Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

Nº 2009-16

**Explicando los Impuestos en la Cola Superior de la
Distribución del Ingreso: El Papel de la
Interdependencia de Utilidad**

Daniel Sámano
Banco de México

Diciembre 2009

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively the responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Explicando los Impuestos en la Cola Superior de la Distribución del Ingreso: El Papel de la Interdependencia de Utilidad*

Daniel Sámano[†]
Banco de México

Resumen: La teoría de impuestos óptimos tiene dificultad para racionalizar altas tasas marginales de impuestos al ingreso en la parte alta de la distribución. En este documento, se construye un modelo de impuestos óptimos en el cual las preferencias de los agentes son interdependientes. Se deriva una expresión simple del impuesto óptimo que acomoda externalidades de consumo dentro del marco de Mirrlees (1971). Usando esta expresión, se lleva a cabo un análisis *positivo* de impuestos: suponiendo que los impuestos observados son óptimos, se derivan expresiones *analíticas* para i) un parámetro que mide el grado de interdependencia en la utilidad de los agentes y ii) una función que cuantifica las externalidades de consumo que agentes con distintos niveles de ingreso imponen a la sociedad. Usando estas expresiones, se racionalizan los impuestos al ingreso en los Estados Unidos y en el Reino Unido en el periodo 1995-2004. Se muestra que sólo una cantidad *moderada* de interdependencia en la utilidad es suficiente para esto. Las estimaciones indican que la progresividad en los impuestos pudiera ser ocasionada por consideraciones correctivas.

Palabras Clave: impuestos óptimos no-lineales, consumo relativo, racionalización.

Abstract: Optimal tax theory has difficulty rationalizing high marginal tax rates at the upper end of the income distribution. In this paper, I construct a model of optimal income taxation in which agents' preferences are interdependent. I derive a simple expression for optimal taxes that accommodates consumption externalities within Mirrlees (1971) framework. Using this expression, I conduct a *positive* analysis of taxation: assuming that observed taxes are optimal, I derive *analytic* expressions for i) a parameter that measures the degree of agents' utility interdependence and ii) a function that quantifies the consumption externality agents of different income impose to society. Using these expressions, I rationalize income taxes in the United States and the United Kingdom for the 1995-2004 period. I show that only a *moderate* amount of utility interdependence is sufficient for this. My estimations indicate that the progressivity of tax schedules may be driven by corrective considerations.

Keywords: optimal non-linear taxation, relative consumption, rationalization.

JEL Classification: D62, H21, H23.

---

* Agradezco a mi asesor Narayana Kocherlakota por su guía en Minnesota. También estoy agradecido con Santiago Bazdresch, Nick Guo, Fatih Guvenen, Larry Jones, Antonio Mele, Christopher Muller, Andrew Oswald, Chris Phelan, Aldo Rustichini, Anderson Schneider, Rene Schwengber, Claudia Senik, Ina Simonovska, Adam Slawski, Matti Tuomala y participantes del "Public Economics and Policy Workshop" de Minnesota, el "2008 Midwest Economic Theory Meeting" en Urbana-Champaign, la conferencia "Relativity, Inequality and Public Policy" en Edinburgh, el Seminario del Banco de Mexico y la conferencia de la "Royal Economic Society" en 2009. Finalmente agradezco al NBER y al "Economic and Social Data Service" por proveer las bases de datos.

[†] Dirección General de Investigación Económica. Email: dsamano@banxico.org.mx.

Debo confesar que había esperado que el análisis riguroso del gravamen al ingreso en la manera utilitaria proveyera una razón para impuestos altos. No lo ha hecho. [Sir James A. Mirrlees, “*An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation*”]

1 Introducción

El *trade-off* entre redistribución e incentivos ha sido analizada extensamente por economistas. Una lección muy importante extraída de estos estudios es que si el gobierno redistribuye excesivamente, individuos altamente productivos son dejados con pocos o nulos incentivos para trabajar. Para evitar esto, las desigualdades en el consumo y el ingreso surgen como consecuencia de problemas de incentivos.

Mirrlees (1971) fue el primer estudio que formuló este problema de una manera rigurosa. Él encuentra que a pesar de las consideraciones de aversión a la desigualdad por parte del gobierno, bajos impuestos marginales al ingreso laboral de individuos afluentes son deseables. Otros estudios, tales como Sadka (1976) y Seade (1977) refinaron uno de los supuestos de Mirrlees (1971) y obtuvieron el resultado muy conocido que la tasa impositiva en la parte superior de distribución debe ser cero. Estos resultados podrían ser sorprendentes, pero la intuición detrás de ellos es muy clara: un impuesto marginal al ingreso alto induce ocio en individuos altamente productivos. Esto es muy costoso para la economía en general en términos de producción sacrificada. Así, impuestos marginales bajos en la cola derecha de la distribución del ingreso son óptimos a pesar de consideraciones redistributivas.

Teniendo un argumento teórico tan fuerte en contra, ¿por qué en la mayoría de los países los impuestos marginales a la gente afluente son altos?¹

---

¹Un artículo reciente por *The Economist* reporta que las tasas impositivas marginales más altas en Bélgica, Japón y Suecia son cercanas a 50 %, en Australia, China, Francia, Alemania e Italia son cercanas a 45 % mientras que en Brasil, India y los Estados Unidos se encuentran alrededor de 30 %.

Una explicación la proveen [Diamond \(1998\)](#) y [Saez \(2001\)](#). Ellos obtienen impuestos marginales asintóticos positivos cuando la forma funcional que describe la cola superior de la distribución de los ingresos laborales es Pareto. Sin embargo, el resultado deja de ser cierto si la condición previa no se satisface.²

En este documento, exploro una hipótesis alternativa, no obstante mutuamente compatible: la tributación a individuos afluentes podría ocurrir para corregir las externalidades del consumo. Para formalizar esta idea, modelo una economía poblada por un continuo de agentes con productividades heterogéneas conocidas de manera privada. Usando una forma funcional novedosa, las preferencias de los agentes son interdependientes.³ Así, el consumo de los agentes genera una externalidad en la forma de un estándar de comparación de consumo. Esto introduce una razón adicional para la intervención gubernamental, propiamente, la tributación del ingreso para propósitos correctivos. Esto ocurre en la ausencia de un impuesto no lineal al consumo. Derivo una simple expresión para los impuestos óptimos que acomoda las externalidades del consumo dentro del marco de [Mirrlees \(1971\)](#). Esta expresión descompone el esquema de los impuestos observados en dos partes: los impuestos Pigouviano y Mirrleesiano. Aplicando esta fórmula, conduzco un análisis *positivo* de la tributación: asumiendo que los impuestos observados son óptimos, derivo expresiones *analíticas* para i) un parámetro que mide el grado de interdependencia de la utilidad de los agentes y ii) una función que cuantifica la externalidad del consumo que agentes con diferente ingreso le imponen a la sociedad. Usando estas expresiones, calculo la magnitud de las externalidades del consumo que racionalizan los impuestos al ingreso laboral en los Estados Unidos y el Reino Unido de 1995 a 2004. Muestro que solamente un cantidad *moderada* de lo que se conoce como “celos” (ver [Dupor](#)

---

²Soy explícito acerca de esta condición más adelante en el cuerpo del documento.

³Una lista no exhaustiva de economistas, quienes apoyaron la idea que el consumo relativo y no el absoluto es el que importa, contiene a [Veblen \(1899\)](#) y [Duesenberry \(1949\)](#).

y Liu (2003)) hacia los individuos afluentes es suficiente para racionalizar los impuestos al ingreso laboral observados en los Estados Unidos y el Reino Unido para el periodo arriba mencionado. Este resultado sugiere que la progresividad de los esquemas de impuestos observados podrían ser conducidos por consideraciones correctivas, particularmente en la parte superior de la distribución de ingresos. Ésta es la contribución principal de este documento.

Si se supone que la política fiscal real está influida por consideraciones posicionales, necesitamos coleccionar evidencia empírica al respecto. En este sentido, hay pocos estudios que han intentado medir el grado al cual el consumo relativo importa para la satisfacción de la gente. Un enfoque consiste en encuestar a individuos acerca de su elección entre mundos hipotéticos en los cuales ellos pudieran vivir.⁴ En el mundo A, los activos del sujeto son mayores que en el mundo B. Sin embargo, los agentes están peores en el mundo A que en el mundo B respecto al promedio de la población. Así, las opciones de los individuos terminan revelando su preocupación por posiciones relativas. Para ser concretos, la mayoría de las encuestas se enfocan en activos particulares como carros, casas y ocio. En algunos casos, ellos también incluyen ingreso. Usando una encuesta aplicada a una muestra representativa de la población sueca, Carlsson, Johansson-Stenman, y Martinsson (2007) encuentran evidencia que apoya la hipótesis del consumo relativo para el ingreso y los carros pero no para el ocio.⁵ Alpizar, Carlsson, y Johansson-Stenman (2005) encuestan a estudiantes de Costa Rica y obtienen resultados similares. J. Solnick y Hemenway (1998) encuestan a una muestra de estudiantes estadounidenses y encuentran que alrededor de 50 por ciento preferiría un mundo en el cual ellos tuvieran la mitad de su ingreso absoluto mientras su posición

---

⁴Para ser más preciso, la mayoría de esas encuestas le preguntan a los individuos en donde les gustaría que un pariente futuro de ellos viviera. De acuerdo con Alpizar, Carlsson, y Johansson-Stenman (2005), esto para liberarlos de sus circunstancias actuales.

⁵Algunos de los resultados de este documento son impactantes. Por ejemplo, ellos encuentran que alrededor de 50 % de la utilidad obtenida de carros e ingresos proviene de preocupaciones relativas.

relativa fuera alta.

Un enfoque alternativo y más común para probar la interdependencia de utilidad consiste en aplicar un análisis de regresión. Usando datos de satisfacción laboral de trabajadores británicos, [Clark y Oswald \(1996\)](#) construyen grupos de referencia que juntan individuos con las mismas características en el mercado laboral como edad, educación, género, ingreso mensual y horas por semana trabajadas. Ellos encuentran que la gente está menos satisfecha con sus trabajos entre más alto sea el ingreso de su grupo de referencia. [Luttmer \(2005\)](#) fusiona una base de datos de la felicidad autoreportada de individuos con información acerca de ingresos promedio locales (hablando geográficamente) y encuentra que la felicidad autoreportada está negativamente afectada por los ingresos de otros en su área. Una lista no exhaustiva de otros documentos que han probado la significancia del consumo de otros o del ingreso sobre el bienestar de los individuos se encuentra integrada por [McBride \(2001\)](#), [Ferrer-i Carbonell \(2005\)](#), [Dynan y Ravina \(2007\)](#), [Senik \(2008\)](#) y [Clark y Senik \(2008\)](#). En lo concerniente a comparaciones sociales entre miembros de una familia, [Neumark y Postlewaite \(1998\)](#) encuentran que una mujer fuera de la fuerza laboral formal tiene una probabilidad de 16 a 25 por ciento mayor de trabajar fuera de casa si el esposo de su hermana gana más que su propio esposo. En un nivel experimental, [Rustichini y Vostroknutov \(2007\)](#) conducen un juego de “quemar dinero” y encuentran que los individuos están dispuestos a incurrir un costo para reducir las ganancias de otros. Esto ocurre sobre todo cuando las ganancias resultan por habilidad en lugar de suerte. [Bault, Coricelli, y Rustichini \(2008\)](#) conducen un experimento en el cual los participantes escogen loterías con diferentes niveles de riesgo, y pueden observar la opción que otros han seleccionado. Con base en evaluaciones emocionales subjetivas y respuestas psicológicas, ellos encuentran que los individuos experimentan celos y deleite al comparar sus resultados con los de los otros.

En relación a los estudios de tributación óptima bajo externalidades del

consumo en contextos dinámicos, el trabajo de [Ljungqvist y Uhlig \(2000\)](#) presenta una economía dinámica con mercados completos perturbada por choques a la productividad. La externalidad negativa que ellos modelan es conocida como la formación de hábitos externos.⁶ Es decir, cuando los agentes incrementan su consumo, ellos no toman en cuenta su efecto sobre el deseo agregado de otros agentes para alcanzar a los primeros. Sin embargo, debido a que la distribución del consumo es degenerada en su modelo, las implicaciones de política que pueden ser extraídas son para prevenir la adicción al consumo, no los celos en si mismos. [Abel \(2005\)](#) modela una economía de generaciones traslapadas en la cual los agentes exhiben celos hacia el consumo de todas las generaciones vivientes en un periodo dado. Cuando el planificador social es más paciente que los individuos, él encuentra que es óptimo gravar al capital para transferir consumo de los agentes viejos a los jóvenes. Esto es cierto porque el planificador quiere reasignar el consumo hacia las generaciones más recientes de consumidores.

A conocimiento del autor de este trabajo de investigación, los únicos estudios previos al mío respecto a la tributación óptima al ingreso a la Mirrlees bajo interdependencia de utilidad son [Oswald \(1983\)](#) y [Tuomala \(1990\)](#).⁷ Ambos artículos conducen un análisis *normativo* de la tributación y nítidamente caracterizan reglas tributarias óptimas bajo el supuesto que los agentes valoran su consumo en relación al consumo promedio. [Oswald \(1983\)](#) resalta el resultado que la tasa marginal impositiva de cero en los extremos no es válida cuando las preferencias de los agentes son interdependientes. Este artículo señala que impuestos más altos son óptimos en un mundo predominantemente celoso mientras lo opuesto es cierto en una economía mayoritariamente poblada por agentes altruistas. Los cálculos numéricos de [Tuomala \(1990\)](#) también

---

⁶La formación de hábito externo fue primero presentada en la literatura de finanzas para explicar la Paradoja de la Prima en el Rendimiento de Acciones. Ver [Abel \(1990\)](#), [Constantinides \(1990\)](#), [Gali \(1994\)](#), [Heaton \(1995\)](#) y [Campbell y Cochrane \(1999\)](#).

⁷Ver también [Boskin y Sheshinski \(1978\)](#) para un estudio clásico de tributación afín al ingreso cuando los individuos valoran su consumo respecto al consumo promedio.

muestran que los impuestos óptimos al ingreso son progresivos y que impuestos por lo general más altos corresponden a un mayor grado de celos en las preferencias de los agentes. En contraste con mi trabajo de investigación, ningún artículo intenta racionalizar los esquemas de impuestos observados. Otro documento relacionado es [Ireland \(2001\)](#) el cual introduce consumo que se desperdicia a través del cual los individuos señalizan sus habilidades. El principal resultado es que el esquema de impuestos no lineal óptimo en este contexto es más alto pero no más progresivo que sin la búsqueda de estatus. Además, cuando la distribución de habilidades está acotada, las tasas marginales impositivas de cero en el resultado extremo no es afectada por el mecanismo de señalización.

El resto de este documento procede de la siguiente manera: la sección [2](#) presenta el modelo, la sección [3](#) describe los datos y el procedimiento de estimación, la sección [4](#) muestra y discute los resultados y la sección [5](#) concluye.

2 El Modelo

Considérese una economía estática poblada por un continuo de agentes con productividad o habilidad heterogénea. Permitamos que $\theta \in \Theta$, donde $\Theta \equiv [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ y $0 < \underline{\theta} < \bar{\theta} < \infty$, sea la productividad individual distribuida de acuerdo a la densidad $f : \Theta \rightarrow \mathbb{R}_{++}$. La productividad es conocida de manera *privada* por cada agente. Un agente con productividad θ tiene la función de utilidad separable en “consumo” y ocio de la forma

$$U(c, y, C; \theta) = u(c, C) - v\left(\frac{y}{\theta}\right)$$

donde c, y son el consumo y el trabajo efectivo individual, respectivamente.⁸ Además,

$$C \equiv \int_{\Theta} c(\theta) \psi(\theta) d\theta \quad (1)$$

es la referencia de consumo de la sociedad especificada como un promedio *ponderado* del consumo. Como es costumbre, las preferencias satisfacen $u_c > 0$, $u_{cc} \leq 0$, $v' > 0$ y $v'' > 0$, y $u(\cdot)$ es conjuntamente cóncava.⁹ También impongo la condición que $u_C < 0$.

De acuerdo a la especificación previa, los individuos valoran su propio consumo *relativamente* a lo que el resto de los individuos consume. Así pues, el llamado “grupo de referencia” en esta economía es la sociedad entera. Debido a que la utilidad de un agente se decrementa a medida que el promedio ponderado del consumo se incrementa, decimos que las preferencias exhiben lo que se conoce en la literatura como “celos”. Esto está en línea con la terminología propuesta en [Dupor y Liu \(2003\)](#). Es importante resaltar que de acuerdo a (1), la función ponderadora $\psi(\theta) : \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ no necesita ser igual a $f(\theta)$.¹⁰ En otras palabras, los agentes podrían contribuir a la externalidad

---

⁸Como es estándar en esta literatura, defino el trabajo efectivo como $y = \theta l$ donde l es la cantidad de tiempo trabajado.

⁹La especificación de la utilidad tal que $u(c, C) = \tilde{u}(c - \alpha C)$, $\alpha \in [0, 1]$ con $\tilde{u}' < 0$ y $\tilde{u}'' \leq 0$ satisface esos supuestos.

¹⁰La mayor parte de la literatura en valuación del consumo relativo asume que los

del consumo que la sociedad encara en una magnitud diferente del tamaño de su población. En adelante, me referiré a $\psi(\theta)$ como la función ponderadora de la externalidad. Como referencia adicional, nótese que la ecuación (1) puede ser expresada como

$$C \equiv \int_{\Theta} c(\theta) f(\theta) \frac{\psi(\theta)}{f(\theta)} d\theta \quad (2)$$

así pues el cociente $\frac{\psi(\theta)}{f(\theta)}$ actúa como una variable ponderadora de la externalidad del consumo que la sociedad encara.

Una *asignación* en esta economía es $\{c(\theta), y(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$, donde $c : \Theta \rightarrow \mathbb{R}_+$ e $y : \Theta \rightarrow \mathbb{R}_+$. Abstrayendo del gasto del gobierno, defino una asignación $\{c(\theta), y(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$ como *factible* si

$$\int_{\Theta} c(\theta) f(\theta) d\theta = \int_{\Theta} y(\theta) f(\theta) d\theta \quad (3)$$

Haciendo uso del Principio de Revelación, una asignación es *compatible con incentivos* si

$$u(c(\theta), C) - v\left(\frac{y(\theta)}{\theta}\right) \geq u(c(\theta'), C) - v\left(\frac{y(\theta')}{\theta}\right) \quad \forall \theta, \theta' \in \Theta \quad (4)$$

Observe que debido a que C no puede ser afectado unilateralmente por algún agente, no es una función de θ . Una asignación que es compatible con incentivos y factible se dice que es *incentivo-factible*. Finalmente, permitamos que $g : \Theta \rightarrow \mathbb{R}_+$ sea la densidad de acuerdo a la cual los individuos son ponderados por el planificador benevolente.

---

individuos valoran su propio consumo en relación al consumo *promedio*. En este caso $\psi(\theta) = f(\theta)$. Ejemplos de esto son [Oswald \(1983\)](#) y [Tuomala \(1990\)](#). [Abel \(2005\)](#) es una excepción debido a que este documento modela una economía de generaciones traslapadas cuya referencia de consumo es una media geométrica ponderada del consumo de los individuos pertenecientes a dos generaciones diferentes.

Definición 1. Una asignación óptima es una asignación $\{c^*(\theta), y^*(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$ que maximiza el siguiente problema del planificador

$$\int_{\Theta} \left[u(c(\theta), C) - v\left(\frac{y(\theta)}{\theta}\right) \right] g(\theta) d\theta \quad (5)$$

sujeto a $\{c(\theta), y(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$ que es incentivo-factible y C se define como en (1).

2.1 Caracterización de Asignaciones Óptimas

La siguiente proposición enuncia las condiciones necesarias que cualquier asignación óptima interior debe satisfacer. Permitamos que $\epsilon^*(\theta) \equiv \frac{v'(\frac{y^*(\theta)}{\theta})}{v''(\frac{y^*(\theta)}{\theta}) \frac{y^*(\theta)}{\theta}}$.

Proposición 1. Cualquier asignación óptima interior $\{c^*(\theta), y^*(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$ debe ser incentivo-factible y satisfacer

$$\frac{u_c(c^*(\theta), C^*)}{v'(\frac{y^*(\theta)}{\theta}) \frac{1}{\theta}} - 1 = \frac{\gamma \psi(\theta)}{\lambda f(\theta)} + \frac{u_c(c^*(\theta), C^*)}{\theta f(\theta)} \left[1 + \frac{1}{\epsilon^*(\theta)} \right] \times$$

$$\int_{\underline{\theta}}^{\theta} \left[\frac{g(t)}{\lambda} - \frac{f(t)}{u_c(c^*(t), C^*)} - \frac{\gamma}{\lambda} \frac{\psi(t)}{u_c(c^*(t), C^*)} \right] dt \quad (6)$$

$$\frac{\gamma}{\lambda} = \frac{- \int_{\Theta} \frac{u_c(c^*(\theta), C^*)}{u_c(c^*(\theta), C^*)} f(\theta) d\theta}{1 + \int_{\Theta} \frac{u_c(c^*(\theta), C^*)}{u_c(c^*(\theta), C^*)} \psi(\theta) d\theta}. \quad (7)$$

donde

$$C^* \equiv \int_{\Theta} c^*(\theta) \psi(\theta) d\theta \quad (8)$$

Demostración. Ver Apéndice A. □

Nétese que la solución previa colapsa a la solución de una economía Mirrleesian sin externalidades del consumo cuando el multiplicador de Lagrange asociado a la ecuación (1) en el problema de maximización, γ , es igual a cero. Esto es cierto debido a que en ese caso $u_c(c(\theta), C) = 0$. En la sección 2.4, hago supuestos que facilitan la interpretación de la expresión previa.

2.2 Implementación

Los agentes en esta economía intercambian trabajo efectivo por consumo. Hay una firma que emplea a todos los agentes. Se produce una unidad de producción por cada unidad de trabajo efectivo, y . Cada unidad de trabajo efectivo recibe un pago de w . Los agentes están también sujetos a un esquema de impuestos al ingreso $T(y(\theta))$, que se asume que es dos veces diferenciable y que no induce agrupamiento. Sin pérdida de generalidad, no hay impuestos al consumo c . Un agente con trabajo efectivo y paga impuestos $T(y(\theta))$. Así, tomando como dado $T(y(\theta))$, C y el salario w , el problema a solucionar por el agente con productividad θ , $\forall \theta \in \Theta$ es

$$\max_{c(\theta), y(\theta)} u(c(\theta), C) - v\left(\frac{y(\theta)}{\theta}\right) \quad (9)$$

s.a.

$$c(\theta) \leq wy(\theta) - T(y(\theta))$$

$$c(\theta), y(\theta) \geq 0$$

Definición 2. Dado un impuesto al trabajo $T(y(\theta))$ y C , un equilibrio en esta economía es una asignación $\{c^{eq}(\theta), y^{eq}(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$ y salario w^{eq} tal que

i. $(c^{eq}(\theta), y^{eq}(\theta))$ soluciona (9) $\forall \theta \in \Theta$

ii. $C = \int_{\Theta} c^{eq}(\theta) \psi(\theta) d\theta$

iii. $w^{eq} = 1$

iv. $\int_{\Theta} T(y^{eq}(\theta)) f(\theta) d\theta = 0$

v. $\int_{\Theta} c^{eq}(\theta) f(\theta) d\theta = \int_{\Theta} y^{eq}(\theta) f(\theta) d\theta$

Una asignación $\{c(\theta), y(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$ es *implementable* por el impuesto al ingreso $T(y(\theta))$ si $\{c(\theta), y(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$ y w están en equilibrio.

2.3 Caracterización del Impuesto al Ingreso Óptimo

Se define el siguiente mecanismo impositivo $T : y \rightarrow \mathbb{R}$,

$$T(y(\theta)) = \begin{cases} y^*(\theta) - c^*(\theta) & \text{si } y(\theta) = y^*(\theta) \\ y(\theta) & \text{de otra manera.} \end{cases} \quad (10)$$

junto con

$$\frac{T'(y^*(\theta))}{1 - T'(y^*(\theta))} = \frac{\gamma \psi(\theta)}{\lambda f(\theta)} + \frac{u_c(c^*(\theta), C^*)}{\theta f(\theta)} \left[1 + \frac{1}{\epsilon^*(\theta)} \right] \times$$

$$\int_{\underline{\theta}}^{\theta} \left[\frac{g(t)}{\lambda} - \frac{f(t)}{u_c(c^*(t), C^*)} - \frac{\gamma}{\lambda} \frac{\psi(t)}{u_c(c^*(t), C^*)} \right] dt \quad (11)$$

si $y(\theta) = y^*(\theta)$ y donde $\frac{\gamma}{\lambda}$ sigue la expresión (7).

Proposición 2. *Una asignación óptima $\{c^*(\theta), y^*(\theta)\}$ puede ser implementada por un esquema impositivo $T(y(\theta))$ definido por (10) y (11).*

Demostración. Ver Apéndice A. □

2.4 El Ambiente Quasi-lineal

Para mantener el modelo manejable y facilitar la interpretación del impuesto al ingreso óptimo, considero el caso de

$$u(c, C) = (1 - \alpha)c + \alpha(c - C), \alpha \in [0, 1), \quad (12)$$

donde C está definido como en (1).¹¹ Hay dos importantes características que resaltar acerca de esta especificación de preferencias.¹² Primero, el parámetro α mide preocupaciones posicionales que los agentes podrían tener. A medida que α se aproxima a uno desde abajo, un individuo está igual de bien al consumir una unidad extra o al observar que el consumo de todos los otros agentes se reduce por la misma cantidad. Contrariamente, cuando $\alpha = 0$, el consumo de otros es completamente irrelevante para la satisfacción de un individuo. Segundo, bajo la especificación en (12), el precio sombra del consumo agregado es $1 - \alpha$. Es decir, si todos los agentes en una economía consumieran una unidad del bien, una fracción α de la utilidad agregada desaparecería debido al efecto de los celos. Para ver por qué, supongamos que a todos los agentes les fuera dada una unidad del bien de consumo. Tal consumo proveería solamente $1 - \alpha$ utils a un agente después de que se diera cuenta de que no nada más él, pero *todos* los agentes están consumiendo una unidad extra. De ahora en adelante, me referiré al término α como el parámetro de celos.

Para enunciar la siguiente proposición, permitamos que $G(\theta) \equiv \int_{\underline{\theta}}^{\theta} g(t)dt$, $F(\theta) \equiv \int_{\underline{\theta}}^{\theta} f(t)dt$ y $\Psi(\theta) \equiv \int_{\underline{\theta}}^{\theta} \psi(t)dt$.

---

¹¹Note que esta expresión es equivalente a $u(c, C) = c - \alpha C$. Carlsson, Johansson-Stenman, y Martinsson (2007) usan una forma funcional muy similar. La diferencia es que para ellos, C es el consumo promedio. Ellos usan esta forma funcional para medir lo que llaman *grado marginal de posicionalidad*. Es la fracción de la utilidad marginal del ingreso que se debe al incremento en ingreso relativo, el término, $c - C$. Para esta especificación, el grado marginal de posicionalidad es α .

¹²Ver Hopkins (2008) para una excelente síntesis de los modelos teóricos de preocupaciones relativas y su relación con la desigualdad.

Proposición 3. Supongamos que $u(c, C) = c - \alpha C$, $\alpha \in [0, 1)$ y C es definida como en (1), entonces cualquier impuesto marginal al ingreso óptimo satisface

$$\begin{aligned} \frac{T'(y^*(\theta))}{1 - T'(y^*(\theta))} &= \underbrace{\frac{[1 + \epsilon^*(\theta)^{-1}]}{\theta f(\theta)} [G(\theta) - F(\theta)]}_{\text{Mirrleesian tax}} + \\ &\underbrace{\frac{\alpha}{1 - \alpha} \left[\frac{\psi(\theta)}{f(\theta)} + \frac{[1 + \epsilon^*(\theta)^{-1}]}{\theta f(\theta)} [G(\theta) - \Psi(\theta)] \right]}_{\text{Pigouvian tax}} \end{aligned} \quad (13)$$

Demostración. Ver Apéndice A □

De (13), es fácil ver que sin la interdependencia de utilidad ($\alpha = 0$), el impuesto al ingreso óptimo es simplemente el impuesto Mirrleesiano.¹³ Además, observe que si $g(\theta) = f(\theta) \forall \theta \in \Theta$, el impuesto Mirrleesiano es igual a cero. Atkinson (1990) se refiere a este caso como una indiferencia distribucional completa y surge en la medida que la utilidad marginal sea constante entre agentes independientemente de su nivel de consumo.

En lo concerniente al impuesto Pigouviano, nótese que se incrementa con el parámetro α . El término $\frac{\psi(\theta)}{f(\theta)}$ afecta este componente del impuesto debido a que ésta es precisamente la magnitud que el impuesto Pigouviano corrige directamente. Pero, ¿cuál es el rol del término $G(\theta) - \Psi(\theta)$? Si el gusto redistributivo del planificador es tal que $G(\theta) \leq \Psi(\theta) \forall \theta \in \Theta$, entonces el impuesto Pigouviano será reducido sobre su componente *directo*, el término $\frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{\psi(\theta)}{f(\theta)}$. Contrariamente, si $G(\theta) \geq \Psi(\theta) \forall \theta \in \Theta$ entonces el impuesto Pigouviano es más alto.

Corolario 1 (Proposición 3). *Los impuestos marginales en la partes alta y baja de la distribución de ingresos satisfacen $\frac{T'(y^*(\bar{\theta}))}{1 - T'(y^*(\bar{\theta}))} = \frac{\alpha}{(1 - \alpha)} \frac{\psi(\bar{\theta})}{f(\bar{\theta})}$ y $\frac{T'(y^*(\underline{\theta}))}{1 - T'(y^*(\underline{\theta}))} = \frac{\alpha}{(1 - \alpha)} \frac{\psi(\underline{\theta})}{f(\underline{\theta})}$.*

---

¹³Ver Salanié (1997) para una derivación directa del impuesto Mirrleesiano para un modelo quasi-lineal sin externalidades del consumo. El caso quasi-lineal ha sido analizado por Atkinson (1990) y Diamond (1998).

Este corolario aclara que la tributación distinta de cero en las partes alta y baja de la distribución de ingresos es óptima cuando $\alpha > 0$. Esto se debe a consideraciones correctivas. Esta característica del impuesto al ingreso óptimo cuando las preferencias exhiben interdependencia de utilidad ha sido enfatizada anteriormente por [Oswald \(1983\)](#) y [Tuomala \(1990\)](#). Además, obsérvese que a menos que $\psi(\theta) = f(\theta) \forall \theta \in \Theta$, los impuestos en las partes alta y baja no necesitan ser iguales. Estas características del impuesto al ingreso óptimo ocurren a pesar del componente Mirrleesiano que en los extremos es cero.

En el Apéndice [B](#), derivó una expresión para el impuesto al ingreso asintótico óptimo cuando $f(\theta)$ se distribuye de acuerdo a una distribución Pareto. Un caso similar (sin externalidades de consumo) es analizado por [Diamond \(1998\)](#) y [Saez \(2001\)](#) basado en la premisa de que la cola derecha de la distribución de ingresos puede ser bien aproximada por la distribución arriba mencionada. Intuitivamente, la cola derecha de la distribución de ingresos es gruesa. Tal idea, sin embargo, podría necesitar ser tomada con cautela después de analizar la parte más alta de la distribución del ingreso en los Estados Unidos para varios años usando técnicas de suavizamiento no paramétricas. Muestro que el cociente $\frac{1-F_Y(y)}{yf_Y(y)}$, donde y es el ingreso laboral, $f_Y(y)$ es la densidad y $F_Y(y)$ es la f.d.a. de los ingresos, tiene una forma decreciente en los niveles de ingreso laboral muy altos. Este análisis también es presentado en el Apéndice [B](#). Esto implica que el grosor de la distribución de ingresos empírica podría no ser suficiente para explicar los impuestos positivos en el extremo derecho de la distribución del ingreso laboral como en [Mirrlees \(1971\)](#). No obstante, como se ve en el Corolario [1](#), las preocupaciones posicionales y consideraciones correctivas pueden explicar eso.

2.5 La Recuperación de la Función Ponderadora de Externalidad y el Parámetro de Celos

En esta sección enuncio y pruebo mi principal resultado teórico. Poniéndolo en términos simples, este resultado enuncia que condicional a la función ponderadora del planificador social $g(\theta)$ y dado un esquema de impuestos marginales al ingreso $T'(y)$, la densidad del ingreso bruto $f_Y(y)$ y la elasticidad de la oferta laboral, siempre es posible encontrar un función ponderadora de externalidad $\psi(\theta)$ y el parámetro de celos α que racionalice el esquema de impuestos marginales al ingreso observados. Dadas las formas funcionales impuestas, la fortaleza de este resultado es la posibilidad que crea para aplicar el modelo a los datos.

Definición 3. *El parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$ y la función ponderadora de externalidad $\psi : \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ racionalizan un esquema de impuesto marginal $T'(y)$ si la asignación de equilibrio resultante $\{c^{eq}(\theta), y^{eq}(\theta)\}_{\theta \in \Theta} = \{c^*(\theta), y^*(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$.*

Teorema 1. *Supongamos que $T'(y) \in \mathcal{C} \ \forall y \in [\underline{y}, \bar{y}]$ con $\underline{y} > \max\{0, \tilde{y}\}$, $\tilde{y} = \inf\{y \mid (1 - T'(y))\phi y^{\phi-1} + T''\phi > 0\}$. Si $u(c, C) = c - \alpha C$, $C = \int_{\Theta} c(\theta)\psi(\theta)d\theta$, $v\left(\frac{y}{\theta}\right) = \frac{1}{1+\phi}\left(\frac{y}{\theta}\right)^{1+\phi}$, $\phi > 0$, entonces existe un mapeo único*

$$\mathcal{M} : (g(\cdot); \phi, f_Y(y), T'(y)) \rightarrow (\psi(\cdot), \alpha)$$

que racionaliza $T'(y)$. La función ponderadora de externalidad $\psi : \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ y el parámetro de celos $\alpha \in \mathbb{R}$ que racionaliza $T'(y)$ satisface

$$\psi(\theta) = b(\theta) + (1 + \phi)\theta^{\phi} \left[\int_{\underline{\theta}}^{\theta} \frac{b(t)}{t^{1+\phi}} dt \right] \quad (14)$$

donde

$$b(\theta) \equiv \frac{(1 - \alpha)f(\theta)T'(y(\theta))}{\alpha(1 - T'(y(\theta)))} - \frac{(1 + \phi)G(\theta)}{\alpha\theta} + \frac{(1 - \alpha)(1 + \phi)F(\theta)}{\alpha\theta} \quad (15)$$

$$\alpha = \frac{\int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{\phi+1}(1-T'(y(\theta)))} d\theta - \int_{\Theta} \frac{g(\theta)}{\theta^{1+\phi}} d\theta}{\int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{\phi+1}(1-T'(y(\theta)))} d\theta} \quad (16)$$

y

$$f(\theta) = f_Y(\Phi^{-1}(\theta)) \frac{\partial \Phi^{-1}(\theta)}{\partial \theta} \quad (17)$$

donde $\Phi(y) = \left[\frac{y^\phi}{1-T'(y)} \right]^{\frac{1}{1+\phi}}$. Si en adición, $\int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{\phi+1}(1-T'(y(\theta)))} d\theta - \int_{\Theta} \frac{g(\theta)}{\theta^{1+\phi}} d\theta \geq 0$, entonces $\alpha \in [0, 1)$.

Demostración. Si $u(c, C) = c - \alpha C$ y $v(\frac{y}{\theta}) = \frac{1}{1+\phi}(\frac{y}{\theta})^{1+\phi}$, procede de la Proposición 3 que

$$\frac{T'(y(\theta))}{1-T'(y(\theta))} = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{\psi(\theta)}{f(\theta)} + \frac{(1+\phi)}{(1-\alpha)\theta f(\theta)} [G(\theta) - (1-\alpha)F(\theta) - \alpha\Psi(\theta)] \quad (18)$$

donde $\psi(\theta) = \Psi'(\theta)$. La expresión (18) es una ecuación ordinaria de primer orden de la forma

$$\psi(\theta) + a(\theta)\Psi(\theta) = b(\theta)$$

donde $a(\theta) \equiv -\frac{1}{\theta}[1+\phi]$ y $b(\theta) \equiv \frac{(1-\alpha)f(\theta)T'(y(\theta))}{\alpha(1-T'(y(\theta)))} - \frac{(1+\phi)G(\theta)}{\alpha\theta} + \frac{(1-\alpha)(1+\phi)F(\theta)}{\alpha\theta}$. Si $a(\theta)$ and $b(\theta)$ son continuas en Θ , de acuerdo con Coddington (1989), Teorema 3, Capítulo 1, $\Psi(\theta)$ satisface

$$\Psi(\theta) = e^{-\int_{\underline{\theta}}^{\theta} a(t)dt} \left[\int_{\underline{\theta}}^{\theta} e^{\int_{\underline{\theta}}^t a(x)dx} b(t)dt + \kappa \right] \quad (19)$$

El hecho de que $T'(y)$ es continua $\forall y[\underline{y}, \bar{y}]$ con $\underline{y} > 0$ garantiza la continuidad de $a(\theta)$ and $b(\theta)$. Al fijar $\kappa = 0$ in (19) tenemos $\Psi(\underline{\theta}) = 0$ debido a que $\Psi(\theta)$ es una función ponderadora acumulada. Además, debido a que α es un argumento de $\Psi(\theta)$ en (19) a través de $b(t)$, fijando

$$\alpha = \frac{\int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{\phi+1}(1-T'(y(\theta)))} d\theta - \int_{\Theta} \frac{g(\theta)}{\theta^{1+\phi}} d\theta}{\int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{\phi+1}(1-T'(y(\theta)))} d\theta}$$

obtenemos $\Psi(\bar{\theta}) = 1$. Usando $\int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{\phi+1}(1-T'(y(\theta)))} d\theta - \int_{\Theta} \frac{g(\theta)}{\theta^{1+\phi}} d\theta \geq 0$, obtenemos $\alpha \in [0, 1)$.

El último paso involucra la identificación de la distribución de habilidades $f(\theta)$ de la distribución del ingreso $f_Y(y)$. Para eso, note que de la condición de primer orden del problema del consumidor tenemos $(1-T'(y)) = \left(\frac{y}{\theta}\right)^{\phi} \left(\frac{1}{\theta}\right)$ y así pues, $\theta = \Phi(y) = \left[\frac{y^{\phi}}{1-T'(y)}\right]^{\frac{1}{1+\phi}}$. Entonces, $f(\theta) = f_Y(\Phi^{-1}(\theta)) \frac{\partial \Phi^{-1}(\theta)}{\partial \theta}$. El hecho de que $y > \tilde{y}$ garantiza la invertibilidad de $\Phi(\cdot)$. $\square$

Para ganar entendimiento de cómo la expresión (16) hace posible calcular el parámetro de celos, α , permitámonos considerar un ejemplo muy sencillo. Supongamos que $g(\theta) = f(\theta) \forall \theta \in \Theta$. Así, estamos en un caso de indiferencia distribucional y como fue establecido antes, el impuesto marginal observado $T'(y(\theta))$ debe de ser puramente Pigouviano (ver ecuación (13)). Adicionalmente, permitámonos asumir que $T'(y(\theta)) = T' \forall y \in [\underline{y}, \bar{y}]$, i.e., la sociedad encara un impuesto constante. Al evaluar la ecuación (16), obtenemos $\alpha = T'$. Así, recuperamos el parámetro de celos de los impuestos. Podemos luego proceder a calcular $\psi(\theta)$, la función ponderadora de externalidad, usando la ecuación (14).

2.6 Un Límite Superior para el Parámetro de Celos y un Límite Inferior para la Externalidad en la Parte Alta

Como se enuncia en el Teorema 1, es posible calcular $\psi(\theta)$ y α condicional al gusto redistributivo del planificador representado por la densidad $g(\theta)$. Este elemento, sin embargo, no es observable y así el modelo que presento tiene un problema de identificación. No obstante, es posible calcular un límite superior de α bajo el supuesto laxo que la sociedad favorece alguna redistribución. Este enunciado está formalmente expresado en la Proposición 4.

Proposición 4. *Permitamos que $\Gamma_F \equiv \{g : \Theta \rightarrow \mathbb{R}_+ \mid G(\theta) \geq F(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta\}$. Entonces $\alpha \leq \bar{\alpha} \quad \forall g \in \Gamma_F$, donde α satisface (16) y*

$$\bar{\alpha} = \frac{\int_{\Theta} \frac{f(\theta)T'(y(\theta))}{\theta^{1+\phi}(1-T'(y(\theta)))} d\theta}{\int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{1+\phi}(1-T'(y(\theta)))} d\theta} = \frac{E_Y[y^{-\phi}T'(y)]}{E_Y[y^{-\phi}]}$$

Además,

$$f(\theta) = \arg \max_{g(\cdot)} \{\alpha \mid g \in \Gamma_F\}$$

Demostración. Ver Apéndice C. □

Proposición 5. *Supongamos que $T'(y(\bar{\theta})) \geq T'(y(\theta)) \forall \theta \in \Theta$ con una desigualdad estricta para algún intervalo $I \equiv [a, b] \subset \Theta$, con $a \geq \underline{\theta}$, $b < \bar{\theta}$ entonces $\frac{\psi(\bar{\theta})}{f(\bar{\theta})} > 1 \quad \forall g \in \Gamma_F$.*

Demostración. Ver Apéndice C. □

Dos cosas necesitan ser resaltadas acerca de la Proposición 4. Primero, el cálculo del límite superior del parámetro celos α requiere solamente variables observadas: la distribución de los ingresos laborales, el esquema de impuesto marginal sobre el ingreso laboral y la elasticidad de la oferta laboral. Segundo, el límite superior del parámetro celos se obtiene cuando el planificador es utilitarista, i.e. $g(\theta) = f(\theta) \forall \theta \in \Theta$. La intuición de este resultado es directa: cuando el planificador es utilitarista, hay una indiferencia distribucional completa (dada la quasi-linealidad en las preferencias) y el impuesto Mirleesianos es cero para cualquier nivel de ingreso. Así, toda tributación debe ser Pigouviana. Además, bajo el supuesto que las sociedades redistribuyen, la Proposición 5 encuentra un límite *inferior* para la contribución a la externalidad del consumo en la parte alta de la distribución del ingreso, el cociente $\frac{\psi(\bar{\theta})}{f(\bar{\theta})}$. En otras palabras, el peso mediante el cual el agente en la parte alta de la distribución de los ingresos contribuye a la externalidad del consumo debe ser estrictamente mayor que uno si los impuestos al ingreso observados son

considerados como óptimos, parcialmente debido a consideraciones correctivas. Esto implica que el consumo promedio pudiera no ser una aproximación exacta del punto de referencia del consumo que una sociedad encara sino más bien un promedio *ponderado* donde la parte alta pese más. En la siguiente sección, estimo el límite superior del parámetro de celos, $\bar{\alpha}$, y la función ponderadora de externalidad correspondiente $\psi(\cdot)$ para los Estados Unidos y el Reino Unido.

3 Los Datos

Mi análisis numérico fue hecho para los Estados Unidos y el Reino Unido. Esta selección estuvo basada en la disponibilidad pública de micro-archivos de datos de impuestos que describo en esta sección. Para los Estados Unidos, uso los archivos de Impuestos de Uso Público de las Estadísticas de Ingreso (SOI, por sus siglas en inglés) elaborados por el Servicio de Impuestos Internos (IRS, por sus siglas en inglés) y distribuidos por el NBER.¹⁴ Los datos consisten en información que los ciudadanos estadounidenses y residentes someten a consideración del IRS a través de las formas de impuestos 1040, 1040A y 1040EZ. Las muestras de corte transversal de aproximadamente 100,000 a 150,000 observaciones están disponibles para cada año desde 1960 a 2004. Tales muestras fueron diseñadas para producir estimados a nivel nacional al incluir una variable ponderadora para compensar la naturaleza estratificada de la muestra.¹⁵ Para abstraerse de los activos de capital, la definición de ingreso *bruto* que uso son salarios y sueldos. Esta es la entrada de las formas de impuestos 1040 especificada como “Sueldos, salarios, propinas, etc”. En

¹⁴Ver [Internal-Revenue-Service \(1995-2004\)](#).

¹⁵El Folleto de Descripción General para el Uso Público de Archivos de Impuestos (varios años) indican que el diseño de muestra es una muestra de probabilidad estratificada y la población de devolución de impuestos se clasifica en sub-poblaciones (estratos). De acuerdo a la misma fuente, muestras independientes son seleccionadas independientemente de cada estrato. Una variables ponderadora es obtenida al dividir el conteo de la población de devoluciones de un estrato por el número de devoluciones en la muestra para ese estrato.

adición, uso el impuesto marginal al ingreso correspondiente a las diferentes categorías de ingreso como una aproximación al esquema de impuesto laboral. El impuesto marginal al ingreso fue recabado del “Esquema de Tasa de Impuesto” desde 1995 a 2004 publicado por el IRS.

Para el Reino Unido, uso el Archivo de Uso Público de la Encuesta de Ingresos Personales (SPI, por sus siglas en inglés) del Servicio de Datos Sociales y Económicos proveídos por la Universidad de Essex.¹⁶ Estos archivos fueron compilados por Aduanas e Ingreso de su Majestad: Conocimiento, Análisis e Inteligencia, y están basados en información conservada por los oficios de impuestos de Aduanas e Ingreso de su Majestad (HMRC, por sus siglas en inglés) sobre individuos sujetos a pago de impuestos en el Reino Unido. Las muestras de corte transversal de aproximadamente 450,000 observaciones están disponibles para cada año desde 1995 a 2004.¹⁷ El conjunto de datos también contiene una variable que permite obtener cifras para toda la población del Reino Unido. Uso la variable definida como *pago* que significa pago antes de impuestos del empleo neto de beneficios e ingresos foráneos. Los impuestos marginales al ingreso son recabados de la “Documentación en Cinta de Uso Público de la Encuesta de Ingresos Personales: Anexo D: Tasas de Impuesto al Ingreso: 1990-91 a 2004-05 ” localizada en HMRC (1998-2007). Esta es la variable que uso como una aproximación del esquema de impuesto laboral para el Reino Unido.

3.1 Estimación de las Densidades del Ingreso Laboral Bruto

El periodo de análisis es 1995-2004 debido a que tengo datos comparables para los dos países durante esos años. Aunque el modelo es estático, al tomar

---

¹⁶Ver [HM-Revenue-&-Customs \(1998-2007\)](#).

¹⁷Hay un archivo extra para el año fiscal 1985-1986. Además, la oficina de Aduanas e Ingreso de su Majestad: Conocimiento, Análisis e Inteligencia recientemente liberó el archivo para 2005.

en cuenta las distribuciones del ingreso bruto sobre varios años me permite obtener una distribución más “robusta” para cada país calculada como

$$f_Y(y) = \frac{1}{10} \sum_{t=1995}^{2004} f_{Y,t}(y) \quad (20)$$

Para calcular $f_{Y,t}(y)$ para $t = 1995, \dots, 2004$, selecciono el dominio $y > \$100$ medido en dólares de 2004. Calculé $f_{Y,t}(y)$ usando un kernel gaussiano sobre muchos puntos separados desigualmente, localizando más puntos en la parte baja del dominio que en la parte alta. Esto fue hecho para obtener estimados más exactos de la integración numérica mientras que al mismo tiempo manteniendo un número moderado de puntos en la red.¹⁸ Las observaciones del ingreso fueron ponderadas para obtener los estimados de la población.

Debido a que las observaciones del ingreso están más esparcidas a medida que el ingreso es mayor, suavicé los datos después de transformarlos a una escala logarítmica. De acuerdo a [Wand, Marron, y Ruppert \(1991\)](#), esta transformación es apropiada bajo la presencia de un parámetro de ancho global h y de datos más esparcidos en la parte alta que en la parte baja del dominio. Sin esta transformación, los datos en la parte baja de la distribución estarían sobre-suavizados o la cola exhibiría topes espurios. La ventana de suavizamiento o de ancho para los Estados Unidos se fijó en $h = 0.9 \times s.d. \times n^{-1/5}$, donde n es el número de observaciones y $d.e.$ es la desviación estándar de $\log(y_i)$, para $i = 1, \dots, n$.¹⁹ [Silverman \(1986\)](#) indica que tal selección de ancho se desempeña muy bien en términos del error cuadrático medio integrado para un rango amplio de densidades. Para el

---

¹⁸Para ambos países, el número de puntos en la red fue 5,000. Además, también hice mis cálculos usando funciones de kernel alternativas tales como la de Epanechnikov y la Triangular y los resultados fueron casi idénticos. Lo anterior no fue sorprendente dado el tamaño de muestra. Ver [Silverman \(1986\)](#). Uso el método trapezoidal para la integración numérica.

¹⁹En efecto, la fórmula sugerida por [Silverman \(1986\)](#) es $ancho = 0.9 \times A \times n^{-1/5}$, donde $A = \min\{s.d., ric/1,34\}$, donde ric significa rango intercuartil. Para ambos países y todos los años, $d.e.$ fue menos que $ric/1,34$.

Figura 1: Distribución del Ingreso Laboral Bruto en EEUU y RU 1995-2004

Reino Unido, fijé $h = 2 \times s.d. \times n^{-1/5}$ debido a que anchos menores producen un tope en la parte alta de la distribución.²⁰ La Gráfica 1 muestra las densidades estimadas. Sigo la convención para abreviar 1000 dólares como k y un millón de dólares como M.

3.2 Estimación de los Esquemas de Impuesto Marginal al Ingreso

Para ambos países, el impuesto marginal al ingreso que uso es el estatutario. Lo uso como una aproximación del respectivo esquema de impuesto marginal

²⁰Para el Reino Unido, primero usé el ancho de banda óptimo de [Silverman \(1986\)](#). Sin embargo, la densidad del ingreso resultante aparenta necesitar suavizamiento adicional en la cola derecha. Para corregir esto, incrementé el ancho de banda secuencialmente hasta que la densidad de ingreso se vio suave. Esto explica el uso de $h = 2 \times s.d. \times n^{-1/5}$.

laboral. Para los Estados Unidos, recabo las tasas impositivas correspondientes a las diferentes categorías de ingreso como aparecen publicadas por el IRS en el “Esquema de Tasa Impositiva” desde 1995 a 2004. Uso las categorías correspondientes a gente soltera. Para concebir un esquema simple de tasa impositiva marginal para varios años, expreso todos los esquemas de tasa impositiva en dólares de 2004 y para cada y , tomo un promedio simple de los diez años en los que recabé datos. Para mantener la tasa impositiva construida como una función escalón, defino los límites de las categorías como el límite promedio de categorías anuales. Para el Reino Unido, empleo exactamente el mismo procedimiento. Esta vez, recabo tasas impositivas al ingreso estatutarias de “Documentación en Cinta de Uso Público de la Encuesta de Ingresos Personales: Anexo D: Tasas de Impuesto al Ingreso: 1990-91 a 2004-05” localizadas en HMRC (1998-2007). La Gráfica 2 muestra los esquemas de impuesto marginal al ingreso estimados.

4 Resultados

En esta sección, presento mis estimados del parámetro de celos de los agentes, α , y su contribución a la externalidad del consumo, el cociente $\frac{\psi(\cdot)}{f(\cdot)}$.²¹ Esto se hace para el caso en el cual el planificador benevolente es utilitarista, i.e., $g(\theta) = f(\theta) \forall \theta \in \Theta$. En este caso, toda la tributación es Pigouviana o correctiva y el parámetro de celos alcanza su límite superior como se muestra en la Proposición 4. Es decir, $\alpha = \bar{\alpha}$. Bajo el supuesto de que las sociedades estadounidense y británica redistribuyen, el parámetro de celos, α , asociado con la densidad ponderadora “real” del planificador no será mayor que $\bar{\alpha}$. Los parámetros estimados son sorprendentemente moderados. Para la sociedad estadounidense, estimo $\bar{\alpha}^{us} = 0.135$ mientras que para la británica, obtengo $\bar{\alpha}^{uk} = 0.14$. Así, bajo el supuesto de que el planificador respectivo

---

²¹La estimación usa una versión continua y diferenciable del esquema de impuesto marginal. Ver Apéndice D para los detalles.

Figura 2: Impuesto Marginal al Ingreso Estatutario en EEUU y R.U. 1995-2004

es utilitarista, ambas sociedades parecen tener preocupaciones posicionales muy similares.

Una interpretación más intuitiva de los números de arriba es la siguiente: un individuo en los Estados Unidos (Reino Unido) está por lo *menos* igual de bien entre consumir lo que puede comprar con un dólar (libra) y ver el consumo de otros caer por lo que ellos pueden comprar con 13.5 centavos (14 centavos de libra). Alternativamente, si a todos los agentes en los Estados Unidos (Reino Unido) les fuera dada una unidad del bien de consumo, desde el punto de vista de un agente dado tal consumo sabría por lo *menos* como 0.865 (0.86) unidades después de darse cuenta que solamente él pero que todos los agentes incrementaron su consumo.

Ahora, la pregunta es, ¿cuál es la contribución de la externalidad del consumo por ingreso en estas economías? Para contestar esto, grafico $\frac{\psi(\cdot)}{f(\cdot)}$ contra la f.d.a. del ingreso bruto, $F_Y(y)$. Presento mis estimaciones bajo el supuesto de que el planificador es utilitarista y que $\phi = 3$ para ambos países.²² Es decir, la elasticidad de la oferta laboral es $\frac{1}{3}$. Esta selección está en línea con el trabajo de Diamond (1998) quien escoge $\phi = \{2, 5\}$ para un modelo sin efectos de ingreso y con elasticidad de oferta laboral constante.²³

De acuerdo a la Gráfica 3, el cociente $\frac{\psi(y)}{f(y)}$, a groso modo, se incrementa con el ingreso para ambos países. En otras palabras, la contribución a la externalidad del consumo es mayor a medida que los individuos sean más afluentes.²⁴ Más precisamente, el cociente $\frac{\psi(y)}{f(y)}$ en el Reino Unido es casi plano y cercano a 1.75 desde el tercer decil al percentil 85 de la distribución de ingresos brutos. De ahí en adelante, se incrementa abruptamente alcanzando un nivel cercano a 4. Para los Estados Unidos, este cociente es cercano a uno hasta el quinto decil de la distribución de ingresos brutos y luego se incre-

²²Evers, Mooij, y Vuuren (2005) encuentran que las diferencias en los estimados de las elasticidades de oferta laboral parecen ser pequeñas a través de países. Ambos, EEUU y RU están incluidos en su muestra de países.

²³Esta selección está basada en el trabajo de Pencavel (1986). Los resultados son cualitativamente y cuantitativamente robustos para elasticidades dentro de este rango.

²⁴Este resultado está en línea con uno de los hallazgos de Blanchflower y Oswald (2004).

Figura 3: Contribución a la Externalidad del Consumo en EEUU y RU 1995-2004

menta abruptamente alcanzando un nivel de alrededor de 2.5. Esta variable exhibe otro incremento abrupto en la cola de más arriba de la distribución bruta donde llega a un nivel cercano a 4. No sorprendentemente, el cociente $\frac{\psi(y)}{f(y)}$ en la parte de arriba de la distribución de ingresos es mayor a uno como está enunciado en la Proposición 5. Estas estimaciones sugieren que el consumo promedio podría no ser un punto de referencia de consumo exacto sino más bien un promedio ponderado donde los individuos más afluentes pesan más.

5 Conclusiones

En este artículo he presentado un modelo que racionaliza los altos impuestos al ingreso laboral de individuos afluentes: la tributación en el extremo superior de la distribución de los ingresos podría ocurrir debido a consideraciones correctivas. Esto sucede en la ausencia de un esquema de impuesto al consumo no lineal. Sorprendentemente, los parámetros estimados que capturan lo que es conocido en la literatura como “celos” para los Estados Unidos y el Reino Unido son moderados, no obstante produciendo efectos cuantitativamente altos sobre las tasas impositivas al ingreso laboral.

La racionalización de los impuestos observados al ingreso laboral como Pigouvianos requiere que las externalidades del consumo ejercidas por los individuos se incrementen con el ingreso. En otras palabras, a la luz de este modelo, los impuestos al ingreso observados en los Estados Unidos y el Reino Unido son óptimos si más individuos afluentes generan una externalidad del consumo mayor que los individuos con menor ingreso y el gobierno corrige esta externalidad.

En investigaciones futuras será importante analizar, por lo menos numéricamente, que tan robustos son los resultados de este documento una vez que se abandone el supuesto de quasilinealidad. También sería interesante explorar hasta qué medida la supuesta mayor contribución de los consumidores

afuentes a la externalidad del consumo es un resultado de estos agentes teniendo acceso a bienes de consumo con mayores efectos *posicionales* y el gobierno siendo incapaz de gravar estos bienes directamente.²⁵ Esta línea de investigación está siendo actualmente explorada en Samano (2009). Investigación adicional es también necesaria para entender si las preocupaciones posicionales son puramente instrumentales como en Cole, Mailath, y Postlewaite (1992) y Postlewaite (1998) o “arraigadas” en seres humanos. La última es la hipótesis de Maccheroni, Marinacci, y Rustichini (2009). Finalmente, como Hopkins (2008) señala, investigación empírica adicional es necesaria para examinar como el efecto del ingreso de otros varía a través de la distribución del ingreso. En este documento, el parámetro que captura este efecto ha permanecido constante a través de agentes.

Referencias

- ABEL, A. (1990): “Asset prices under habit formation and catching up with the Joneses,” *The American Economic Review*, 80(2), 38–42.
- (2005): “Optimal Taxation when Consumers Have Endogenous Benchmark Levels of Consumption,” *Review of Economic Studies*, 72(1), 21–42.
- ALPIZAR, F., F. CARLSSON, Y O. JOHANSSON-STENMAN (2005): “How much do we care about absolute versus relative income and consumption?,” *Journal of Economic Behavior and Organization*, 56(3), 405–421.
- ATKINSON, A. (1990): “Public economics and the economic public,” *European Economic Review*, 34(2-3), 225–248.
- BAULT, N., G. CORICELLI, Y A. RUSTICHINI (2008): “Interdependent utilities: How social ranking affects choice behavior,” *PLoS ONE*, 3(10).

---

²⁵En la terminología de Frank (2008), un bien es posicional si su valuación depende altamente del contexto.

- BLANCHFLOWER, D., Y A. OSWALD (2004): “Well-being over time in Britain and the USA,” *Journal of Public Economics*, 88(7-8), 1359–1386.
- BOSKIN, M., Y E. SHESHINSKI (1978): “Optimal redistributive taxation when individual welfare depends upon relative income,” *The Quarterly Journal of Economics*, 94(2), 589–601.
- CAMPBELL, J., Y J. COCHRANE (1999): “By force of habit: A consumption-based explanation of aggregate stock market behavior,” *Journal of Political Economy*, 107(2), 205–251.
- CARLSSON, F., O. JOHANSSON-STENMAN, Y P. MARTINSSON (2007): “Do You Enjoy Having More than Others? Survey Evidence of Positional Goods,” *Economica*, 74(4).
- CLARK, A., Y A. OSWALD (1996): “Satisfaction and comparison income,” *Journal of Public Economics*, 61(3), 359–381.
- CLARK, A., Y C. SENIK (2008): “Who compares to whom? The anatomy of income comparisons in Europe,” Working Paper 65, Paris School of Economics.
- CODDINGTON, E. (1989): *An Introduction to Ordinary Differential Equations*. Courier Dover Publications.
- COLE, H., G. MAILATH, Y A. POSTLEWAITE (1992): “Social Norms, Savings Behavior, and Growth,” *Journal of Political Economy*, 100(6), 1092.
- CONSTANTINIDES, G. (1990): “Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle,” *Journal of Political Economy*, 98(3), 519.
- DIAMOND, P. (1998): “Optimal Income Taxation: An Example with a U-Shaped Pattern of Optimal Marginal Tax Rates,” *American Economic Review*, 88(1), 83–95.

- DUESENBERY, J. (1949): *Income, Saving, and the Theory of Consumer Behavior*. Harvard University Press.
- DUPOR, B., Y W. LIU (2003): “Jealousy and Equilibrium Overconsumption,” *American Economic Review*, 93(1), 423–428.
- DYNAN, K., Y E. RAVINA (2007): “Increasing income inequality, external habits, and self-reported happiness,” *American Economic Review*, 97(2), 226–231.
- EVERS, M., R. MOOIJ, Y D. VUUREN (2005): “What Explains the Variation in Estimates of Labour Supply Elasticities?,” *CESifo Working Paper 1633*.
- FERRER-I CARBONELL, A. (2005): “Income and well-being: an empirical analysis of the comparison income effect,” *Journal of Public Economics*, 89(5-6), 997–1019.
- FRANK, R. (2008): “Should public policy respond to positional externalities?,” *Journal of Public Economics*, 92(8), 1777–1786.
- GALI, J. (1994): “Keeping up with the Joneses: Consumption Externalities, Portfolio Choice, and Asset Prices,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 26(1), 1–8.
- HEATON, J. (1995): “An empirical investigation of asset pricing with temporally dependent preference specifications,” *Econometrica*, 63(3), 681–717.
- HM-REVENUE-&-CUSTOMS (1998-2007): *Survey of Personal Incomes, Several Years: Public Use Tape [computer file]*. Colchester, Essex: UK Data Archive [distributor].
- HOPKINS, E. (2008): “Inequality, happiness and relative concerns: What actually is their relationship?,” *Journal of Economic Inequality*, 6(4), 351–372.

- INTERNAL-REVENUE-SERVICE (1995-2004): *Statistics of Income: Individual Tax Returns*. Washington, D.C: U.S. Government Printing Office.
- IRELAND, N. (2001): “Optimal income tax in the presence of status effects,” *Journal of Public Economics*, 81(2), 193–212.
- J. SOLNICK, S., Y D. HEMENWAY (1998): “Is more always better?: A survey on positional concerns,” *Journal of Economic Behavior and Organization*, 37(3), 373–383.
- LJUNGQVIST, L., Y H. UHLIG (2000): “Tax Policy and Aggregate Demand Management Under Catching Up with the Joneses,” *American Economic Review*, 90(3), 356–366.
- LUTTMER, E. (2005): “Neighbors as Negatives: Relative Earnings and Well-Being,” *The Quarterly Journal of Economics*, 120(3), 963–1002.
- MACCHERONI, F., M. MARINACCI, Y A. RUSTICHINI (2009): “Social Decision Theory: Choosing within and between Groups,” Mimeo, Università Bocconi, Collegio Carlo Alberto and University of Minnesota.
- MCBRIDE, M. (2001): “Relative-income effects on subjective well-being in the cross-section,” *Journal of Economic Behavior and Organization*, 45(3), 251–278.
- MIRRLEES, J. (1971): “An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation,” *Review of Economic Studies*, 38(114), 175–208.
- NEUMARK, D., Y A. POSTLEWAITE (1998): “Relative income concerns and the rise in married women’s employment,” *Journal of Public Economics*, 70(1), 157–183.
- OSWALD, A. (1983): “Altruism, jealousy and the theory of optimal non-linear taxation,” *Journal of Public Economics*, 20(1), 77–87.

- PENCARVEL, J. (1986): “Labor Supply of Men: A Survey,” *Handbook of Labor Economics*, 1, 3–102.
- POSTLEWAITE, A. (1998): “The social basis of interdependent preferences,” *European Economic Review*, 42(3-5), 779–800.
- RUSTICHINI, A., y A. VOSTROKNUOV (2007): “Competition with Skill and Luck,” Mimeo, University of Minnesota.
- SADKA, E. (1976): “On income distribution, incentive effects and optimal income taxation,” *Review of Economic Studies*, 43(2), 261–8.
- SAEZ, E. (2001): “Using Elasticities to Derive Optimal Income Tax Rates,” *Review of Economic Studies*, 68(1), 205–229.
- SALANIÉ, B. (1997): *The Economics of Contracts: A Primer*. MIT Press.
- SAMANO, D. (2009): “Optimal Linear Taxation of Positional Goods,” Mimeo, University of Minnesota.
- SEADE, J. (1977): “On the Shape of Optimal Tax Schedules,” *Journal of Public Economics*, 7(2), 203–235.
- SENIK, C. (2008): “Ambition and Jealousy: Income Interactions in the Old Europe Versus the New Europe and the United States,” *Economica*, 75(299), 495–513.
- SILVERMAN, B. (1986): *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman & Hall/CRC.
- STOKEY, N. (2008): *Economics of Inaction: Stochastic Control Models with Fixed Costs*. Princeton University Press.
- TUOMALA, M. (1990): *Optimal Income Tax and Redistribution*. Oxford University Press, USA.

VEBLEN, T. (1899): *The Theory of the Leisure Class, 1934 edition.*

WAND, M., J. MARRON, Y D. RUPPERT (1991): “Transformations in density estimation,” *Journal of the American Statistical Association*, 86(414), 343–353.

WERNING, I. (2007): “Pareto Efficient Income Taxation,” Mimeo, MIT.

Apéndices

A Pruebas

Prueba de Proposición 1

Demostración. El primer paso para transformar el continuo de las restricciones de compatibilidad en incentivos (4) en una condición de primer orden. Permitamos que

$$W(\theta, \theta') \equiv u(c(\theta'), C) - v\left(\frac{y(\theta')}{\theta}\right) \quad (21)$$

Una condición necesaria para la revelación verdadera de tipo es $\frac{\partial W(\theta, \theta')}{\partial \theta'}|_{\theta'=\theta} = 0$, entonces procede que

$$u_c(c(\theta), C)c'(\theta) = v'\left(\frac{y(\theta)}{\theta}\right) \frac{y'(\theta)}{\theta} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (22)$$

Además, bajo revelación verdadera $W(\theta) = u(c(\theta), C) - v\left(\frac{y(\theta)}{\theta}\right)$ y así pues, $W'(\theta) = u_c(c(\theta), C)c'(\theta) - v'\left(\frac{y(\theta)}{\theta}\right) \frac{y'(\theta)}{\theta} + v'\left(\frac{y(\theta)}{\theta}\right) \frac{y(\theta)}{\theta^2}$, lo que junto con (22) se convierte en

$$W'(\theta) = v'\left(\frac{y(\theta)}{\theta}\right) \frac{y(\theta)}{\theta^2} \quad \forall \theta \in \Theta. \quad (23)$$

Siguiendo a [Werning \(2007\)](#), defino la función de gasto $e(W(\theta), y(\theta), C; \theta)$ para satisfacer $W(\theta) = u(e, C) - v\left(\frac{y(\theta)}{\theta}\right)$. El problema del planificador puede ser reenunciado como

$$\max_{W(\cdot), y(\cdot), C} \int_{\Theta} W(\theta) g(\theta) d\theta \quad (24)$$

s.a.

$$\int_{\Theta} e(W(\theta), y(\theta), C; \theta) f(\theta) d\theta = \int_{\Theta} y(\theta) f(\theta) d\theta \quad (25)$$

$$W'(\theta) = v' \left(\frac{y(\theta)}{\theta} \right) \frac{y(\theta)}{\theta^2} \quad \forall \theta \in \Theta \quad (26)$$

$$C = \int_{\Theta} e(W(\theta), y(\theta), C; \theta) \psi(\theta) d\theta \quad (27)$$

El Lagrangiano correspondiente es

$$\begin{aligned} \mathfrak{L}(W(\theta), y(\theta), C, \lambda, \mu(\theta), \gamma) &= \int_{\Theta} W(\theta) g(\theta) d\theta - \lambda \int_{\Theta} [(e(W(\theta), y(\theta), C; \theta) - y(\theta)) f(\theta)] d\theta \\ &+ \int_{\Theta} \mu(\theta) \left[W'(\theta) - v' \left(\frac{y(\theta)}{\theta} \right) \frac{y(\theta)}{\theta^2} \right] d\theta + \gamma \left[C - \int_{\Theta} e(W(\theta), y(\theta), C; \theta) \psi(\theta) d\theta \right] \end{aligned} \quad (28)$$

Usando integración por partes, procede que

$$\int_{\Theta} \mu(\theta) W'(\theta) d\theta = \mu(\bar{\theta}) W(\bar{\theta}) - \mu(\underline{\theta}) W(\underline{\theta}) - \int_{\Theta} \mu'(\theta) W(\theta) d\theta \quad (29)$$

así, podemos reexpresar el Lagrangiano de arriba como

$$\mathfrak{L}(W(\theta), y(\theta), C, \lambda, \mu(\theta), \gamma) = \int_{\Theta} W(\theta) g(\theta) d\theta - \lambda \int_{\Theta} [(e(W(\theta), y(\theta), C; \theta) - y(\theta)) f(\theta)] d\theta$$

$$\begin{aligned}
& +\mu(\bar{\theta})W(\bar{\theta}) - \mu(\underline{\theta})W(\underline{\theta}) - \int_{\Theta} \mu'(\theta)W(\theta)d\theta - \int_{\Theta} \mu(\theta)v' \left(\frac{y(\theta)}{\theta} \right) \frac{y(\theta)}{\theta^2}d\theta \\
& +\gamma \left[C - \int_{\Theta} e(W(\theta), y(\theta), C; \theta)\psi(\theta)d\theta \right]
\end{aligned} \tag{30}$$

Al asumir una solución interior, se sigue de las condiciones de primer orden que

$W(\theta)$:

$$g(\theta) - \lambda f(\theta)e_W(W(\theta), y(\theta), C; \theta) - \mu'(\theta) - \gamma\psi(\theta)e_W(W(\theta), y(\theta), C; \theta) = 0 \tag{31}$$

$y(\theta)$:

$$-\lambda e_y(W(\theta), y(\theta), C; \theta)f(\theta) + \lambda f(\theta) - \frac{\mu(\theta)}{\theta^2}v' \left(\frac{y(\theta)}{\theta} \right) \left[1 + \frac{1}{\epsilon(\theta)} \right]$$

$$-\gamma e_y(W(\theta), y(\theta), C; \theta)\psi(\theta) = 0 \tag{32}$$

C :

$$-\lambda \int_{\Theta} e_C(W(\theta), y(\theta), C; \theta)f(\theta)d\theta + \gamma - \gamma \int_{\Theta} e_C(W(\theta), y(\theta), C; \theta)\psi(\theta)d\theta = 0 \tag{33}$$

junto con las condiciones de frontera $\mu(\underline{\theta}) = \mu(\bar{\theta}) = 0$ y donde $\epsilon(\theta) \equiv \frac{v'(\frac{y(\theta)}{\theta})}{v''(\frac{y(\theta)}{\theta})\frac{y(\theta)}{\theta}}$. Además, diferenciando implícitamente $W(\theta) = u(e, C) - v\left(\frac{y(\theta)}{\theta}\right)$ tenemos que $e_W(W(\theta), y(\theta), C; \theta) = \frac{1}{u_c(c(\theta), C)}$, $e_y(W(\theta), y(\theta), C; \theta) = \frac{v'(\frac{y(\theta)}{\theta})\frac{1}{\theta}}{u_c(c(\theta), C)}$ y $e_C(W(\theta), y(\theta), C; \theta) = -\frac{u_C(c(\theta), C)}{u_c(c(\theta), C)}$. El resultado procede después de manipular (31)-(33). $\square$

Prueba de Proposición 2

Demostración. Al tomar las condiciones de primer orden en el problema del agente tenemos

$$\frac{T'(y(\theta))}{1 - T'(y(\theta))} = \frac{u_c(c^{eq}(\theta), C^{eq})}{v' \left(\frac{y^{eq}(\theta)}{\theta} \right) \frac{1}{\theta}} - 1 \quad (34)$$

donde $C^{eq} = \int_{\Theta} c^{eq}(\theta) \psi(\theta) d\theta$. Sustituyendo (11) en (34) procede que

$$\frac{u_c(c^{eq}(\theta), C^{eq})}{v' \left(\frac{y^{eq}(\theta)}{\theta} \right) \frac{1}{\theta}} - 1 = \frac{\gamma \psi(\theta)}{\lambda f(\theta)} +$$

$$\frac{u_c(c^*(\theta), C^*)}{\theta f(\theta)} \left[1 + \frac{1}{\epsilon^*(\theta)} \right] \int_{\underline{\theta}}^{\theta} \left[\frac{g(t)}{\lambda} - \frac{f(t)}{u_c(c^*(t), C^*)} - \frac{\gamma}{\lambda} \frac{\psi(t)}{u_c(c^*(t), C^*)} \right] dt \quad (35)$$

Debido a que en equilibrio el gobierno balancea su presupuesto, debemos tener que

$$\int_{\Theta} c^{eq}(\theta) f(\theta) d\theta = \int_{\Theta} y^{eq}(\theta) f(\theta) d\theta \quad (36)$$

así de (35)-(36) concluimos que $\{c^{eq}(\theta), y^{eq}(\theta)\}_{\theta \in \Theta} = \{c^*(\theta), y^*(\theta)\}_{\theta \in \Theta}$. $\square$

Prueba de Proposición 3

Demostración. Por quasi-linealidad de preferencias $u_c(c(\theta), C) = 1$. Así, usando la expresión (11), el impuesto al ingreso óptimo satisface

$$\frac{T'(y^*(\theta))}{1 - T'(y^*(\theta))} = \frac{\gamma \psi(\theta)}{\lambda f(\theta)} + \frac{1}{\theta f(\theta)} \left[1 + \frac{1}{\epsilon^*(\theta)} \right] \frac{\mu(\theta)}{\lambda} \quad (37)$$

con

$$\mu(\theta) = \int_{\underline{\theta}}^{\theta} [g(t) - \lambda f(t) - \gamma \psi(t)] dt. \quad (38)$$

Por las condiciones frontera tenemos $\mu(\bar{\theta}) = 0$, así pues

$$\int_{\Theta} [g(t) - \lambda f(t) - \gamma \psi(t)] dt = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 1 - \gamma \quad (39)$$

lo cual junto con el hecho de que $\frac{\gamma}{\lambda} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$ lo cual procede de la expresión (7) cuando las preferencias son quasi-lineales implica que $\lambda = 1 - \alpha$ y $\gamma = \alpha$. Sustituyendo los valores previos en (37) y sustituyendo en (38) produce el resultado después de manipulaciones algebraicas. $\square$

B Impuesto Asintótico en un Ambiente Quasi-Linear

Bajo el supuesto que $\bar{\theta} < \infty$ se puede ver del Corolario 1 que $\frac{T'(y^*(\bar{\theta}))}{1-T'(y^*(\bar{\theta}))} = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{\psi(\bar{\theta})}{f(\bar{\theta})}$. Así pues, bajo una distribución de habilidades obtengo una tributación diferente a cero en la parte alta debido a consideraciones correctivas. La proposición 6 exhibe la fórmula para el impuesto marginal al ingreso laboral óptimo a medida que $\bar{\theta}$ se aproxima al infinito. Considero el caso de preferencias quasi-lineales, una elasticidad de oferta laboral constante y $f(\theta)$ distribuida como Pareto. El último supuesto usado está basado en Diamond (1998) y Saez (2001). Ambos estudios obtienen tasas impositivas marginales positivas asintóticas, sin embargo estos resultados dependen críticamente de que $f(\theta)$ sea Pareto.²⁶

Proposición 6. *Supongamos que $f(\theta)$ se distribuye como Pareto con parámetro $k > 0$ y que $L_1 \equiv \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{\psi(\theta)}{f(\theta)}$ y $L_2 \equiv \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{g(\theta)}{f(\theta)}$ existe. Si $u(c(\theta), C) = c(\theta) - \alpha C$, $\alpha \in [0, 1)$, $v\left(\frac{y}{\theta}\right) = \frac{1}{1+\phi} \left(\frac{y}{\theta}\right)^{1+\phi}$, $\phi > 0$ entonces $\frac{T'_\infty}{1-T'_\infty} = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} L_1 \left[\frac{1+\phi+k}{k}\right] + \frac{1+\phi}{k} \left[1 - \frac{1}{(1-\alpha)} L_2\right]$ donde $T'_\infty \equiv \lim_{\theta \rightarrow \infty} T'(y^*(\theta))$.*

---

²⁶Para una distribución de Pareto $f(\theta) = \frac{k\theta^k}{\theta^{k+1}}$, $\theta \in [\underline{\theta}, \infty)$, $\underline{\theta} > 0$, $k > 0$ y $F(\theta) = 1 - \left(\frac{\underline{\theta}}{\theta}\right)^k$.

Demostración. De la Proposición (3) y manipulaciones algebraicas simples tenemos

$$\frac{T'(y^*(\theta))}{1 - T'(y^*(\theta))} = \frac{\alpha}{(1 - \alpha)} \frac{\psi(\theta)}{f(\theta)} + \frac{1 - F(\theta)}{(1 - \alpha)\theta f(\theta)} \left[1 + \frac{1}{\epsilon^*(\theta)} \right] \times$$

$$\frac{[G(\theta) - (1 - \alpha)F(\theta) - \alpha\Psi(\theta)]}{1 - F(\theta)} \quad (40)$$

Debido a que $f(\theta)$ es Pareto procede que $\frac{1-F(\theta)}{\theta f(\theta)} = \frac{1}{k}$ y debido a que $v(\frac{y}{\theta}) = \frac{1}{1+\phi} \left(\frac{y}{\theta}\right)^{1+\phi}$ tenemos que $\left[1 + \frac{1}{\epsilon^*(\theta)}\right] = 1 + \phi$. Usando el hecho de que $L_1 \equiv \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{\psi(\theta)}{f(\theta)} < \infty$ procede que

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{T'(y^*(\theta))}{1 - T'(y^*(\theta))} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} L_1 + \frac{(1 + \phi)}{k(1 - \alpha)} \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{[G(\theta) - (1 - \alpha)F(\theta) - \alpha\Psi(\theta)]}{1 - F(\theta)} \quad (41)$$

Usando la regla de L'Hôpital, $\lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{[G(\theta) - (1 - \alpha)F(\theta) - \alpha\Psi(\theta)]}{1 - F(\theta)} = -L_2 + (1 - \alpha) + \alpha L_1$ y sustituyendo en (41) produce el resultado. $\square$

Corolario 2 (Proposición 3). *Si $L_1 \geq 1$ y $L_2 \leq 1$, entonces $T'_\infty \geq \alpha$.*

Demostración. Trivial. $\square$

La Gráfica 4 muestra el cociente $\frac{1-F_Y(y)}{y f_Y(y)}$ de la distribución del ingreso en los Estados Unidos para 1992, 1993 y 1995-2004. Incluyo los años 1992 y 1993 debido a que Saez (2001) estima un parámetro de distribución de Pareto para los ingresos laborales basados en esos años. Este cociente fue construido después de haber suavizado la cola de la derecha de $f_Y(y)$ usando un kernel gaussiano. El ancho se fijó en $h = 1.36 \times s.d. \times n^{-1/5}$, donde la desviación estándar (*d.e.*) y n fueron calculados para observaciones que excedían 13.5 millones de dólares (expresados en dólares de 2004). El Cuadro 1 reporta el número de observaciones, n , en la muestra que exceden ese umbral.²⁷

²⁷Esta cantidad es aproximadamente equivalente a 10 millones expresados en dólares

Cuadro 1: Número de Observaciones de Ingreso Bruto
que exceden \$13,500,00 (dólares de 2004)

<i>Año</i>	<i>Observaciones</i>	<i>Año</i>	<i>Observaciones</i>
1992	153	1999	486
1993	75	2000	666
1995	78	2001	405
1996	134	2002	261
1997	217	2003	282
1998	333	2004	391

Se puede ver que por lo menos para varios años el cociente $\frac{1-F_Y(y)}{yf_Y(y)}$ se reduce en la parte más alta de la distribución. Este hecho indica que la parte más alta de la distribución del ingreso de los Estados Unidos podría no ser atinadamente representada por una distribución Pareto. Además, un decreciente $\frac{1-F_Y(y)}{yf_Y(y)}$ implicaría un patrón decreciente de impuestos óptimos en el modelo canónico Mirrleesiano. Esto es en efecto lo que [Mirrlees \(1971\)](#) encuentra debido a que asume una distribución de habilidades log-normal para la cual el cociente es decreciente. El modelo con externalidades de consumo produciría impuestos óptimos asintóticos diferentes de cero aunque el cociente $\frac{1-F_Y(y)}{yf_Y(y)}$ sea decreciente.

---

de 1992. [Saez \(2001\)](#) reporta que empezando en este nivel de ingreso el número de contribuyentes en la base de datos es muy pequeño.

40

Figura 4: Razón $\frac{1-F_Y(y)}{y f_Y(y)}$ en EEUU suavizada por kernel. $y \geq \$13,500,000$ (dólares de 2004)

C Prueba de Proposición 4

Demostración. Observe que podemos reexpresar (16) como²⁸

$$\alpha = \frac{\int_{\Theta} \frac{f(\theta)T'(y(\theta))}{\theta^{1+\phi}(1-T'(y(\theta)))}d\theta + (1+\phi) \int_{\Theta} \frac{(F(\theta)-G(\theta))}{\theta^{2+\phi}}d\theta}{\int_{\Theta} \frac{f(\theta)T'(y(\theta))}{\theta^{1+\phi}(1-T'(y(\theta)))}d\theta + (1+\phi) \int_{\Theta} \frac{F(\theta)}{\theta^{2+\phi}}d\theta + \frac{1}{\bar{\theta}^{1+\phi}}} \quad (45)$$

Así,

$$\bar{\alpha} = \max_{G(\cdot)} \{\alpha \mid G(\theta) \geq F(\theta) \forall \theta \in \Theta, G'(\theta) \geq 0, G(\underline{\theta}) = 0, G(\bar{\theta}) = 1\}$$

Para obtener $G(\cdot)$, resuelvo el siguiente problema de maximización

$$\begin{aligned} & \max_{G(\cdot)} \int_{\Theta} \frac{(F(\theta) - G(\theta))}{\theta^{2+\phi}} d\theta \\ & \text{s.a.} \\ & G(\theta) \geq F(\theta) \forall \theta \in \Theta \end{aligned} \quad (46)$$

$$G'(\theta) \geq 0, \quad G(\underline{\theta}) = 0, \quad G(\bar{\theta}) = 1 \quad (47)$$

---

²⁸ Para ver esto, observe que

$$\int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{1+\phi}(1-T'(y(\theta)))}d\theta = \int_{\Theta} \frac{f(\theta)T'(y(\theta))}{\theta^{1+\phi}(1-T'(y(\theta)))}d\theta + \int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{1+\phi}}d\theta \quad (42)$$

Usando integración por partes procede que

$$(1+\phi) \int_{\Theta} \frac{F(\theta)}{\theta^{\phi+2}}d\theta = -\frac{1}{\bar{\theta}^{1+\phi}} + \int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{1+\phi}}d\theta \quad (43)$$

Sustituyendo (43) en (42) obtenemos que el denominador de (45) es igual al denominador de (16). Para ver que el numerador de (45) es igual a uno en (16) usemos la expresión (42) junto con el hecho que la integración por partes

$$\int_{\Theta} \frac{g(\theta)}{\theta^{1+\phi}}d\theta = (1+\phi) \int_{\Theta} \frac{G(\theta)}{\theta^{\phi+2}}d\theta + \frac{1}{\bar{\theta}^{1+\phi}} \quad (44)$$

Permítanme considerar el problema de optimización ignorando las restricciones (47). El Lagrangiano correspondiente es

$$\mathfrak{L}(G(\theta), \gamma(\theta); F(\theta), \phi) = \int_{\Theta} \frac{(F(\theta) - G(\theta))}{\theta^{2+\phi}} d\theta + \int_{\Theta} \gamma(\theta)[G(\theta) - F(\theta)] d\theta$$

La condición de primer orden respecto a $G(\theta)$ es

$$\frac{1}{\theta^{2+\phi}} = \gamma(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta \quad (48)$$

Claramente, $\gamma(\theta) > 0 \forall \theta \in \Theta$. Por la condición de holgura, debemos tener

$$\gamma(\theta)[G(\theta) - F(\theta)] = 0 \quad \forall \theta \in \Theta \quad (49)$$

así, $G(\theta) = F(\theta) \forall \theta \in \Theta$. Claramente esta solución satisface (47). Finalmente, sustituyendo $g(\theta) = f(\theta)$ en (16) obtenemos

$$\bar{\alpha} = \frac{\int_{\Theta} \frac{f(\theta)T'(y(\theta))}{\theta^{1+\phi}(1-T'(y(\theta)))} d\theta}{\int_{\Theta} \frac{f(\theta)}{\theta^{1+\phi}(1-T'(y(\theta)))} d\theta}.$$

Al hacer un cambio de variable usando (17), se puede mostrar que

$$\bar{\alpha} = \frac{\int_{\Phi^{-1}(\underline{\theta})}^{\Phi^{-1}(\bar{\theta})} \frac{f_Y(y)T'(y)}{y^{\phi}} dy}{\int_{\Phi^{-1}(\underline{\theta})}^{\Phi^{-1}(\bar{\theta})} \frac{f_Y(y)}{y^{\phi}} dy} = \frac{E_Y[y^{-\phi}T'(y)]}{E_Y[y^{-\phi}]} \quad (50)$$

□

Prueba de Proposición 5

Demostración. Debido a que $T'(y(\bar{\theta})) \geq T'(y(\theta)) \forall \theta \in \Theta$ con desigualdad estricta para algún intervalo I , procede de (50) que

$$\bar{\alpha} = \frac{E_Y[y^{-\phi}T'(y)]}{E_Y[y^{-\phi}]} < \frac{E_Y[y^{-\phi}]T'(\bar{y})}{E_Y[y^{-\phi}]} = T'(y(\bar{\theta}))$$

donde la desigualdad estricta proviene del hecho que $a \geq \underline{\theta}$ y $b < \bar{\theta}$. Debido a que, $\frac{T'(y(\bar{\theta}))}{1-T'(y(\bar{\theta}))} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\psi(\bar{\theta})}{f(\bar{\theta})}$ procede que $\frac{\bar{\alpha}}{1-\bar{\alpha}} < \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\psi(\bar{\theta})}{f(\bar{\theta})}$, así $\frac{\psi(\bar{\theta})}{f(\bar{\theta})} > 1$. $\square$

D La Construcción de un Esquema de Impuesto Marginal Continuo y Diferenciable

En este Apéndice, construyo una versión continua y diferenciable del esquema impositivo marginal estatutario que empleo para la estimación de $\psi(\theta)$. Baso este procedimiento en [Stokey \(2008\)](#). Sin pérdida de generalidad, me enfocaré en una versión continua y diferenciable del esquema impositivo estatutario con dos categorías de ingreso de la forma

$$T'(y) = \begin{cases} c_1 & \text{si } y \leq \tilde{y} \\ c_2 & \text{si } y > \tilde{y} \end{cases} \quad (51)$$

Para $\epsilon > 0$, una versión continua y diferenciable del impuesto en “pasos” previo está dada por

$$T'(y) = \begin{cases} c_1 & \text{si } y \leq \tilde{y} - \frac{\epsilon}{2} \\ c_1 + \frac{2(c_2 - c_1)}{\epsilon^2} (y - \tilde{y} + \frac{\epsilon}{2})^2 & \text{si } \tilde{y} - \frac{\epsilon}{2} < y < \tilde{y} \\ c_1 + \frac{(c_2 - c_1)}{2} + \frac{2(c_2 - c_1)}{\epsilon^2} (2(\tilde{y} + \frac{\epsilon}{2})y - y^2 - \tilde{y}^2 - \tilde{y}\epsilon) & \text{si } \tilde{y} \leq y < \tilde{y} + \frac{\epsilon}{2} \\ c_2 & \text{si } y \geq \tilde{y} + \frac{\epsilon}{2} \end{cases} \quad (52)$$

La Gráfica 5 muestras las versiones continuas y diferenciables de los impuestos estatutarios para los Estados Unidos y el Reino Unido. Uso $\epsilon = 9,000$.

Figura 5: Impuesto Marginal al Ingreso Suavizado y Estatutario en EEUU y R.U. 1995-2004