Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

Nº 2011-13

Preferencia por Variedad

Karen Kaiser
Banco de México

Rainer Schwabe
Banco de México

Diciembre 2011

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Preferencia por Variedad*

Karen Kaiser[†]
Banco de México

Rainer Schwabe[‡]
Banco de México

Resumen

Consideramos a un agente que disfruta elegir de un conjunto variado de alternativas. Basándonos en evidencia acerca del comportamiento de los consumidores, proponemos axiomas verificables que caracterizan preferencias por variedad y presentamos un teorema de representación. Además, ilustramos los efectos potenciales de las preferencias por variedad en un modelo de ventas al menudeo. El bienestar de los consumidores puede disminuir al aumentar la competitividad del sector, ya que la competencia elimina las economías de escala necesarias para que los minoristas ofrezcan variedad. Los consumidores mayoritarios que tienen preferencias por variedad y gustos comunes mantienen una relación simbiótica con consumidores que tienen preferencias excéntricas. La competencia por los consumidores mayoritarios hace que los establecimientos ofrezcan bienes exóticos, y los consumidores excéntricos subsidian los costos de ofrecer dichos productos.

Palabras Clave: Preferencias, variedad, teorema de representación, menudeo, competencia.

Abstract

We consider a decision maker who enjoys choosing from a varied set of alternatives. Building on behavioral evidence, we propose testable axioms which characterize preference for variety, and provide a representation theorem. We go on to illustrate the potential effects of preference for variety in a model of retailing. Consumer welfare may be decreasing in the competitiveness of the retailing sector as competition eliminates the scope for retailers to offer variety. Mainstream consumers with a preference for variety and consumers with eccentric tastes enjoy a symbiotic relationship. Competition over mainstream consumers makes retailers offer more exotic goods, while eccentric consumers subsidize their carrying costs.

Keywords: Preferences, variety, representation theorem, retail, competition.

JEL Classification: D0, D03, D4.

*Agradecemos a Eddie Dekel, Carlos Lever, Wolfgang Pesendorfer, Todd Sarver, Tomasz Strzalecki y a los participantes del seminario en la Universidad de Princeton y el ITAM por sus comentarios.

[†]Dirección General de Investigación Económica. Email: kkaiser@banxico.org.mx.

[‡]Dirección General de Asuntos del Sistema Financiero. Email: rschwabe@banxico.org.mx.

1. Introducción

El placer de hacer compras es una experiencia compartida por la mayoría de la gente alrededor del mundo. Frecuentemente el placer se deriva no solamente del consumo final de lo que se compra, sino también de la contemplación de lo que está disponible, sin importar si es un viaje a un centro comercial por un nuevo par de pantalones de mezclilla o a un puesto de fruta por plátanos. Esta es una explicación convincente de por qué los minoristas que ofrecen bienes similares compiten en variedad además de precio. En el presente documento de investigación, proponemos una representación de utilidad que incorpora estos motivos, proporcionamos bases axiomáticas para esta representación y estudiamos algunas de sus consecuencias para la organización industrial de los minoristas.

Para hacer concreto el fenómeno de interés, supongamos que un agente vive en una ciudad con dos cines, en los cuales se exhiben tres diferentes películas (a, b, c) . Las películas a y b son grandes éxitos de taquilla, y son sustitutos cercanos, mientras que c es un documental, de tal modo que el agente prefiere a a b a c : $\{a\} \succ \{b\} \succ \{c\}$. El cine 1 ofrece solamente una película (a), mientras que el cine 2 ofrece las películas b y c . Los modelos tradicionales predicen que el agente escogería ver la película a en el cine 1 y que el hecho de que el cine 2 ofrezca dos opciones es irrelevante ($\{a\} \succ \{b, c\}$). Sin embargo, si el agente disfruta el hacer la selección a partir de una cartelera variada, y la diferencia en el valor de consumo entre a y b es pequeña, puede ser que el agente escoja ver la película b en el cine 2 ($\{b, c\} \succ \{a\}$).¹ Decimos que tal agente tiene *preferencia por variedad*.²

Obtenemos una representación de utilidad para un agente para quien las alternativas disponibles son relevantes incluso si no son elegidas. Mientras que tenemos en mente un problema de dos etapas, en el cual el agente escoge un menú y posteriormente un bien de este menú, explícitamente modelamos solamente la primera etapa. El comportamiento de la segunda etapa se deja como parte de la interpretación de las elecciones de la primera etapa. La utilidad proporcionada por un menú A es la suma de la utilidad derivada de la variedad y la utilidad del consumo final:³

$$U(A) = (1 - \beta) \sum_{a \in A} U(\{a\}) + \beta \max_{b \in A} U(\{b\})$$

¹Nótese que el agente está seguro de sus preferencias futuras, así que no existe la probabilidad de que él escoja ver la película c . Por este motivo, el ejemplo no es consistente con la preferencia por la flexibilidad (Kreps, 1979).

²El término "preferencia por la variedad" se utiliza en la literatura sobre la competencia monopolística (e.g. Anderson et al., 1995) para referirse a la inclinación de un consumidor representativo por diferentes productos. Esto con la finalidad de modelar la variedad de preferencias en la población, más que el gusto por la variedad de un individuo. Por tanto, el análisis en este documento de investigación tiene un carácter diferente de aquél enfatizado previamente en la literatura de organización industrial.

³Consideramos las preferencias en las loterías cuando derivamos nuestro teorema de representación. En aras de la claridad, posponemos la discusión de loterías hasta la Sección 3.

donde U es una función de utilidad definida sobre los menús, $\{a\}$ es el menú que contiene solamente el bien a , y $\beta \in (0, 1)$. Al agregar un bien al menú aumenta la utilidad proporcionalmente al valor del consumo de este bien. El parámetro β mide la importancia relativa de la variedad y el consumo para el agente. U puede tomar valores negativos para bienes desagradables, así que el agregar un bien tal al menú puede hacerlo *menos* atractivo.

Proponemos dos axiomas verificables que, junto con los axiomas estándar sobre la elección de conjuntos, garantizan que la relación de preferencias tenga una *representación de preferencias por variedad*. Definimos la variedad de un menú A como el vector de unos y ceros⁴ que describe qué bienes en el conjunto factible Z se ofrecen en A . El axioma 4, que llamamos *Preferencia por Calidad*, estipula que el agente valora las opciones que aumentan su valor de consumo, incluso si no incrementan la variedad. El axioma 5, *Preferencia por Variedad*, estipula que el agente valora la variedad y que la variedad agregada por un bien a se evalúa de acuerdo a la relación de las preferencias del agente sobre los menús que contienen solamente un bien. Con este supuesto, afirmamos que el agregar el mismo monto de variedad en dos diferentes dimensiones puede aumentar la utilidad de un conjunto en diferentes montos; es decir, al agente le interesa la calidad de la variedad agregada y no solamente la cantidad.

Mientras nuestro teorema de representación se basa en las preferencias subjetivas dependientes de estado (Dekel et al., 2001), en el espíritu de Gul y Pesendorfer (2001) enfatizamos que puede ser que las diferentes funciones de utilidad en una representación subjetiva estado-espacio no reflejen incertidumbre acerca de las preferencias futuras del agente, sino las diferentes maneras en las que las alternativas en un menú afectan la experiencia de elegir de él. Para descartar la interpretación subjetiva estado-espacio necesitamos observar tanto las elecciones sobre los menús, como las elecciones de consumo; si hay bienes que influyen en la elección del menú del agente, aunque nunca se consuman, entonces solamente nuestra interpretación puede proporcionar una explicación consistente. Aunque es difícil encontrar evidencia concluyente, la investigación citada en la Sección 2 apunta en la dirección de la preferencia por variedad.

Como sugiere nuestro ejemplo de la persona que asiste al cine, el tomar en cuenta la preferencia por variedad de los consumidores puede llevar a predicciones que contrastan con las de modelos tradicionales. En la Sección 4 proporcionamos dos ejemplos analizando un modelo simple de ventas al menudeo con consumidores que tienen preferencia por variedad. Las ventas al menudeo son una aplicación natural de esta teoría: cuando los consumidores deciden con qué minorista ir, escogen el conjunto de bienes que podrán contemplar y comprar. Las siguientes predicciones de nuestro modelo de ventas al menudeo son particularmente interesantes.

En un modelo espacial de ventas al menudeo, encontramos que reducir las barreras de entrada reduce el bienestar del consumidor. Así, contrario a las predicciones de los modelos tradicionales, la competencia es mala para los consumidores. Esto se debe a que la consecuente entrada de minoristas al mercado

⁴Lo generalizaremos para incluir loterías en la Sección 3.

reduce los ingresos por tienda, de tal manera que es más difícil para los minoristas pagar los costos fijos asociados con la oferta de bienes adicionales. Esto, a su vez, reduce el componente de variedad de la utilidad de los consumidores.

La Sección 4.2 ilustra otra implicación interesante del modelo. Los consumidores mayoritarios con preferencia por variedad se benefician por la presencia de consumidores con gustos excéntricos, y viceversa. Ello se debe a que los minoristas ofrecen una amplia variedad de bienes en un intento de complacer a los consumidores mayoritarios rentables, a pesar de que estos consumidores no compran estos bienes excéntricos. Esto es bueno para los consumidores de gustos excéntricos, ya que los minoristas no ofrecerían estos bienes de otra manera. Por otro lado, dado que los consumidores con gustos excéntricos compran por lo menos alguna parte de los bienes que se ofrecen, los costos de los minoristas de ofrecer estos bienes son menores de lo que serían sin estos consumidores. Por consiguiente, los minoristas ofrecen una variedad de bienes más amplia, que los consumidores mayoritarios disfrutan a pesar de que no estén interesados en comprarlos. A diferencia de otros modelos que usan gustos heterogéneos en la población para explicar la provisión de variedad (Anderson et al., 1995), nuestros resultados se basan en la preferencia por variedad de un grupo dominante de consumidores, y nos permite llegar a conclusiones sobre el impacto que la presencia de un grupo tiene sobre el bienestar del otro.

El documento de investigación está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 revisa la evidencia empírica y experimental relevante. La Sección 3 presenta las definiciones formales de variedad, nuestros axiomas sobre preferencias y nuestro teorema de representación. En la Sección 4, establecemos nuestra aplicación de la preferencia por variedad a las ventas al menudeo. La Sección 4.1 presenta un modelo espacial de ventas al menudeo. La Sección 4.2 contiene una aplicación para los consumidores con gustos heterogéneos. La Sección 5 concluye.

2. Evidencia

Según Shiv y Huber (2000), al momento de hacer compras "los consumidores evalúan la probable satisfacción de comprar cada producto antes de tomar la decisión final" (p.202). Al utilizar este método para evaluar bienes, llamado anticipación de satisfacción o representaciones mentales pre-consumo (McInnis y Price, 1987), los consumidores mentalmente reproducen la experiencia de consumir todos los bienes bajo consideración. Creemos que ésta es la fuente psicológica de la preferencia por variedad.

El hecho de que las motivaciones hedónicas son importantes en el comportamiento de los consumidores durante las compras está bien documentado (Arnold y Reynolds, 2003). Aunque no pretendemos capturar las motivaciones de los compradores en toda su complejidad, nuestro documento se ajusta bien a la observación de que un subconjunto de compradores disfruta el contemplar los bienes ofrecidos. Éste es un rasgo distintivo de una categoría de compradores llamados *browsers* (Jarboe y McDaniel, 1987).

Existe un gran número de documentos de investigación que estudian las preferencias sobre conjuntos de elección y los efectos del tamaño de estos sobre la satisfacción. Greifeneder et al. (2009) proporcionan un resumen de esta literatura e intentan identificar las condiciones de la elección que llevan a la preferencia por variedad. Los hallazgos indican que los consumidores disfrutaban la variedad (i.e. escoger de conjuntos más grandes) cuando están familiarizados con el tipo de bien en cuestión y tienen preferencias claramente definidas. En un artículo bien llamado “*The Lure of Choice*” (“El Encanto de la Elección”), Bown et al. (2003) realizan una serie de experimentos que estudian el efecto de alternativas claramente inferiores (*lures*) sobre las elecciones de los sujetos. Los menús más grandes, aquellos con *lures*, fueron escogidos con mayor frecuencia, mientras que el *lure* en sí casi nunca fue la elección final del menú.

En lo que concierne a las preferencias por el tamaño del conjunto de elección, en un documento de investigación influyente, Iyengar y Lepper (2000) describen un experimento en el cual a los sujetos se les ofrecía un surtido de mermeladas y chocolates de diferentes tamaños. Había más probabilidad de que los sujetos pararan en frente de la muestra cuando el surtido de mermeladas era grande, pero había más probabilidad de que hicieran una compra cuando el surtido era pequeño. El primer tipo de comportamiento sugiere que los sujetos fueron atraídos por la variedad; la variedad incrementaba lo atractivo de la muestra. En un escenario experimental, en el que a sujetos que sufrían de sobrecarga de información se les pedía escoger el tamaño de su conjunto de elección, Kaiser (2011) muestra que los conjuntos muy grandes rara vez son seleccionados. Sin embargo, en la medida en que los sujetos obtienen más experiencia, escogen conjuntos más grandes. En cuanto a la variedad y la satisfacción, Botti y Iyengar (2004) encuentran que los sujetos que deben hacer una elección desagradable encuentran la variedad perjudicial para su experiencia. A los sujetos se les ofreció una entrada de alacrán frito, carne de serpiente guisada, hormigas fritas, o huevo de araña cocido. Los sujetos que tenían un conjunto más grande de alternativas anticiparon disfrutar el guisado menos que aquéllos a quienes no se les dio una elección.

Los estudios de mercadotecnia muestran que colocar un producto *lure*, que no se pretende vender, junto a un producto ofrecido puede llevar a un incremento en la demanda. Por ejemplo, el minorista Williams Sonoma una vez ofreció una panificadora por \$275. Cuando agregaron un modelo similar pero más grande a su línea de productos, cuyo precio era 50 % más alto que el del original, las ventas de la panificadora anterior casi se duplicaron, mientras que las ventas del nuevo modelo se encontraban cerca de cero (Ariely, 2008, p. 14-15). Mientras la explicación principal de este fenómeno en la literatura de Psicología es que el *lure* enfatiza las virtudes del producto presentado al consumidor (el ‘efecto de atracción,’ Huber et al., 1982), una interpretación alternativa consiste en que el agregar un producto irrelevante a la oferta aumenta lo atractivo para los consumidores que van a la tienda – permitiendo de este modo un incremento en las ventas.

Richards y Hamilton (2006) y Trindade (2010) señalan que el incremento de la variedad es una estrategia utilizada por los supermercados para atraer

a los consumidores y ganar participación de mercado. Ellos encuentran que la variedad está positivamente relacionada con el precio, un resultado que se ajusta bien con nuestros resultados sobre la estructura del mercado en la Sección 4. Es importante notar que, acorde con nuestro Axioma 4, la literatura sobre el comportamiento del consumidor ha encontrado que no solo importa la variedad, sino el tipo y la calidad de los productos ofrecidos. Oppewal y Koelemeijer (2005) encuentran que, incluso cuando el producto más preferido siempre está disponible, las evaluaciones del surtido incrementan con su tamaño. Esto indica que la utilidad de un conjunto no solamente es la utilidad de su mejor elemento, como predeciría la Teoría Económica estándar. Además, encuentran que la evaluación del surtido respondía en mayor medida a los incrementos en la variedad de atributos más importantes. Esto sugiere que la variedad se valora de una forma consistente con la manera en la que los productos se valoran para el consumo. Boatwright y Nunes (2001) encuentran que disminuir el número de productos en las tiendas no tiene consecuencias negativas sobre las ganancias si y sólo si los bienes que se eliminan 'se repiten' o son muy similares a otros productos en cuanto a sus características. Así, la variedad es valiosa para los consumidores mientras que la mera cantidad no lo es.

Antes de pasar a la siguiente sección, detengámonos para considerar cómo la evidencia anteriormente mencionada se refleja en nuestra representación de la utilidad:

$$U(A) = (1 - \beta) \sum_{a \in A} U(\{a\}) + \beta \max_{b \in A} U(\{b\})$$

Como ha sido sugerido por Bown et al. (2003), Huber et al. (2000), y Oppewal y Koelemeijer (2005), un menú puede ser más atractivo si incluye alternativas inferiores. Es decir, agregar un bien que no será escogido afecta al primer término en U , pero no al segundo. Como sugieren Oppewal y Koelemeijer (2005), agregar productos que son más atractivos para el consumo hace al menú más atractivo que agregar opciones que al agente no le interesaría consumir – el valor para el agente de añadir un bien al menú es proporcional a su utilidad de consumo. En efecto, si estas alternativas son desagradables, su utilidad de consumo puede ser negativa y el menú se vuelve menos atractivo (Botti y Iyengar, 2004). El agregar más ejemplares del bien que ya está disponible no mejora el menú (Boatwright y Nunes, 2001); cada bien en A aparece solamente una vez en U . Nótese que la incertidumbre en cuanto al placer que el agente recibe de un bien z no desempeña papel alguno en nuestra representación. Así, nos enfocamos en las condiciones bajo las cuales las personas tienden a preferir hacer su selección de conjuntos más grandes, como ha sido identificado en Greifeneder et al. (2009).

La evidencia citada anteriormente puede ser racionalizada por una combinación de preferencia por flexibilidad, cambios o heterogeneidad en gustos, los efectos de atracción o de dominancia asimétrica, u otras tendencias psicológicas o de comportamiento. Una de las grandes fortalezas de nuestra representación es que ésta puede explicar todas estas irregularidades mediante un solo mecanismo. La validez final de nuestra explicación espera verificación experimental de nuestros Axiomas 4 y 5.

3. Representación

Definimos a Z como un conjunto finito de premios o *bienes* con $|Z| \geq 3$. $\Delta(Z)$ es el conjunto de todas las distribuciones de probabilidad, o *loterías*, sobre Z . $\mathcal{A}$ denota la colección de todos los subconjuntos cerrados de $\Delta(Z)$ y nos referimos a sus elementos, $A \in \mathcal{A}$, como *menús*. $\succsim$ es una relación de preferencias sobre $\mathcal{A}$. Dotamos a $\mathcal{A}$ con la topología generada por la métrica de Hausdorff.⁵

A lo largo del documento, los elementos de Z serán a, b , o c . Los elementos de $\Delta(Z)$ típicamente serán x, y , o z . Con un ligero abuso de notación, escribiremos a al referirnos tanto al bien a , como a la lotería que otorga a con probabilidad uno. Nótese que cada lotería es un vector de probabilidades $|Z|$ -dimensional. Para una lotería $x \in \Delta(Z)$, x_a es la probabilidad con la cual x otorga el bien a . Los elementos de $\mathcal{A}$ son A, B , o C . $\{x, y\}$ es un menú que contiene solamente las loterías x y y .

Tenemos en mente a un agente que se enfrenta a un problema de decisión de dos periodos. El agente escoge un menú en el periodo 0 y posteriormente selecciona una lotería de ese menú en el periodo 1. Sin embargo, no modelamos explícitamente la elección del agente en el periodo 1, dejándola como parte de la interpretación de las preferencias del agente en el periodo 0.

La siguiente definición aclara nuestro concepto de la variedad. La *variedad* de un menú A es el vector de las probabilidades máximas con las cuales alguna lotería en A otorga cada bien en Z .

Definición 1 La variedad de un menú A , $V(A) \in \mathbb{R}^{|Z|}$, es:

$$V(A) = \left\{ \max_{x \in A} \{x_a\} \right\}_{a \in Z}$$

y $V_i(A)$ denota el componente i -ésimo de $V(A)$.

Así, la variedad más grande que un menú puede ofrecer es el vector $|Z|$ -dimensional de unos. Además, los conjuntos Z y $\Delta(Z)$ proporcionan la misma variedad. Nótese que nuestra definición de variedad toma al conjunto de las posibles variaciones como fijo y exógeno. Así, todas las posibles variaciones están en Z , y la variedad misma no depende de las preferencias. No obstante, como se va a aclarar más adelante, los agentes pueden valorar diferentes tipos de variedad de diferentes maneras.

El menú $A \cup B$ puede tener o no una variedad más alta que A . Siempre que, para cada $a \in Z$ y $x \in B$, haya un $y \in A$ tal que $y_a \geq x_a$, tendremos que $V(A \cup B) = V(A)$. Por otro lado, si b es una lotería degenerada que otorga un bien no ofrecido por cualquier lotería en A , tendremos $V(A \cup \{b\}) - V(A) = b$.

⁵ Definida para cualquier par de conjuntos no vacíos, $A, B \in \mathcal{A}$, por:

$$dh(A; B) := \max \left[\max_{a \in A} \min_{b \in B} d(a, b), \max_{b \in B} \min_{a \in A} d(a, b) \right]$$

donde $d : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es la distancia euclidiana estándar.

Al comparar los menús, el agente evaluará la contribución de B a la variedad en $A \cup B$: $V(A \cup B) - V(A) \geq 0$. Sin embargo, $V(A \cup B) - V(A)$ típicamente no será una lotería. Dado que la relación de preferencia $\succsim$ está definida sobre los conjuntos de loterías ($\mathcal{A}$), las comparaciones basadas en la preferencia de variedad que es agregada por diferentes menús a A no pueden realizarse directamente. Facilitamos esta evaluación de dos maneras. Primero, añadimos solamente una lotería a la vez para que podamos transformar la variedad agregada en una lotería⁶ y hacer las preferencias del agente por menús de un solo elemento nuestro punto de referencia. Esto no permite ambigüedades y asegura que haya una correspondencia interpretable entre cómo se valora la variedad y cómo se valoran los bienes para el consumo. Segundo, construimos una lotería completando $V(A \cup \{x\}) - V(A)$ con resultados en un bien arbitrario $c \in Z$.

Definición 2 *La variedad c agregada por x a A es la lotería $\nu^c(x, A) \in \Delta(Z)$ tal que:*

$$\nu_i^c(x, A) = \begin{cases} V_i(A \cup \{x\}) - V_i(A) & \text{para } i \neq c \\ 1 - \sum_{i \neq c} (V_i(A \cup \{x\}) - V_i(A)) & \text{para } i = c \end{cases}$$

Nótese que las definiciones anteriores son independientes de cualquier representación de utilidad y sirven solamente para aclarar los conceptos y la notación. Imponemos seis axiomas sobre las preferencias. Los axiomas 1-3 son estándar en el ámbito de las preferencias sobre menús (Dekel et al., 2001).

Axioma 1 (Orden Débil) $\succsim$ es una relación binaria completa y transitiva.

Axioma 2 (Continuidad) Los conjuntos $\{B : B \succ A\}$ y $\{B : A \succ B\}$ son abiertos.

Axioma 3 (Independencia) $A \succ B$ y $\alpha \in (0, 1)$ implica $\alpha A + (1 - \alpha)C \succ \alpha B + (1 - \alpha)C$.

El axioma 4 establece que, manteniendo la variedad constante, el agente prefiere los menús que contienen loterías que arrojan mayores utilidades de consumo, medido por las preferencias del agente sobre menús con un solo elemento (Figura 2).

Axioma 4 (Preferencia por Calidad) Si $V(A) = V(B)$ y para cada $x \in B$ hay una $y \in A$ tal que $\{y\} \succ \{x\}$, entonces $A \succ B$.

En el modelo estándar de elección de menús, se impone una versión de Preferencia por Calidad sin una restricción a los conjuntos de igual variedad. En efecto, en el modelo estándar la *única* manera en la cual el valor de un menú puede ser afectado es agregando un bien más preferido. Aquí, dejamos abierta la posibilidad de que la variedad de un menú sea importante para su valoración por parte del agente.

⁶La variedad agregada por un menú puede incluir entradas cuya suma sea mayor a uno.

Figura 1: El área sombreada incluye todas las loterías que no agregan variedad al conjunto A . Para cualquier x que pertenece al área sombreada $V(A) = V(A \cup \{x\})$.

Figura 2: Axioma 4. Las líneas punteadas indican las curvas de indiferencia para las preferencias del agente sobre los conjuntos de un solo elemento. La lotería x no agrega variedad al conjunto A . Sin embargo, la lotería x añade valor de consumo, tal que $A \cup \{x\} \succ A$.

El siguiente axioma desempeña un doble papel. Primero, afirma que la variedad aumenta la utilidad (y disminuye la utilidad si la variedad agregada está compuesta por bienes no deseados). Segundo, dice que el valor de la variedad adicional es independiente de los elementos del menú A y conserva el orden que $\succsim$ impone sobre menús de un solo elemento (Figura 3).

Axioma 5 (Preferencia por Variedad) *Existe un bien $n \in Z$ tal que, para todos los menús A y las loterías x, y que satisfacen $\{z\} \succeq \{x\}$ y $\{z\} \succeq \{y\}$ para algún $z \in A$, $A \cup \{x\} \succ A \cup \{y\}$ si y sólo si $\{\nu^n(x, A)\} \succ \{\nu^n(y, A)\}$.*

Nótese que para cualquier menú A que contiene por lo menos un elemento x que es preferido a n , $\nu^n(n, A) = \nu^n(x, A)$, y por lo tanto $A \cup \{n\} \sim A$. Así, el Axioma 5 implica que el conjunto de premios Z incluye un elemento que al

Figura 3: Axioma 5 - Para evaluar si agregar la lotería y al conjunto A es preferido a agregar la lotería x , el agente compara las n -variedades agregadas por cada lotería de acuerdo a las preferencias del agente por los menús de un solo elemento.

agente ni le gusta, ni le disgusta. Es natural pensar en un bien n como la opción de no escoger nada. Si seguimos esta interpretación, la implicación del axioma es que, mientras exista algo deseable en un menú, el agregar la capacidad de no escoger nada no cambia la experiencia de escoger de este menú. El bien n nos proporciona un candidato natural para la utilidad cero y también desempeña un papel importante en las comparaciones del agente entre conjuntos de elección.

Observación 1 *El axioma 5 tiene las siguientes implicaciones:*

- i) **Elemento Neutral:** *Existe un bien $n \in Z$ tal que, para todos los A donde $\{z\} \succeq \{n\}$ para algún $z \in A$, $A \cup \{n\} \sim A$.*
- ii) **Preferencia Positiva por Variedad:** *Para cualquier x tal que $\{\nu^n(x, A)\} \succ \{n\}$, $A \cup \{x\} \succ A$.*
- iii) **Preferencia Negativa por Variedad:** *Para cualquier x tal que $\{z\} \succeq \{x\}$ para algún $z \in A$ y $\{n\} \succ \{\nu^n(x, A)\}$, $A \succ A \cup \{x\}$.*

Es instructivo señalar que los Axiomas 4 y 5 son distintos de otros axiomas destacados en la literatura. Particularmente, no implican Monotonicidad (Kreps, 1979): $A \cup \{x\} \succeq A$. En cambio, el agregar un bien a un menú que es menos preferido que el bien neutral n hará el menú menos atractivo. Asimismo, nuestros axiomas no implican *Set Betweenness* (Gul y Pesendorfer, 2001): $A \preceq A \cup B \preceq B$. Si los menús A y B contienen únicamente bienes que son estrictamente preferidos a n , y $A \cap B = \emptyset$, entonces $A \prec A \cup B$ y $B \prec A \cup B$. De hecho, *Set Betweenness* se satisface solamente para los casos en los cuales $A \preceq \{n\} \preceq B$.

Finalmente, existe un requisito adicional que tenemos que pedir de las preferencias.

Axioma 6 (No-trivialidad) *Existen bienes $a, b, c \in Z$ tales que $\{a\} \succeq \{b\} \succ \{c\}$.*

El Axioma 6 difiere de otros axiomas de no-trivialidad en la literatura (ver Dekel et al., 2001) en que requiere que *dos* bienes sean estrictamente preferibles

a un tercero, en lugar de una sola relación de preferencia estricta. Este es un requisito de preferencias muy débil, pero es crítico para nuestro análisis porque hace posible que un menú tenga una calidad más alta que otro sin tener una variedad diferente. Es decir, hace que el Axioma 4 sea relevante. Consideremos el menú $A = \{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c, \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c\}$. Si agregamos la lotería $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, tenemos que $V(A) = V(A \cup \{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b\})$ pero, utilizando la Independencia (Axioma 3), $\{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b\} \succ z$ para $z \in A$. Utilizamos esta construcción repetidamente como demostración de nuestro teorema de representación.

Ahora estamos listos para exponer nuestro resultado principal. Nuestra representación es la siguiente:

Definición 3 *Una representación de Preferencia por Variedad es una función de utilidad $U : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ y una constante $\beta \in (0, 1)$ tal que $U(\{n\}) = 0$ para algún $n \in Z$ y:*

$$U(A) = (1 - \beta) \sum_Z U(\{a\}) \max_{x \in A} x_a + \beta \max_{y \in A} \sum_Z y_b U(\{b\})$$

representa a $\succ$.

La representación captura nuestra noción de preferencia por variedad de una manera bastante directa. El primer componente en la función de utilidad hace eco al Axioma 5; el agente disfruta cada bien en proporción a su valor de consumo y la probabilidad más alta con la que está disponible en el conjunto de elección A . El segundo componente refleja una preferencia por calidad dado que se da peso adicional al mejor ítem disponible en A . Nuestra interpretación es que, una vez que el agente haya escogido un menú, usará la restricción de U a los menús de un solo elemento para hacer su decisión de consumo. El parámetro β mide la importancia relativa de los dos componentes de la utilidad. Permitimos que la función de utilidad U tome valores negativos para bienes no deseados (i.e. *bads*).

La formulación recursiva de Preferencia por Variedad enfatiza el hecho de que los conjuntos de elección se valoran de acuerdo a la utilidad que sus componentes proporcionarían si fueran ofrecidos individualmente. De forma equivalente, la representación puede ser escrita como:

$$U(A) = (1 - \beta) \sum_Z u(a) \max_{x \in A} x_a + \beta \max_{y \in A} u(y)$$

donde u es una función de utilidad esperada definida en $\Delta(Z)$ y $u(y) = U(\{y\})$. Esta formulación hace claro que la Preferencia por Variedad es un caso especial de una representación de la utilidad esperada aditiva finita (Dekel et al., 2009). Es únicamente en la interpretación y en nuestras predicciones (no modeladas aquí) acerca de la elección de consumo final que nuestra representación es diferente. Además, la Preferencia por Variedad es consistente con la Preferencia por Flexibilidad (Kreps, 1979) si y sólo si $U(\{a\}) \geq U(\{n\}) \geq 0$ para cada $a \in Z$. La posibilidad de que algunos bienes sean indeseables ($U(\{a\}) < 0$) distingue nuestra representación.

Teorema 1 *La relación binaria $\succeq$ tiene una representación de Preferencia por Variedad si y sólo si satisface Orden Débil, Continuidad, Independencia, Preferencia por Calidad, Preferencia por Variedad, y No-trivialidad (Axiomas 1-6).*

Si $\succeq$ tiene una representación de Preferencia por Variedad (U, β) , también está representada por (U', β') si y sólo si $U' = \alpha U$ para alguna $\alpha > 0$ y $\beta' = \beta$.

Demostración. En el Apéndice A. ■

Demostramos el Teorema 1 en dos etapas. Primero, mostramos que el Axioma 5 implica que cada menú tiene un subconjunto finito que es indiferente hacia él. Como Dekel et al. (2009) han demostrado, esto junto con los Axiomas 1-3 es suficiente para una representación finita de la utilidad esperada aditiva. Entonces, el problema es determinar la naturaleza de las funciones de utilidad esperada que componen esta representación. El Axioma 5 implica que debe haber componentes que son sensibles solamente a los cambios en la variedad de cada bien en Z . Una vez establecido esto, demostramos que los Axiomas 4 y 6 implican que un componente que refleje preferencias sobre menús con un solo elemento debe ser incluido, y que ningún otro componente es consistente con nuestros axiomas.

4. Dos aplicaciones al sector de ventas al menudeo

En esta sección proponemos un modelo simple de ventas al menudeo y presentamos dos ejemplos en los cuales la existencia de consumidores con preferencias por variedad produce resultados novedosos. Si los consumidores muestran preferencias por variedad, los minoristas pueden intentar atraer a los consumidores ofreciendo una amplia gama de productos en lugar de cobrando precios bajos. Además, la combinación precio-variedad ofrecida cambiará de acuerdo al número de minoristas en el mercado, al costo de almacenar los bienes, al número y tipo de consumidores y a otros factores.

Una tienda es un agente que maximiza las ganancias que escoge una selección de productos A y un vector de precios p y que incurre en gastos por proporcionar A , $c(A)$. Asumimos que los costos son lineales en el tamaño de la selección $c(A) = \kappa |A|$ y que el conjunto de los bienes disponibles (Z) es suficientemente grande para que las tiendas nunca estén limitadas en su capacidad para ofrecer variedad.

Las ganancias de la tienda son:

$$\Pi(A, p) = \sum_{a \in A} p_a Q(a|A) - c(A) \quad (1)$$

donde p_a es el precio del producto a y $Q(a|A)$ es la demanda por el bien a dado que el conjunto A es ofrecido.

Existe un conjunto de consumidores idénticos de medida uno que están interesados en comprar solamente un bien. Para cada consumidor que va al minorista en cuestión, la demanda será uno si la diferencia de la utilidad esperada de consumir el bien menos su precio p_a es más grande que la diferencia para

cualquier otro producto en la tienda. De aquí que si algún bien es dominado por otro, la demanda por este producto será cero. Nótese que tenemos que tomar una posición sobre si los precios son relevantes para la evaluación, por parte de los consumidores, de los conjuntos de elección. En el espíritu del ejemplo de Williams Sonoma que discutimos en la Sección 2, tomamos la posición de que sí son importantes.⁷ Así, asumimos que un 'bien' en este ámbito es un par bien-precio⁸ y $U(\{a, p_a\}) = U(\{a, 0\}) - p_a = U(\{a\}) - p_a$.

La utilidad del consumidor de ir a una tienda que ofrece el conjunto A es:

$$U(A) = (1 - \beta) \sum_{a \in A} (U(\{a\}) - p_a) + \beta \max_{b \in A} [U(\{b\}) - p_b] \quad (2)$$

Los minoristas nunca van a almacenar bienes no deseados puesto que son costosos y no dan a la tienda ninguna ventaja competitiva.

Esta especificación nos permite hacer varias simplificaciones. Primero, dado que el costo de inventario c es igual para todos los bienes, los minoristas siempre ofrecerán el mejor bien disponible: $b \equiv \arg \max_{a \in Z} U(\{a\})$. Además, cuando un minorista agrega un producto a su línea de producción, para incrementar su variedad, no pretende venderlo. Por tanto, puesto que el disfrute de los consumidores es proporcional al grado de la utilidad que el consumo del bien a le proporciona al consumidor, el minorista pondrá un precio a los bienes que actúan como *lure* tal que $U(\{a\}) - p_a = U(\{b\}) - p_b$. Escribimos $u \equiv U(\{b\})$ y $p \equiv p_b$.

Con este esquema de precios el consumidor consumirá la mejor opción disponible b y cada *lure* agregado a la línea ofrecida del minorista tendrá el mismo efecto sobre la utilidad del consumidor. Esto nos permite simplificar nuestro análisis de dos maneras. Primero, sin pérdida de generalidad asumimos que los bienes se agregan al inventario del minorista en orden decreciente de la utilidad que dan a los consumidores. Así, tomando z como la última unidad de variedad agregada, $U(z)$ es decreciente.⁹ Segundo, resumimos la variedad en una variable de decisión única $x \in \mathbb{R}_+$, esto permitiría interpretar cambios pequeños en la variedad como incrementos en la probabilidad de que un nuevo bien sea ofrecido. Incluimos el término $(1 - \beta)$ en x y ajustamos el costo de inventario κ de acuerdo a esto. Tomando todo esto en cuenta, escribimos la utilidad del consumidor de ir con un minorista que ofrece una selección con variedad x y precio p como:

$$U(x, p) = (x + \beta)(u - p) \quad (3)$$

Antes de pasar al siguiente punto, deberíamos distinguir entre la provisión de variedad mediante los *lures* en nuestro modelo y dos estrategias distintas de

⁷Esto también hace nuestro modelo más manejable. No vemos ninguna razón por la que el adoptar una postura opuesta cambiaría cualitativamente nuestros resultados.

⁸Formalmente el espacio de los bienes ahora es $Z \times \mathbb{R}$. Mientras que nuestros resultados solamente se sostienen para un espacio finito de bienes, si consideráramos precios acotados denominados en centavos, nos tomamos la libertad de utilizar una aproximación continua.

⁹Aquí abusamos de la notación de dos formas: escribimos U como una función de la variable continua z y omitimos los paréntesis utilizados para especificar un menú.

ventas al menudeo relacionadas con nuestro modelo. Nuestros *lures* son similares a los artículos de gancho (*loss leaders*) (Lal y Matutes, 1994) en que no aumentan las ganancias a través de las ventas, sino se utilizan para atraer a los consumidores. Sin embargo, los artículos de gancho están destinados a ser vendidos y atraen a los consumidores por su bajo precio. Los *lures*, por otro lado, se almacenan para ser contemplados y enriquecer la experiencia de las compras pero no están destinados a ser vendidos.¹⁰ Por su parte, los artículos que atraen la atención (*attention grabbers*) (Eliaz y Spiegler, 2011) no están destinados al consumo, sino a llamar la atención de los consumidores para atraerlos a las tiendas. El mecanismo en el que nos enfocamos en este estudio, difiere claramente de estos puesto que los consumidores en nuestro modelo consideran todos los menús disponibles. Además, nuestro modelo predice que almacenar artículos que tienen alto valor de consumo para los compradores, neto de precios, será más efectivo para atraerlos a la tienda que almacenar artículos con bajo valor de consumo. La eficacia de los artículos que atraen la atención, por otro lado, no está relacionada con su valor de consumo.

4.1. Un Modelo Espacial de Ventas al Menudeo

Una masa de consumidores de medida uno con una preferencia por variedad está distribuida de forma uniforme en un círculo de circunferencia uno. Nos referimos a este círculo como *la economía*. Las preferencias de los consumidores son cuasilineales en dinero y los costos de transporte son t por unidad de longitud (l) viajada. Su utilidad es:

$$U(x, p, l) = (x + \beta)(u - p) - tl \quad (4)$$

Los minoristas tienen un costo fijo $f > \beta\kappa > 0$ de entrada. Asumimos que $u^2 > 4\kappa t$ y nos enfocamos en los equilibrios simétricos en los cuales los minoristas se distribuyen uniformemente en la economía y todos ofrecen la misma combinación variedad-precio.

Consideremos una economía en la cual existen $N - 1$ minoristas que ofrecen a los consumidores una experiencia de compras que vale $\bar{U}$ neta de los costos de transporte. Si el $N - \text{ésimo}$ minorista ofrece a los consumidores la utilidad U neta de los costos de transporte, el número de consumidores que realizan compras ahí es:

$$d(u) = \frac{U - \bar{U}}{t} + \frac{1}{N} \quad (5)$$

Para proporcionar el nivel de utilidad U , el minorista resuelve:

$$\max_{p, x} dp - x\kappa - f \quad (6)$$

$$\text{tal que } (x + \beta)(u - p) = U \quad (7)$$

¹⁰En la Sección 4.2 presentamos un ejemplo en el que una pequeña cantidad de *lures* se vende a consumidores con gustos excéntricos.

Los valores de equilibrio son:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2N\kappa} \left(u\sqrt{-4\kappa t + u^2} - 2\kappa t + u^2 \right); \\ p &= u - \frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt{u\sqrt{u^2 - 4\kappa t} - 2\kappa t + u^2}; \\ x &= \frac{1}{2\sqrt{\kappa}} \left(\sqrt{2}\sqrt{\frac{1}{N^2\kappa} \left(u\sqrt{u^2 - 4\kappa t} - 2\kappa t + u^2 \right)} - 2\sqrt{\kappa}\beta \right). \end{aligned}$$

Nótese que la expresión para x es decreciente en N . Por lo tanto, los parámetros que llevan a que los minoristas tengan una proporción grande del mercado (N bajo) también llevan a que los minoristas ofrezcan una alta variedad (x alta). Esto proporciona una explicación basada en preferencias de la correlación positiva entre la longitud de la línea de productos y la participación de mercado, que ha sido observada por Draganska y Jain (2005), Kekre y Srinivasan (1990), y Bayus y Putsis (1999).

Definimos el bienestar del consumidor como el promedio del beneficio neto de realizar compras para nuestros consumidores:

$$W = U - \frac{t}{4N} \quad (8)$$

Resumimos las estadísticas comparativas del modelo en la siguiente proposición:

Proposición 1 *En el equilibrio simétrico del modelo espacial de ventas al menudeo:*

1. *Mayor preferencia por variedad (menor β) implica:*

- a) *menos minoristas (N),*
- b) *no hay cambios en el precio (p),*
- c) *más variedad (x),*
- d) *mayor bienestar del consumidor (W).*

2. *Un incremento en los costos de transporte (t) lleva a*

- a) *menos minoristas (N),*
- b) *precio más alto (p),*
- c) *y mayor variedad (x).*

3. *Costos fijos (f) más bajos llevan a:*

- a) *más minoristas (N),*
- b) *menor bienestar del consumidor (W).*

4. Existe un $\bar{f} > 0$ tal que para todos los $f < \bar{f}$ no se proporciona variedad ($x = 0$).

Demostración. En el Apéndice B.1. ■

El primer resultado es intuitivo: si los consumidores tienen una preferencia más fuerte por variedad, la variedad proporcionada por los minoristas será mayor. El proporcionar más variedad incrementa los costos para los minoristas por lo que habrá menos minoristas en el mercado. Para analizar los efectos en el bienestar de una disminución en β , hay que notar que los costos de transporte incrementan. Sin embargo, la presencia de una menor cantidad de minoristas en el mercado ocasiona que los incrementos en la variedad atraigan más consumidores de los que atraerían con una β más grande y por ello los minoristas proporcionarán más variedad. El efecto neto es un incremento en el bienestar de los consumidores.

Cuando los costos de transporte son altos habrá menos minoristas porque a pesar de que estos puedan cobrar un precio más alto, también tienen que ofrecer más variedad para compensar a los consumidores. En el equilibrio el incremento en costos debido a una mayor variedad es más grande que el incremento en los ingresos generado por el incremento en el precio. Los efectos de un aumento en los costos de transporte pueden entenderse a la luz de las recientes tendencias paralelas en las ventas al menudeo y la suburbanización. Si pensamos en la mudanza de las personas a las afueras de la ciudad como un choque exógeno positivo a los costos de transporte, nuestro modelo correctamente predice que una menor cantidad de minoristas servirá al mercado, cada uno ofreciendo una mayor selección de artículos.

El tercer resultado es el más intrigante. Costos fijos pequeños facilitan la entrada de los minoristas lo que lleva a un incremento en el número de minoristas y a una disminución en los costos de transporte. Sin embargo, cuando N es grande la competencia generada por una mayor cantidad de minoristas perjudica a los consumidores disminuyendo la variedad proporcionada. El efecto neto es una disminución en el bienestar de los consumidores. El resultado guarda semejanza con (aunque es distinto de) el resultado de 'entrada en exceso' de Mankiw y Whinston (1986), donde las firmas que entran al mercado reducen el bienestar social disminuyendo la producción por compañía y las ganancias netas. En contraste, nuestro resultado implica que el bienestar de los consumidores (no necesariamente el bienestar social) disminuye con la entrada de minoristas.

4.2. Gustos diferentes

Hasta el momento nuestro análisis ha simplificado la realidad asumiendo que los consumidores están de acuerdo en la valoración de los diferentes bienes. En esta sección estudiamos las implicaciones de tener consumidores cuyas preferencias difieren de las de la mayoría de la población. Proponemos un modelo estilizado en el cual existe un gran grupo de consumidores con gustos *mayoritarios* y un grupo pequeño con preferencias heterogéneas o *excéntricas*.

Los consumidores mayoritarios tienen preferencia por variedad es decir, evalúan las tiendas de acuerdo a la función de utilidad (3). Por otro lado, los consumidores excéntricos están interesados solamente en un bien particular, que puede ser diferente del bien más preferido por los consumidores mayoritarios, y no tienen preferencia por variedad. Asumimos que para cada bien en Z hay un grupo de consumidores excéntricos que lo valora más que a los otros bienes. De forma alternativa, nuestro modelo se puede interpretar como uno en el que cada bien en Z es el preferido para un grupo de consumidores excéntricos con una cierta probabilidad.

La idea central de esta extensión es que existe una relación simbiótica entre los consumidores con gustos mayoritarios con preferencias por variedad y los consumidores con gustos excéntricos. Dada la pequeña demanda en el mercado, los costos de inventario pueden sobrepasar los ingresos esperados de ofrecer bienes excéntricos por lo que los minoristas no pueden ofrecerlos. Sin embargo, si los consumidores mayoritarios tienen una preferencia por variedad, el ofrecer bienes excéntricos a un buen precio se vuelve parte de la estrategia comercial óptima de las tiendas. Por tanto, los consumidores excéntricos que no tendrían la oportunidad de comprar su bien preferido ahora lo pueden encontrar con un minorista para gustos mayoritarios. Por otro lado, los consumidores excéntricos reducen los costos de inventario de los bienes excéntricos comprándolos, mientras que los consumidores mayoritarios los dejarían en los estantes. Así, los minoristas están dispuestos a ofrecer una mayor variedad de bienes de lo que lo estarían dispuestos si no hubiera consumidores excéntricos, incrementando así el componente de variedad de la utilidad de los consumidores mayoritarios.

Ajustamos nuestro modelo de la siguiente manera. Establecemos que existen dos minoristas, un conjunto de consumidores corrientes de medida m y un conjunto de consumidores excéntricos Υ de tamaño $e \geq 0$. En Υ existe un grupo de consumidores de densidad¹¹ e que disfruta solamente el bien $g \in \mathbb{R}_+$. Estos consumidores, a quienes indexamos por su bien más preferido, tienen funciones de utilidad:

$$U^g(A) = \begin{cases} u^e - p_g & \text{si } g \in A. \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (9)$$

Así, para cada bien ofrecido por el minorista (cada unidad de variedad x) existe un grupo de consumidores excéntricos de densidad e que lo va a comprar. Nótese que el modelo base presentado al principio de esta sección es un caso especial del modelo de esta sección en el que $m = 1$ y $e = 0$.

Hacemos dos supuestos sobre el número de consumidores excéntricos. Primero, $e < \frac{\kappa}{u^e}$ asegura que no es rentable que un minorista atienda únicamente a consumidores excéntricos. Segundo, $m \geq e|Z|$ afirma que los consumidores mayoritarios superan en número a los consumidores excéntricos. También asumimos que los consumidores excéntricos valoran el bien excéntrico por lo menos en el mismo grado que lo hacen los consumidores mayoritarios $u^e \geq u$, de tal forma que la anterior desigualdad implica $u < \frac{\kappa}{e}$. Por tanto, cuando un minorista

¹¹De manera equivalente, si consideramos $e \in [0, 1]$, podemos interpretar e como la probabilidad de que un bien se vaya a vender.

ofrece el bien g paga el correspondiente costo de inventario κ pero también va a recolectar ingresos $p_g e$, donde p_g es el precio al cual se vende el bien g . También hacemos el siguiente supuesto sobre la calidad de los *lures* disponibles: $u - U(\{z\}) < \frac{\kappa}{m}x$ para cada $z \leq x$. Esta condición garantiza que los *lures* sean ofrecidos a precios positivos. En este modelo, los costos de inventario de un bien son independientes del número de clientes que lo van a comprar. La condición clave para nuestros resultados es que los costos de inventario por cliente atendido son decrecientes en el número de clientes atendidos.

Ya que un minorista no puede ser rentable sin atraer a consumidores corrientes, las decisiones de precios e inventario estarán basadas en la necesidad de atraerlos.

Lema 1 *i) Los minoristas ofrecerán la combinación precio-variedad que atrae de manera más eficiente a los consumidores mayoritarios.*

ii) El precio de los lures es tal que los consumidores mayoritarios indiferentes entre todos los bienes.

Demostración. La demostración está en el Apéndice B.2. ■

Los siguientes resultados hacen concreta la idea de una relación simbiótica entre los consumidores mayoritarios y los excéntricos. Comenzamos con un resultado sobre los beneficios que los consumidores excéntricos traen para sus contrapartes mayoritarias. La intuición detrás del resultado es simple: los consumidores excéntricos subsidian los costos de inventario de los bienes que a los consumidores mayoritarios les gusta tener en su conjunto de elección pero que no van a comprar. Por lo tanto, la variedad ofrecida por los minoristas es estrictamente creciente en el número de consumidores excéntricos. Es importante notar que, a diferencia de otros modelos donde la variedad proporcionada está determinada por la distribución de gustos y la función de producción de las firmas (Anderson et al., 1995), en nuestro marco teórico la decisión de las compañías de proporcionar variedad depende únicamente de las preferencias del grupo mayoritario, mientras que la decisión de cuánta variedad proporcionar toma en cuenta la distribución de los gustos de todos los grupos.

Proposición 2 *La utilidad de los consumidores mayoritarios es creciente en el número de consumidores excéntricos (e).*

Demostración. La demostración está en el Apéndice B.2. ■

Antes de pasar al siguiente resultado es útil definir una noción del bienestar para los consumidores excéntricos:

$$W^e = \int_{\Upsilon} U^g dg \quad (10)$$

Claramente, W^e es estrictamente creciente en la variedad ofrecida, puesto que U^g es estrictamente positiva cuando el minorista ofrece g y cero cuando no. El aumentar el número de consumidores mayoritarios incrementa las ganancias del minorista sin afectar los costos de inventario de los bienes excéntricos. La competencia hace que los minoristas gasten esta ganancia extra en incrementar la variedad ofrecida.

Proposición 3 *El bienestar de los consumidores excéntricos es creciente en el número de consumidores mayoritarios (m) y en su preferencia por variedad (disminuyendo en β).*

Demostración. La demostración está en el Apéndice B.2. ■

5. Conclusión

La introspección sugiere que el contemplar las opciones de consumo disponibles nos da placer. Cuando vamos al centro comercial, pasamos horas viendo los artículos antes de comprar un par de pantalones que nos motivaron a ir en primer lugar. Cuando estamos en el mostrador del deli en un supermercado, nos quedamos largo rato y silenciosamente articulamos los nombres de los quesos exóticos importados antes de comprar una barra de queso cheddar que necesitamos para la cena. Esta contemplación placentera de las opciones disponibles desempeña un papel en la toma de decisiones: a veces decidimos ir al centro comercial y no a una tienda independiente porque correctamente anticipamos que vamos a disfrutar ver los escaparates. El objetivo de este documento de investigación ha sido formalizar una noción de variedad, proporcionar una representación de utilidad que incorpora este placer y realzar la importancia de tomar en cuenta las preferencias por variedad en los modelos económicos.

Mientras que uno no puede distinguir entre preferencias por variedad e incertidumbre, en cuanto a las preferencias futuras (Dekel et al. 2001), observando las opciones *sobre* los menús, los dos modelos hacen predicciones diferentes de las elecciones *de* los menús. Es decir, cualquier interpretación puede racionalizar la elección del consumidor de un minorista. Sin embargo, la preferencia por variedad implica que las compras de un consumidor en una tienda no son ex-ante inciertas. Solamente nuestro modelo puede explicar la presencia de los *lures* - bienes que están almacenados, pero que rara vez o nunca son comprados. Nuestra interpretación de la representación de preferencias por variedad afirma que puede ser que las diferentes funciones de utilidad en una representación con estados subjetivos en realidad no reflejen la incertidumbre acerca de las preferencias futuras de un agente, sino las diferentes maneras en la cuales las alternativas en un menú afectan la experiencia de escoger de él.

Nuestra definición de variedad enfatiza que son los nuevos bienes o los atributos de los productos y no las versiones repetitivas del mismo producto, los que son importantes para los agentes. Siguiendo la evidencia de una amplia gama de fuentes, axiomatizamos la noción de que los bienes que están destinados para la contemplación se valoran de una manera consistente con las preferencias de consumo. Entonces mostramos que cualquier relación de preferencia que satisfaga nuestros axiomas tiene una representación con preferencia por variedad.

En una aplicación de nuestra representación de utilidad a un modelo de ventas al menudeo proporcionamos dos ejemplos de cómo el tomar en cuenta la preferencia por variedad puede llevar a unas conclusiones sorprendentes. Primero, en un modelo espacial de ventas al menudeo mostramos que un mercado minorista más competitivo (disminuyendo los costos fijos de entrada) puede

reducir el bienestar. Segundo, en una versión del modelo con consumidores con gustos heterogéneos encontramos que mientras exista un grupo de consumidores con preferencias por variedad, todos los grupos se beneficiarán de los otros grupos.

Además, debemos recordar que las preferencias por variedad son solamente una parte de la imagen que es aplicable más en ciertas circunstancias que en otras. Como contraparte se encuentra evidencia de que el procesamiento de información es costoso; la abundancia de opciones puede generar una cantidad de información que el agente no es capaz de procesar, lo que le lleva a tomar peores decisiones. La investigación futura debería intentar proporcionar un marco unificado en el cual las preferencias por variedad y la sobrecarga sensorial coexistan.

Referencias

- [1] Anderson, S., A. de Palma, y A. Nesterov (1995): 'Oligopolistic Competition and the Optimal Provision of Products,' *Econometrica*, 63(6), 1281-1301.
- [2] Ariely, D. (2008): *Predictably Irrational*, New York: Harper Collins.
- [3] Arnold, M., y K. Reynolds (2003): "Hedonic shopping motivations," *Journal of Retailing*, 79, 77-95.
- [4] Babin, B., W. Darden y M. Griffin (1994): "Work and/or fun: Measuring hedonic and utilitarian shopping value," *Journal of Consumer Research*, 20, 644-656.
- [5] Bayus, B. y W. Putsis (1999): "Product proliferation: An empirical analysis of product line determinants and market outcomes," *Marketing Science*, 18, 137-153.
- [6] Botti, S. y S. Iyengar (2006): "The dark side of choice: When choice impairs social welfare," *Journal of Public Policy and Marketing*, 25(1), 24-38.
- [7] Bown, N., D. Read y B. Summers (2003): "The lure of choice," *Journal of Behavioral Decision Making*, 16, 297-308.
- [8] Dekel, E., B. Lipman y A. Rustichini (2001): Representing preferences with a unique subjective state space," *Econometrica*, 69(4), 891-934.
- [9] Dekel, E., B. Lipman y A. Rustichini (2009): "Temptation-driven preferences," *Review of Economic Studies*, 76(3), 937-971.
- [10] Dekel, E., B. Lipman y A. Rustichini y T. Sarver (2007): Representing preferences with a unique subjective state space: Corrigendum," *Econometrica*, 75(2): 591-600.
- [11] Draganska, M. y D. Jain (2005): "Product-line length as a competitive tool," *Journal of Economics and Management Strategy*, 14(1), 1-28.
- [12] Eliaz, K., y R. Spiegler (2011): 'On the strategic use of attention grabbers,' *Theoretical Economics*, 6, 127-155.
- [13] Gul, F. y W. Pesendorfer (2001): "Temptation and self-control," *Econometrica*, 69(6), 1403-1435.
- [14] Greifeneder, R., B. Scheibehenne y P. Todd (2009): "What moderates the too-much-choice effect?" *Psychology & Marketing*, 26(3), 229-253.
- [15] Huber, J., J. Payne y C. Puto (1982): 'Adding asymmetrically dominated alternatives: Violations of regularity and the similarity hypothesis,' *The Journal of Consumer Research*, 9(1), 90-98.

- [16] Iyengar, S. y M. Lepper (2000): "When choice is demotivating: Can one desire too much of a good thing?" *Journal of Personality and Social Psychology*, 79(6), 995-1006.
- [17] Jarboe, G., y C. McDaniel (1987): 'A profile of browsers in regional shopping malls,' *Journal of the Academy of Marketing Science*, 15(1), 46-53.
- [18] Kaiser, K. (2011): "Variety aversion and information overload: an experimental approach," Documento de investigación de Banco de México 2011-01.
- [19] Kekre, S. y K. Srinivasan (1990): "Broader product line: A necessity to achieve success?" *Management Science*, 36, 1216-1231.
- [20] Kreps, D. (1979): 'A preference for flexibility,' *Econometrica*, 47, 565-576.
- [21] Kreps, D. (1988): *Notes on the Theory of Choice*, Underground Classics in Economics, Westview Press.
- [22] Lal, R., y C. Matutes (1994): Retail pricing and advertising strategies," *Journal of Business*, 67, 345-370.
- [23] Mankiw, G., y M. Whinston (1986): "Free entry and social inefficiency," *RAND Journal of Economics*, 17(1), 48-58.
- [24] McInnis, D. y L. Price (1987): "The role of imagery in information processing: review and extensions," *Journal of Consumer Research* 13, 473-491.
- [25] Milgrom, P. y C. Shannon (1994): "Monotone comparative statistics," *Econometrica*, 62(1), 157-180.
- [26] Oppewal, H. y K. Koelemeijer (2005): "More choice is better: effects of assortment size and composition on assortment evaluation," *International Journal of Research in Marketing*, 22, 45-60.
- [27] Richards, T. y D. Hamilton (2006): Rivalry in price and variety among supermarket retailers,' *American Journal of Agricultural Economics*, 88(3), 710-726.
- [28] Shiv, B. y J. Huber (2000): "The impact of anticipating satisfaction on consumer choice," *Journal of Consumer Research*, 27, 202-216.
- [29] Trindade, A. (2010): "Price and variety in supermarkets: Can store competition hurt consumers?" Manuscrito no publicado.

A. Apéndice: Demostración del Teorema de Representación

Comenzamos con algunas definiciones y resultados preliminares y que llevan al resultado intermedio de representación de Dekel et al. (2009). Posteriormente nos basamos en éstos para llegar a nuestra representación de preferencias por variedad, recurriendo a los Axiomas 5 y 4.

Definición 4 $A' \subseteq \text{conv}(A)$ es crítico para A si para todos los B con $A' \subseteq \text{conv}(B) \subseteq \text{conv}(A)$, tenemos $B \sim A$.

Axioma 7 (Finitud) Cada menú A tiene un subconjunto crítico finito.

Juntos, estos axiomas llevan al siguiente resultado:

Teorema 2 (Dekel, Lipman, and Rustichini (2009)) La relación de preferencias $\succ$ tiene una representación de utilidad esperada aditiva finita si y sólo si satisface: Orden Débil, Continuidad, Independencia, y Finitud.

El resultado anterior garantiza que las preferencias puedan ser representadas por una función de utilidad de la forma:

$$U(A) = \sum_{S_1} \max_{x \in A} u(x, s) - \sum_{S_2} \max_{y \in A} u(y, s) \quad (11)$$

Donde $S \equiv S_1 \cup S_2$ son los estados subjetivos del mundo, cada uno asociado con una función de utilidad esperada $u(x, s) = \sum x_a u(a, s)$. Nótese que esto implica que una función de utilidad esperada funciona sobre los menús con un solo elemento: $U(\{x\}) = \sum_{\mathbb{Z}} x_a \left(\sum_{S_1} u(a, s) - \sum_{S_2} u(a, s) \right)$. Los estados en S_2 son 'estados negativos', en los cuales el agente sufre, más que disfruta de sus elecciones. Nuestra representación de preferencias por variedad agrega estructura reemplazando el axioma de Finitud por dos axiomas que sirven para precisar las "funciones de utilidad dependientes del estado" de una forma consistente con la evidencia citada en la Sección 2.

Lema 2 Los axiomas 1, 3, y 5 implican Finitud.

Demostración. Paso 1: Los axiomas 3 y 5 implican $A \sim \text{conv}(A)$:

Sea $w \in \text{conv}(A) \setminus A$. Entonces, $V(A \cup \{w\}) = V(A)$. Según el Axioma 5, la única manera en que $A \approx A \cup \{w\}$ es si $\{w\} \succ \{z\}$ para todos los $z \in A$. Descartamos esta opción de la siguiente manera:

$w = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i$ para $x_i \in A$, $\alpha_i \geq 0$ y $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$. Según el teorema de Carathéodory, podemos tomar $n \leq |Z| + 1$.

$$\text{Establecemos } w_1 = x_1 \text{ y } w_{j+1} = \frac{\sum_{i=1}^j \alpha_i}{\sum_{i=1}^{j+1} \alpha_i} w_j + \frac{\alpha_{j+1}}{\sum_{i=1}^{j+1} \alpha_i} x_{j+1} = \sum_{i=1}^{j+1} \frac{\alpha_i}{\sum_{i=1}^{j+1} \alpha_i} x_i.$$

Nótese que $w_n = w$.

Según el Axioma 1, tenemos que $\{w_j\} \succeq \{x_{j+1}\}$ o que $\{w_j\} \preceq \{x_{j+1}\}$. Consideremos el siguiente algoritmo:

1. $\hat{w}_1 = x_1$
2. Si $w_j \succeq x_{j+1}$, entonces $\hat{w}_{j+1} = \hat{w}_j$.
3. Si $w_j \preceq x_{j+1}$, entonces $\hat{w}_{j+1} = x_{j+1}$.

Para cada j , $\hat{w}_j \in A$. Según el Axioma 3, $\{w_j\} \succeq \{x_{j+1}\}$ implica $\{w_j\} \succeq \{w_{j+1}\}$ y $\{x_{j+1}\} \succeq \{w_j\}$ implica $\{x_{j+1}\} \succeq \{w_{j+1}\}$. Por transitividad, $\{\hat{w}_{j+1}\} \succeq \{w_{j+1}\}$. Por lo tanto, para cualquier lotería $w \in \text{conv}(A)$, existe una lotería en $x \in A$ tal que $\{x\} \succeq \{w\}$. Concluimos que, $\text{conv}(A) = A \cup (\text{conv}(A) \setminus A) \sim A$.

Paso 2: Existe un conjunto finito $\mathcal{F}_A \subseteq A$ tal que $\mathcal{F}_A \sim A$.

Para $a \in Z$ y $A \in \mathcal{A}$, definimos el conjunto $\mathcal{L}_a(A) = \{x \in A \text{ s.t. } x \in \arg \max_{x \in A} \{x_a\}\}$. $\max_{x \in A} \{x_a\}$ está bien definido porque todos los menús están definidos para ser conjuntos cerrados. Establecemos $\mathcal{L}_q(A) = \{x \in A \text{ s.t. } \{x\} \succeq \{y\} \text{ para cada } y \in A\}$. Para cada $i \in Z \cup q$, escogemos una lotería $\hat{x}^i \in \mathcal{L}_i(A)$. Definimos que $\mathcal{F}_A = \cup_{i \in Z \cup q} \hat{x}^i$. $\mathcal{F}_A \subseteq A \subseteq \text{conv}(A)$ es un conjunto finito.

Hemos construido $\mathcal{F}_A$ para garantizar que $V(A \cup \{w\}) = V(A)$ para todos los $w \in A \setminus \mathcal{F}_A$, y $\{\hat{x}^q\} \succeq \{y\}$ para cada $y \in \text{conv}(A)$. Según el Axioma 5, $\mathcal{F}_A \sim A$.

Paso 3: $\mathcal{F}_A$ es crítico para A .

Consideremos un conjunto B tal que $\mathcal{F}_A \subseteq \text{conv}(B) \subseteq \text{conv}(A)$. Ya que $\text{conv}(B) \subseteq \text{conv}(A)$, podemos tomar $\mathcal{F}_{\text{conv}(B)} = \mathcal{F}_A$. Así, $\mathcal{F}_A \sim \text{conv}(B) \sim \text{conv}(A) \sim A$. Según el Paso 1, $\text{conv}(B) \sim B$. Utilizando la transitividad otra vez, $B \sim A$. Concluimos que $\mathcal{F}_A$ es crítico para A . ■

Antes de seguir, nótese cómo la manera en la que construimos el subconjunto crítico finito en la demostración anterior muestra que el Axioma 5 limita el número de formas en las que la utilidad del agente puede cambiar. Utilizamos la misma lógica en la demostración de nuestro teorema de representación para identificar todos los estados subjetivos relevantes.

Es simple verificar que una función de utilidad con una representación de preferencias por variedad satisface los Axiomas 1-5. En lo que sigue, verificamos que cualquier relación de preferencia que satisfaga estos axiomas tiene una representación de preferencias por variedad.

Paso 1: Utilidad Esperada Aditiva Finita

Según el Teorema 2 y el Lema 2, existe una representación de utilidad esperada aditiva finita:

$$U(A) = \sum_{S_1} \max_{x \in A} u(x, s) - \sum_{S_2} \max_{x \in A} u(x, s)$$

En lo que sigue, trabajamos con una representación de utilidad esperada finita dada. Nótese que solamente necesitamos considerar las funciones de utilidad esperada para la cual $u(a, s) > u(b, s)$ para algunos $a, b \in Z$. De lo contrario, la función es una constante y puede ser eliminada por una normalización de U .

Paso 2:

Como argumentamos en el texto, según el Axioma 5, existe un $n \in Z$ tal que $\{n\} \cup A \sim A$ para todos los A que contienen por lo menos una lotería z tal que

$\{z\} \succeq \{n\}$. Establecemos $N \subset Z$ para denotar el conjunto de todos los bienes neutrales de este tipo.

Lema 3 *Para cada $i \in Z \setminus N$ existe un $s \in S$ tal que $u(i, s) > u(a, s) = u(b, s)$ para todos los $a, b \neq i$.*

Demostración. Establecemos $i \in Z \setminus N$ como un bien tal que no hay $s \in S$ para el cual

$$u(a, s) = \begin{cases} > k & \text{if } a = i \\ = k & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Para cada s , escogemos $b^s \in \arg \max_{a \in Z \setminus i} u(a, s)$ y $c^s \in \arg \min_{a \in Z \setminus i} u(a, s)$. Entonces, para pequeños $\lambda > 0$, definimos $z^s = \lambda i + (1 - \lambda) c^s$.

Consideremos el conjunto $A = \{b^s, c^s\}_{s \in S}$. Nótese que $V_i(A) = 0$. Escogemos un z^s y consideramos $U(A \cup \{z^s\})$. Para cualquier $s' \in S$, tenemos que

$$u(b^{s'}, s') - u(z^s, s') = (1 - \lambda) (u(b^{s'}, s') - u(c^s, s')) - \lambda u(i, s').$$

Por construcción, $u(b^{s'}, s') - u(c^s, s') > 0$. Por lo tanto, para λ suficientemente pequeñas, $u(b^{s'}, s') > u(z^s, s')$, implicando que $U(A) = U(A \cup \{z^s\})$.

Sin embargo, z^s agrega variedad a A : $\{v^n(z^s, A)\} \approx \{n\}$. Según el Axioma 5, $A \cup \{z^s\} \approx A$. Esto contradice la premisa de que U representa la relación de preferencias en cuestión ■

Dado este lema, sabemos que existen por lo menos $|Z \setminus N|$ estados subjetivos. El siguiente lema verifica que este es el número máximo de estados en los que $u(a, s)$ toma un valor más alto para un bien único, excepto en circunstancias especiales.

Paso 3:

Lema 4 *Existen por lo menos $|Z \setminus N| + 1$ estados subjetivos, $|S| \geq |Z \setminus N| + 1$.*

Demostración. Según el Axioma 6, existen tres bienes tales que $\{a\} \succeq \{b\} \succ \{c\}$. Supongamos que $|S| = |Z \setminus N|$ de forma que cada u responde únicamente a un bien. Consideremos el menú $A = \{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c, \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c\}$ y la lotería $x = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$. Entonces, $\max_{y \in A \cup \{x\}} u(y, s) = \max_{y \in A} u(y, s)$ para todos los $s \in S$. No obstante, según el Axioma 3, $\{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b\} \succ \{\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c\} \succeq \{\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c\}$. Además, el Axioma 4 implica $U(A \cup \{x\}) > U(A)$. Por tanto, debe haber por lo menos un estado subjetivo adicional. ■

Paso 4:

Lema 5 *Si $u(a, s) \neq \begin{cases} > k & \text{si } a = i \\ = k & \text{de lo contrario} \end{cases}$ para algunos $i \in Z \setminus N$, entonces $u(\cdot, s)$ es una transformación afín a U .*

Demostración. Hay dos casos con los que debemos tratar. Primero, consideremos un estado en el que podemos encontrar tres bienes, tales que $u(a, s) \geq$

$u(b, s) > u(c, s)$. Si $u(\cdot, s)$ no es una transformación afín a U , existen loterías $y = \lambda a + (1 - \lambda)b$ y $x \in \Delta Z$ tales que $U(\{x\}) = U(\{y\})$ pero $u(y, s) > u(x, s)$. Consideremos el menú $A = \{x, \lambda a + (1 - \lambda)c, \lambda c + (1 - \lambda)b\}$. Nótese que $\{x\} \succeq \{y\}$ y $V(A) = V(A \cup \{y\})$. Según el Axioma 5, $A \sim A \cup \{y\}$. No obstante, $u(y, s) > u(z, s)$ para todos los $z \in A$ así que $U(A) \neq U(A \cup \{y\})$, lo que contradice nuestra hipótesis de que U representa la relación de preferencias en cuestión.

El segundo caso es un estado en el que $u(a, s) = \begin{cases} > k & \text{si } a = n \\ = k & \text{de lo contrario} \end{cases}$ para algunos $n \in N$ y $k \in \mathbb{R}$. Según el Axioma 6, existe un bien $\{a\} \succeq \{n\}$. Según el Axioma 5, $\{a\} \cup \{n\} \sim \{a\}$. Sin embargo, $u(n, s) > u(a, s)$ así $U(A) \neq U(A \cup \{n\})$. De nuevo, esto contradice nuestra hipótesis de que U representa la relación de preferencia en cuestión. ■

Paso 5: Precizando U

Los lemas anteriores nos llevan a la conclusión de que las preferencias que satisfacen los Axiomas 1-5 están representadas por una función de utilidad de la forma:

$$U(A) = \max_{x \in A} \{\alpha + \beta U(\{x\})\} + \sum_{i \in Z} \left(k_i \max_{y \in A} y_i + k'_i (1 - \max_{y \in A} y_i) \right)$$

donde $\alpha, \beta > 0$ y k_i y k'_i son constantes de cualquier signo. Denotemos la constante $\gamma = \alpha + \sum_{i \in Z} k'_i$:

$$U(A) = \gamma + \beta \max_{x \in A} U(\{x\}) + \sum_{i \in Z} (k_i - k'_i) \max_{y \in A} y_i$$

El agregar o restar una constante no cambia el orden de los menús, así que podemos escoger $\gamma = 0$. Limitamos la atención a los menús de un miembro único, para cada $a \in Z \setminus N$:

$$k_a - k'_a = (1 - \beta)U(\{a\})$$

Además, para $n \in N$:

$$U(\{n\}) = \beta U(\{n\})$$

de lo que concluimos que $U(\{n\}) = 0$. Nótese que $\beta \neq 1$ porque esto implicaría $U(A) = \max_{x \in A} U(\{x\})$ lo que está descartado por el Axioma 5. El tener $U(\{n\}) = 0$ nos permite incluir los bienes neutrales en la suma anterior.

De hecho, $\beta \in (0, 1)$. Sabemos que $\beta > 0$ porque $\alpha + \beta U$ es una transformación afín a U . Para ver que $\beta < 1$, consideremos $U(\{a\} \cup \{b\}) - U(\{a\}) = (1 - \beta)U(\{b\})$. Según el Axioma 5, $\{a\} \cup \{b\} \succ \{a\}$ si $\{b\} \succ \{n\}$, o de forma equivalente $U(\{b\}) > 0$. Entonces, $\beta < 1$.

β está **predeterminado de forma única**. Tomemos tres bienes, tales que $\{a, \lambda c + (1 - \lambda)a\} \sim b$ para $\lambda \in (0, 1]$ y $U(\{a\}) \geq U(\{c\}) \neq 0$. Entonces,

$$U(\{a\}) + (1 - \beta)\lambda U(\{c\}) = U(\{b\})$$

implicando que:

$$\beta = \frac{U(\{a\}) + U(\{c\}) - U(\{b\})}{\lambda U(\{c\})}$$

Concluimos que cualquier relación de preferencia que satisface los Axiomas 1-5 tiene una representación de la Preferencia por Variedad:

$$U(A) = (1 - \beta) \sum_Z U(\{a\}) \max_{y \in A} y_a + \beta \max_{x \in A} U(\{x\})$$

B. Apéndice: Demostraciones Relacionadas con las Aplicaciones a las Ventas al Menudeo

B.1. Un Modelo Espacial de las Ventas al Menudeo

El problema de maximización de los minoristas es:

$$\begin{aligned} \max_{p,x} dp - \kappa x - f \\ \text{s.t. } U &= (x + \beta)(u - p) \end{aligned}$$

sustituyendo la restricción:

$$\max_x d \left(u - \frac{U}{x + \beta} \right) - \kappa x - f$$

La condición de primer orden de este problema es:

$$\begin{aligned} \frac{dU}{(x + \beta)^2} - \kappa &= 0 \\ \Leftrightarrow \\ x &= \sqrt{\frac{dU}{\kappa}} - \beta \end{aligned}$$

La condición de segundo orden claramente se satisface, así que en efecto este es un máximo global único. Al sustituir el valor óptimo de x en la expresión para p tenemos:

$$p = u - \sqrt{\frac{U\kappa}{d}}$$

Ahora podemos escribir el problema de los minoristas en términos de U :

$$\max_U \Pi = \max_U d(U) \left(u - \frac{\sqrt{U\kappa}}{\sqrt{d(U)}} \right) - \kappa \left(\frac{\sqrt{Ud(U)}}{\sqrt{\kappa}} - \beta \right) - f$$

donde $d(U) = \frac{U - \bar{U}}{t} + \frac{1}{N}$. Podemos reescribir este problema como:

$$\max_U d(U)u - 2\sqrt{d(U)U\kappa} + \kappa\beta - f$$

La condición de primer orden del problema es:

$$d'(U)u - d'(U) \frac{\sqrt{U\kappa}}{\sqrt{d(U)}} - \frac{\sqrt{d(U)\kappa}}{\sqrt{U}} = 0$$

Nótese que $d'(U) = \frac{1}{t}$ y, cuando utilizamos la condición de equilibrio $U = \bar{U}$, $d(U) = \frac{1}{N}$. Por lo tanto, la condición de primer orden se simplifica a:

$$u\sqrt{\bar{U}} - \sqrt{\kappa N}U - t \frac{\sqrt{\kappa}}{\sqrt{N}} = 0$$

Utilizando la fórmula cuadrática, derivamos:

$$\sqrt{\bar{U}} = \frac{u \pm \sqrt{u^2 - 4\kappa t}}{2\sqrt{\kappa N}}$$

Asumimos que el término en la raíz del numerador es positivo. Tomamos el valor más grande para $\sqrt{u}$, el cual al elevarse al cuadrado arroja:

$$U = \frac{u^2 - 2\kappa t + u\sqrt{u^2 - 4\kappa t}}{2\kappa N}$$

Al sustituir U en el precio y la variedad, obtenemos:

$$p = u - \frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt{u\sqrt{u^2 - 4\kappa t} - 2\kappa t + u^2}$$

$$x = \frac{1}{2\sqrt{\kappa}} \left(\sqrt{2}\sqrt{\frac{1}{N^2\kappa} (u\sqrt{u^2 - 4\kappa t} - 2\kappa t + u^2)} - 2\sqrt{\kappa}\beta \right)$$

La condición de cero ganancias (sin entradas) da:

$$N^* = \frac{1}{-\kappa\beta + f} \left(u - \sqrt{2}\sqrt{u\sqrt{-4\kappa t + u^2} - 2\kappa t + u^2} \right)$$

Demostración de la Proposición 3

■ Parte 1

Una mayor preferencia por variedad (β más pequeño) implica un menor número de minoristas (N)

$$N^* = \frac{1}{f - \kappa\beta} \left(u - \sqrt{2}\sqrt{u\sqrt{-4\kappa t + u^2} - 2\kappa t + u^2} \right)$$

La variedad está disminuyendo en β :

$$x^* = \frac{1}{2\sqrt{\kappa}} \left(\sqrt{2}\sqrt{\frac{1}{N^2\kappa} (u\sqrt{u^2 - 4\kappa t} - 2\kappa t + u^2)} - 2\sqrt{\kappa}\beta \right)$$

El precio es independiente de β y N :

$$p^* = u - \frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt{u\sqrt{u^2 - 4\kappa t} - 2\kappa t + u^2}$$

El bienestar aumenta cuando β incrementa:

$$W = U - \frac{t}{4N}$$

Sabemos que $U \geq \frac{t}{N}$ (esto sucede debido al hecho de que $u^2 \geq 4\kappa t$ y U está aumentando en u^2). Por consiguiente $\frac{\partial W}{\partial N} > 0$.

■ Parte 2

Examinando las expresiones de los valores de equilibrio de p , N , y x , vemos que el precio y el número de las compañías es decreciente en los costos de transporte. La variedad es creciente en los costos de transporte.

■ Parte 3

$$W = \frac{1}{N} \left(\frac{1}{2\kappa} u \sqrt{u^2 - 4\kappa t} - 2\kappa t + u^2 - \frac{t}{4} \right).$$

Los costos fijos (f) entran en esta expresión únicamente mediante N , que es decreciente en f . Puesto que el término entre paréntesis es positivo, esto implica que el bienestar del consumidor es creciente en f .

Ahora demostramos que existe un $\bar{f} > 0$ tal que para todos los $f < \bar{f}$ no se proporciona la variedad ($x = 0$).

Nótese que:

$$x^* = \max \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\kappa}} \left(\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{N^2\kappa}} (u\sqrt{u^2 - 4\kappa t} - 2\kappa t + u^2)} - 2\sqrt{\kappa\beta} \right), 0 \right\}$$

N crece sin restricciones mientras f disminuye a $2\kappa\beta$ y por lo tanto el término positivo va hacia cero.

B.2. Gustos Distintos

Lema 6 *i) Los minoristas ofrecerán la combinación de precio-variedad que atraiga a los consumidores mayoritarios de manera más efectiva.*

ii) Los lures tendrán asignados precios que hagan a los consumidores mayoritarios indiferentes entre todos los bienes.

Demostración. Ahora el problema del minorista debe incorporar el efecto de la demanda por bienes excéntricos, en su función objetivo. Por lo tanto, el minorista debe considerar las disyuntivas entre ofrecer *lures* baratos y aumentar las ganancias y la variedad cobrando más por los *lures*. Para cualquier precio dado del bien de consumo mayoritario p , y el nivel de utilidad del consumidor mayoritario $\bar{U}$, el minorista minimiza los costos resolviendo:

$$\begin{aligned} \min_{x, p(z)} \quad & \kappa x - e \int_0^x p(z) dz \\ \text{s.t.} \quad & \int_0^x U(z) - p(z) dz = \bar{U} \quad (1) \\ & U(z) - (u - p) \leq p(z) \leq U(z) \quad (2) \\ & x \geq 0 \quad (3) \end{aligned}$$

La primera desigualdad en la segunda restricción garantiza que los consumidores mayoritarios prefieran el bien corriente al *lure*. La segunda desigualdad en la segunda limitación asegura que al ofrecer *lure* se incrementa la utilidad de los consumidores mayoritarios. Utilizando la primera limitación, podemos reescribir el problema como:

$$\begin{aligned}
& \min_x \kappa x - e \left(\int_0^x U(z) dz - \bar{U} \right) \\
& \quad \text{s.t.} \\
& \quad U(z) - (u - p) \leq p(z) \leq U(z) \\
& \quad x \geq 0
\end{aligned}$$

Dado que $U(z)$ está disminuyendo, la función objetivo es convexa y las condiciones de primer orden caracterizarán una solución interior donde la restricción no se cumple con igualdad: $\kappa - eU(x) = 0 \Rightarrow x = U^{-1}\left(\frac{\kappa}{e}\right)$ con precios para cada bien z sin determinar, sujetos solamente a la condición agregada $\int_0^x p(z) dz = \int_0^x U(z) dz - \bar{U}$.

Sin embargo, suponemos que tenemos que $U(x) < \frac{\kappa}{e}$ de manera que la solución interior no es posible. Mejor dicho, puesto que U está disminuyendo, la variedad óptima x es la menor cantidad de variedad que puede ser proporcionada satisfaciendo las restricciones sobre la utilidad del consumidor y el límite inferior de precios. En otras palabras, la restricción $U(z) - (u - p) \leq p(z)$ es acotada. Intuitivamente, el minorista pierde dinero al ofrecer más variedad, de manera que la cantidad óptima de variedad para ofrecer es la cantidad mínima en la cual las restricciones se cumplen con igualdad.

Ahora podemos incorporar el resultado anterior al problema de los minoristas. Una desviación de un minorista de la solución del problema siguiente llevará a pérdidas, puesto que debe involucrar reducciones en los precios, lo que lleva a pérdidas dada la condición de cero ganancias, o a perder consumidores mayoritarios, lo que lleva a pérdidas, ya que los consumidores excéntricos no se asumen rentables. De igual manera, un minorista no puede atraer a todos los consumidores excéntricos y utilizarlos para expandir la variedad, atrayendo de esta forma a los consumidores corrientes porque los *lures* ya tienen asignados precios tan bajos como es posible sin que esto haga que los consumidores mayoritarios se decidan a comprar los *lures*.

$$\begin{aligned}
& \max_x (x + \beta) (u - p) \\
& \quad \kappa x - e \int_0^x p(z) dz = mp \\
& \quad U(z) - (u - p) = p(z)
\end{aligned}$$

La primera restricción es la condición de cero ganancias implicada por la competencia de Bertrand. Sustituyendo la segunda restricción en la primera:

$$\begin{aligned}
mp &= \kappa x - e \int_0^x U(z) dz - u + p dz = \kappa x - e \int_0^x U(z) dz + ex(u - p) \\
\Rightarrow p &= \frac{\kappa x - e \int_0^x U(z) dz + exu}{m + ex}
\end{aligned}$$

Sustituyendo ambas restricciones en la función objetivo:

$$\max_x (x + \beta) \left(u - \frac{\kappa x + e \left(xu - \int_0^x U(z) dz \right)}{m + ex} \right)$$

■

Proposición 4 *La utilidad de los consumidores mayoritarios es creciente en el número de consumidores excéntricos (e).*

Demostración. Establecemos $U(x(e); e)$ como la utilidad de los consumidores mayoritarios en el nivel óptimo de variedad. Una aplicación del teorema de la envolvente nos dice que

$$\frac{dU(x(e); e)}{de} = \frac{\partial U(x(e); e)}{\partial x} x'(e) + \frac{\partial U(x(e); e)}{\partial e} = \frac{\partial U(x(e); e)}{\partial e}$$

Calculando esta derivada explícitamente:

$$\frac{\partial U(x(e); e)}{\partial e} = (x + \beta) \frac{\kappa x^2 + \kappa x - mx(u - \frac{1}{x} \int_0^x U(z) dz)}{(m + ex)^2}$$

lo que es positivo si:

$$\kappa x > m \left(u - \frac{1}{x} \int_0^x U(z) dz \right).$$

Esta desigualdad se sostiene por nuestra suposición de la calidad de los *lures*:

$$u - U(x) < \frac{\kappa}{m} x.$$

Se puede dar una interpretación adicional a la condición anterior mediante un poco de manipulación. La condición de cero ganancias afirma que $\kappa x - e \int_0^x p(z) dz = mp$. Podemos utilizar esta expresión para escribir una condición necesaria para la desigualdad anterior:

$$\frac{1}{x} \int_0^x U(z) dz > u - p$$

Esta condición establece que para el consumidor mayoritario el valor promedio de la variedad proporcionada es mayor que el valor de comprar el bien de consumo. Esta es una condición necesaria para poder ofrecer los *lures* a precios positivos. ■

Proposición 5 *Si en el mercado hay más consumidores mayoritarios que excéntricos ($m < ex$), el bienestar de los consumidores excéntricos en el número de los mayoritarios (m) y en su preferencia por variedad (disminuyendo en β).*

Demostración. La utilidad total de los consumidores excéntricos está aumentando estrictamente con el número de los consumidores excéntricos que pueden comprar su bien más preferido. Así, un incremento en x corresponde a un aumento en la utilidad de los consumidores excéntricos. Establecemos $x^*(m, \beta)$ para que denote el argmáx del problema anterior del minorista como una función de nuestro parámetro de interés. Para mostrar que $x^*(m, \beta)$ es creciente en m y decreciente en β , aplicamos estadísticas comparativas monótonas (Milgrom y Shannon, 1994): si $\frac{\partial U(x; m)}{\partial m \partial x} > 0$ entonces $\frac{\partial x^*(m, \beta)}{\partial m} > 0$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(x; m)}{\partial m} &= (x + \beta) \frac{\kappa x + e(xu - \int_0^x U(z) dz)}{(m + ex)^2} \\ \frac{\partial U(x; m)}{\partial m \partial x} &= \frac{\kappa x + e(xu - \int_0^x U(z) dz)}{(m + ex)^2} \\ &\quad + (x + \beta) \left(\frac{\kappa(m - ex) + e(m + ex)(u - U(x)) - 2e^2 x(u - \frac{1}{x} \int_0^x U(z) dz)}{(m + ex)^3} \right) > 0. \end{aligned}$$

El primer término es claramente positivo, mientras que el segundo es positivo $m \geq ex$, lo que suponemos es cierto porque $x \leq |Z|$.

De forma similar,

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(x; \beta)}{\partial \beta} &= u - \frac{\kappa x + e(xu - \int_0^x U(z) dz)}{m + ex} \\ \frac{\partial U(x; \beta)}{\partial \beta \partial x} &= \frac{-e^2 x(\frac{1}{x} \int_0^x U(z) dz - U(x)) - m(\kappa + e(u - U(x)))}{(m + ex)^2} < 0. \quad \blacksquare \end{aligned}$$