\nu-1}. \quad (\text{A4})$$

(A3) y (A4) dan el resultado. $\square$

Lema 2 demuestra suficientes condiciones para garantizar que la función objetivo en (9) es estrictamente cóncava.

Lema 2. $1 > \beta + \nu$ es una condición suficiente para que la función objetivo (9) sea estrictamente cóncava.

Demostración. Si se substituye (8) en (9), se puede escribir la función objetivo como

$$Bx_c^{\frac{\beta\mu}{1-\beta(1-\mu)}} l^{\frac{\nu}{1-\beta(1-\mu)}} - c_x n \mu x_c - \omega n - w l, \quad (\text{A5})$$

donde

$$B \equiv \frac{\alpha + \beta - \alpha\beta(1-\mu)}{1 - \beta(1-\mu)} \left[\frac{1}{\alpha + \beta} \left(\frac{\alpha\beta}{c_x} \right)^{\beta(1-\mu)} z^{1-\beta} n^{\beta(\kappa+\mu)} \right]^{\frac{1}{1-\beta(1-\mu)}}.$$

(A5) es una función Cobb-Douglas con insumos x_c y l así que es estrictamente cóncava en x_c y l siempre y cuando

$$\frac{\beta\mu}{1 - \beta(1-\mu)} + \frac{\nu}{1 - \beta(1-\mu)} < 1,$$

que es equivalente a $1 > \beta + \nu$. $\square$

La Proposición 1 muestra que μ determina la distorsión entre la demanda de insumos, el trabajo y las ganancias bajo contratos completos y contratos incompletos. Esta distorsión es decreciente en μ y desaparece cuando $\mu = 1$. Una consecuencia de esta propuesta es que la demanda de insumos, el trabajo y las utilidades aumentan en μ .

Proposición 1. Sea

$$h_1(\mu) \equiv \left[\frac{1}{\alpha + \beta} \left(\frac{\alpha + \beta - \alpha\beta(1-\mu)}{1 - \beta(1-\mu)} \right)^{1-\beta(1-\mu)} \alpha^{\beta(1-\mu)} \right]^{\frac{1}{1-\nu-\beta}}$$

$$h_2(\mu) \equiv \alpha \frac{1 - \beta(1-\mu)}{\alpha + \beta - \alpha\beta(1-\mu)}$$

y denota por $x_c(n, z; \mu)$ la demanda de insumos contratables, $x_n(n, z; \mu)$ la demanda de insumos no contratables, $l_i(n, z; \mu)$ la demanda de mano de obra y $y_i(n, z; \mu)$ la produc-

ción bajo contratos incompletos. De manera similar, sea $x(n, z)$ la demanda de insumos, $l_c(n, z)$ la demanda por trabajo y $y(n, z)$ la producción bajo contratos completos. Entonces

$$\begin{aligned} x_c(z, n, k; \mu) &= h_1(\mu) x(z, n, k) & x_n(z, n, k; \mu) &= h_2(\mu) x_c(z, n, k; \mu) \\ l_i(z, n, k; \mu) &= h_1(\mu) l(z, n, k) & y & y_i(n, z; \mu) = h_1(\mu)^{\beta+\nu} h_2(\mu)^{(1-\mu)\beta} y(n, z). \end{aligned}$$

Adicionalmente, $h'_1(\mu) > 0$, $h_1(1) = 1$ y $h'_2(\mu) > 0$, $h_2(1) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$.

Demostración. Primero probaremos las propiedades de $h_i(\mu)$. Nótese que $h_1(1) = 1$ y $h_2(1) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ es sencillo. Para probar que $h'_1(\mu) > 0$ considere

$$f_1(\mu) \equiv (1 - \beta(1 - \mu)) [\ln(\alpha + \beta - \alpha\beta(1 - \mu)) - \ln(1 - \beta(1 - \mu))] + \beta(1 - \mu) \ln \alpha.$$

Probar que $f'_1(\mu) > 0$ es equivalente a demostrar que $h'_1(\mu) > 0$. Nótese que

$$f'_1(\mu) = \beta \left[\ln \left(\frac{\alpha + \beta - \alpha\beta(1 - \mu)}{\alpha(1 - \beta(1 - \mu))} \right) - \frac{\beta}{\alpha + \beta - \alpha\beta(1 - \mu)} \right].$$

Sea

$$a \equiv \frac{\alpha + \beta - \alpha\beta(1 - \mu)}{\alpha(1 - \beta(1 - \mu))} = 1 + \frac{\beta}{\alpha(1 - \beta(1 - \mu))}.$$

Como $\beta \in (0, 1)$, entonces $a > 1$. Adicionalmente,

$$\frac{\beta}{\alpha + \beta - \alpha\beta(1 - \mu)} = 1 - \frac{1}{a},$$

por lo que demostrar $f'_1(\mu) > 0$ es equivalente a probar que $g(a) = \ln a - 1 + \frac{1}{a} > 0$ para $a > 1$. Nótese que $g(1) = 0$ y $g'(a) = (a - 1)/a^2 > 0$ para $a > 1$.

Para probar que $h'_2(\mu) > 0$ considere $f_2(\mu) \equiv \ln(1 - \beta(1 - \mu)) - \ln(\alpha + \beta - \alpha\beta(1 - \mu))$. $f'_2(\mu) > 0$ es equivalente a demostrar que $h'_2(\mu) > 0$. Nótese que

$$f'_2(\mu) = \frac{\beta}{1 - \beta(1 - \mu)} - \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta - \alpha\beta(1 - \mu)}.$$

$f'_2(\mu) > 0$ si y solo si $\beta > 0$, lo cual se considera por supuesto.

Para completar la demostración, sustituimos (8) en (9).¹⁶ Calculando las condiciones de primer orden con respecto a x_c y l se obtiene:

$$\beta\mu \frac{\Psi}{x_c} = c_x n \mu \quad (\text{A6})$$

$$\nu \frac{\Psi}{l} = w, \quad (\text{A7})$$

donde

$$\Psi \equiv \frac{\alpha + \beta - \alpha\beta(1 - \mu)}{1 - \beta(1 - \mu)} \left[\frac{1}{\alpha + \beta} \left(\frac{\alpha\beta}{c_x} \right)^{\beta(1-\mu)} z^{1-\beta} x_c^{\beta\mu} n^{\beta(\kappa+\mu)} l^\nu \right]^{\frac{1}{1-\beta(1-\mu)}}.$$

Al dividir (A6) entre (A7) se obtiene:

$$l = \frac{c_x \nu}{w \beta} n x_c. \quad (\text{A8})$$

Al substituir (A8) en (A6) y resolviendo para x_c se obtiene:

$$\begin{aligned} x_c^{1-\nu-\beta} &= \frac{1}{\alpha + \beta} \left[\frac{\alpha + \beta - \alpha\beta(1 - \mu)}{1 - \beta(1 - \mu)} \right]^{1-\beta(1-\mu)} \alpha^{\beta(1-\mu)} \\ &\times \frac{\nu z^{1-\beta} n^{\beta(\kappa+1)}}{w} \left[\frac{c_x \nu}{w \beta} n \right]^{\nu-1} \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

Se puede usar (A8) y (A9) para obtener una expresión para l .

El resultado se obtiene al substituir (A3) y (A4) en (A8) y (A9), y luego substituyendo en (8).

□

¹⁶ $1 > \beta + \nu$ es una condición suficiente para garantizar que la función objetivo en (9) sea estrictamente cóncava. Este resultado se declara como un lema y se demuestra en Lema 2.

Apéndice B. Motivación Empírica

Proporcionamos motivación empírica a través de países para el papel de las instituciones necesarias para llevar a cabo contratos en la determinación de la productividad agregada y el tamaño promedio de las empresas en distintas economías. Por ejemplo, Cole et al. (2016) utilizan un enfoque similar para motivar fricciones financieras mediante diferencias en la PFT entre países. Se lleva a cabo una regresión (log) la PFT de la base de datos de Penn World Tables y el tamaño promedio de la empresa (log) de Bento y Restuccia (2017) sobre varios controles que representan variables que la literatura considera importantes determinantes tanto de la PFT como del tamaño promedio de la empresa. Encontramos evidencia sugerente de que el mecanismo que destacamos en este artículo juega un papel estadístico y económico significativo.

Consideramos el Índice de Estado de Derecho (2017-2018), construido por el Proyecto de Justicia Mundial. En particular, empleamos el subíndice de justicia civil, que toma en cuenta la información sobre si la justicia civil está sujeta a demoras irrazonables, aplicación efectiva, influencia indebida del gobierno, accesibilidad y asequibilidad de los tribunales civiles, entre otros. También consideramos los costos de entrada de las empresas (en términos de ingreso per cápita, en logaritmos), que se consideran relevantes en la literatura (Barseghyan y DiCecio, 2011; Barseghyan, 2008).

De los Indicadores de Desarrollo Financiero Global obtenemos el crédito interno al sector privado como porcentaje del PIB, que es una medida del desarrollo financiero (un objetivo estándar en la calibración de modelos cuantitativos). Finalmente, empleamos la rigidez del índice de empleo. Este índice es el promedio de tres subíndices: dificultad de contratación, rigidez de las horas y dificultad de despido. Obtenemos este índice de Doing Business (Banco Mundial 2007). Considera las regulaciones laborales que, según lo establecido en la literatura, pueden conducir a distorsiones que afectan la PFT y el tamaño de la empresa

Tabla A1. Resultado de regresiones con distintos países.

	PFT		tamaño de la firma	
crédito/producción	0.166**	0.181**	0.181	0.166
justicia civil	0.914***	0.957***	1.303**	1.170**
costos de entrada (log)	-0.001**	-0.001*	-0.001***	-0.001**
rigidez empleo	—	0.002	—	0.005
constante	-1.130***	-1.237***	1.473***	1.724***
R2	0.38	0.39	0.31	0.33
n. observaciones	78	78	79	78

***Significancia estadística al 1 %, **5 %, * 10 %.

La tabla A1 muestra los resultados de nuestras regresiones. Nótese que la rigidez del empleo no es significativa en nuestras especificaciones. La significancia y estimación de otros coeficientes no cambian considerablemente en las especificaciones sin esta variable. De acuerdo con la literatura, un mayor desarrollo financiero y menores costos de entrada se correlacionan positivamente con una mayor PFT y empresas más grandes. Además, la justicia civil juega un papel importante: si se compara Camboya, que tiene un índice de 0.20, con los Países Bajos, con el valor más alto en 0.87, la PFT aumenta en un 61 % ($=0.67 \times 0.914$) y el tamaño de la empresa en un 87 % ($=0.67 \times 1.303$).