Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2009-03

**El Modelo Factor-Spline-GARCH para Correlaciones
de Alta y Baja Frecuencia**

Jose Gonzalo Rangel
Banco de México

Robert F. Engle
New York University

Febrero 2009

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively the responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

El Modelo Factor-Spline-GARCH para Correlaciones de Alta y Baja Frecuencia*

Jose Gonzalo Rangel[†]
Banco de México

Robert F. Engle[‡]
New York University

Resumen: Proponemos una nueva metodología para modelar componentes de alta y baja frecuencia de las correlaciones de valores financieros. Nuestra estructura combina un modelo de factores para la valuación de activos con otras especificaciones que capturan la dinámica de las volatilidades y correlaciones entre un factor común y los rendimientos idiosincráticos. Las correlaciones de alta frecuencia se regresan hacia funciones que varían lentamente en el tiempo y que caracterizan el comportamiento de las correlaciones de largo plazo. Asociamos este comportamiento con variables económicas de baja frecuencia, incluyendo determinantes de la volatilidad de mercado y de las volatilidades idiosincráticas. Flexibilidad en el nivel de media variable al que el proceso retorna mejora el ajuste empírico de las correlaciones de valores en el mercado de Estados Unidos y los pronósticos de dichos comovimientos a horizontes largos.

Palabras Clave: Modelos de Factores, Volatilidades y correlaciones de baja frecuencia, Correlación condicional dinámica (DCC), Spline-GARCH, Volatilidad idiosincrática, Pronósticos de correlaciones de largo plazo.

Abstract: We propose a new approach to model high and low frequency components of equity correlations. Our framework combines a factor asset pricing structure with other specifications capturing dynamic properties of volatilities and covariances between a single common factor and idiosyncratic returns. High frequency correlations mean revert to slowly varying functions that characterize long-term correlation patterns. We associate such term behavior with low frequency economic variables, including determinants of market and idiosyncratic volatilities. Flexibility in the time varying level of mean reversion improves the empirical fit of equity correlations in the US and correlation forecasts at long horizons.

Keywords: Factor models, Low frequency volatilities and correlations, Dynamic conditional correlation, Spline-GARCH, Idiosyncratic volatility, Long-term correlation forecasts.

JEL Classification: C22, C32, C51, C53, G11, G12, G32.

*Agradecemos a Siddhartha Chib, Stephen Figlewski, Eric Ghysels, Massimo Guidolin, Andrew Karolyi, Andrew Patton, Jeff Russell, Kevin Sheppard, James Weston, y a los participantes en los seminarios/conferencias del Federal Reserve Bank of New York, LSE, NYU Stern, Ohio State University, University of Arizona, Cambridge, Chicago, Manchester, Miami, Warwick, 2007 LAMES conference, 2007 Multivariate Volatility Models Conference, 2008 Frank Batten Young Scholar Conference in Finance, y 2008 Stanford University SITE Conference por comentarios y sugerencias. Todos los errores son responsabilidad de los autores.

[†] Dirección General de Investigación Económica. Email: jgrangel@banxico.org.mx.

[‡] Stern School of Business, New York University. Email: rengle@stern.nyu.edu.

I. Introducción

El entendimiento de la dinámica de las correlaciones en los mercados financieros es crucial para muchos temas importantes en finanzas. Decisiones óptimas sobre un portafolio, evaluación de riesgos, cobertura y valuación de derivados son ejemplos de asuntos en la toma de decisiones financieras y en la regulación del sector que requieren medidas precisas y pronósticos competentes de comovimientos entre rendimientos de activos. Este documento presenta un nuevo enfoque para caracterizar las variaciones de alta y baja frecuencia en las correlaciones de acciones y describe el comportamiento de corto y largo plazo de una correlación. Al separar los componentes de corto plazo de los de largo plazo, nuestro método no solamente facilita la interpretación económica de los cambios en la estructura de correlaciones sino que también logra mejoras sobre métodos de vanguardia en términos de ajuste y pronóstico de correlaciones bursátiles.

Un número de modelos de series de tiempo multivariados han sido propuestos en las últimas dos décadas para capturar las propiedades dinámicas en los comovimientos de los rendimientos financieros. Como generalizaciones naturales, las versiones multivariadas de los bien conocidos modelos univariados GARCH y de Volatilidad Estocástica (SV, por sus siglas en inglés) guiaron las especificaciones iniciales (e.g., Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988) y Harvey, Ruiz y Shephard (1994)). Estas generalizaciones iniciales mostraron limitaciones porque resultaron altamente parametrizadas y/o difíciles de estimar. Las versiones simplificadas, como los modelos de correlación condicional constante (e.g., Bollerslev (1990), Alexander (1998), Harvey et al. (1994)), tampoco resultaron atractivos porque tuvieron problemas para describir las características empíricas de los datos.¹ Sólo recientemente, Engle (2002) introdujo el modelo de Correlación Dinámica Condicional (DCC, por sus siglas en inglés) como un enfoque alternativo para lograr parsimonia en la dinámica de correlaciones condicionales al mantener simplicidad en el proceso de estimación. Sin embargo, ninguno de los modelos

¹ Encuestas recientes de modelos multivariados GARCH y SV son proveídas en Bauwens, Laurent, y Rombouts (2003), Shephard (2004) y McAleer (2005). Los modelos multivariados SV son escasos; los recientes desarrollos incluyen Chib, Nardari, y Shephard (2006) y Asai y McAleer (2005).

mencionados anteriormente asocia la dinámica de correlación con las características de variables económicas fundamentales. Además, debido a que regresan a una media constante en el largo plazo, las implicaciones de pronósticos para horizontes largos no toman en cuenta condiciones económicas cambiantes. Así, producen el mismo pronóstico de largo plazo en cualquier punto en el tiempo.

Los modelos de correlación financiera, por otro lado, hasta fechas recientes han introducido variación en el tiempo en la estructura de correlación (e.g., Ang y Bekaert, 2002, Ang y Chen, 2002, Bekaert, Hodrick, y Zhang, 2008). Aunque estos modelos están ligados a marcos de valuación de activos, lo cual facilita la asociación del comportamiento de la correlación con variables económicas y financieras, una parte sustancial de la variación en la estructura de correlaciones permanece sin ser explicada y la implementación de estos modelos para pronosticar correlaciones parece difícil.

Este documento presenta un nuevo modelo que captura características complejas de los comovimientos de los rendimientos financieros y nos permite asociar empíricamente los fundamentos económicos con el comportamiento dinámico de las varianzas y covarianzas. Así, usando los desarrollos recientes en métodos de series de tiempo, este modelo, dentro de un marco sencillo, incorpora las características atractivas de los dos enfoques mencionados anteriormente. Específicamente, con base en la estructura de correlaciones sugerida por un modelo CAPM (Modelo de Valuación de Activos de Capital) de un solo factor, y las características dinámicas de corto y largo plazo de las volatilidades de mercado e idiosincráticas, derivamos un modelo de correlación que permite que las correlaciones (de alta frecuencia) condicionales reviertan en media hacia funciones suaves variantes en el tiempo, las cuales aproximan el componente de baja frecuencia de las correlaciones.² Esta propiedad no solamente representa una generalización de los modelos GARCH multivariados que muestran reversión en media a una matriz de covarianza constante, sino también le da flexibilidad al nivel de largo

² Los modelos de factores han sido utilizados en contextos multivariados para caracterizar la dinámica de los segundos momentos. Vea por ejemplo Engle, Ng, y Rothschild (1990) y King, Sentana, y Wadhwani (1994) en el contexto GARCH, Diebold y Nerlove (1989), Harvey et al. (1994), y Chib, Nardari, y Shephard (2006) en el marco SV, y Andersen et al. (2001) en el contexto de varianza realizada.

plazo de las correlaciones para adaptarse a un ambiente económico cambiante. Por lo tanto, dentro de este marco podemos asociar el comportamiento de correlación de baja frecuencia con cambios en las variables económicas que solamente son observados en las bajas frecuencias como son los agregados macroeconómicos.

Para lograr esta meta y caracterizar la variación de plazo en correlaciones de acciones, tomamos un enfoque semi-paramétrico para especificar la dinámica de nuestros componentes de correlación. La estructura de valuación de activos por factores provee un marco para separar los términos sistemáticos e idiosincráticos, y para caracterizar la estructura de covarianza de los rendimientos en exceso. Se usa el enfoque semi-paramétrico Spline-GARCH de Engle y Rangel (2008) para modelar los componentes dinámicos de alta y baja frecuencia de las volatilidades sistemática e idiosincrática. Incluimos estos componentes de volatilidad en la especificación de las correlaciones. Como resultado, una parte de la correlación de baja frecuencia de lento movimiento es separada de la parte de alta frecuencia. Además, los efectos de betas variantes en el tiempo y de factores latentes no observables son incorporados en el componente de correlación de alta frecuencia al añadir patrones dinámicos a las correlaciones entre el factor de mercado y cada componente idiosincrático, así como también entre cada par de riesgos idiosincráticos.³ Estos patrones de alta frecuencia son modelados usando un proceso de correlación dinámica condicional (DCC, por sus siglas en inglés). Por lo tanto, el modelo resultante “Factor-Spline-Garch” (FSG-DCC) mezcla la dinámica de volatilidad Spline-GARCH con la dinámica de correlación DCC dentro de un marco de valuación de activos por factores.

Desde el punto de vista empírico, este estudio analiza los patrones de correlación de alta y baja frecuencia en el mercado de Estados Unidos al considerar los rendimientos diarios de acciones en el DJIA sobre un periodo de diecisiete años. Encontramos que, en adición a la recientemente documentada variación económica en la volatilidad de mercado a frecuencias bajas (e.g., Engle y Rangel (2008) y Engle, Ghysels, y Sohn (2008)), la

³ Los modelos de factores con betas variantes en el tiempo han sido estudiados en Bos y Newbold (1984), Ferson y Harvey (1991, 1993, 1999), y Ghysels (1998), entre otros.

volatilidad idiosincrática promedio también muestra variación sustancial en su componente de largo plazo. Encontramos que esta variación está altamente correlacionada con variables económicas de baja frecuencia incluyendo un índice de dispersión de empleo intersectorial basado en Lilien (1982). Debido a que esta variable mide la intensidad de desplazamientos en la demanda de productos a través de sectores, la usamos para aproximar los cambios en la intensidad de las noticias idiosincráticas. Por ejemplo, un cambio tecnológico (o cualquier otro causante de desplazamientos de demanda) puede inducir grandes movimientos de factores de producción de sectores decrecientes a sectores en crecimiento y conducir a incrementos en la intensidad de noticias específicas a la empresa. Consistente con esta intuición, encontramos que esta variable está positivamente relacionada con la volatilidad idiosincrática. Además, debido a que la intensidad de la reasignación sectorial está asociada con las mismas fuentes que conducen a variación en productividad (o rentabilidad) entre empresas y sectores, nuestros hallazgos empíricos también son consistentes con la relación positiva entre volatilidad idiosincrática y la volatilidad de la rentabilidad de la empresa sugerida por Pastor y Veronesi (2003).

Para explorar si estos hallazgos son válidos para la volatilidad sectorial idiosincrática, hemos también analizado portafolios sectoriales que incorporan un conjunto más amplio de compañías y encontramos los mismos resultados. Esta evidencia subraya la contribución de nuestro marco, la cual consiste en incorporar los efectos económicos de baja frecuencia en el comportamiento dinámico de la estructura de correlaciones. Además, en términos del ajuste empírico, encontramos evidencia de que dentro de la clase de modelos CAPM (de un factor), las especificaciones con dinámicas más flexibles en los segundos momentos de los componentes idiosincráticos proveen un mejor ajuste de los datos.

También investigamos el desempeño de pronóstico del modelo FSG-DCC al enfocarnos en horizontes largos (de cuatro a seis meses). Con base en una función de pérdidas económicas y siguiendo el enfoque de Engle y Colacito (2006), hacemos comparaciones dentro y fuera de la muestra entre el modelo FSG-DCC y un número de competidores. El

ejercicio dentro de la muestra compara este modelo con el DCC estándar (que revierte en media hacia la correlación muestral) y una versión restringida del modelo FSG-DCC que comparte sus características de alta frecuencia, pero revierte en media a un nivel constante determinado por un modelo estático de un factor. Los resultados favorecen el modelo no restringido FSG-DCC. Luego hacemos un ejercicio secuencial fuera de la muestra que expande el conjunto de modelos que compiten al añadirle un estimador de covarianza de un solo índice (factor), la covarianza muestral, y un estimador de covarianza de contracción óptima. Nuevamente, encontramos evidencia significativa de que el modelo FSG-DCC tiene un desempeño superior a sus competidores en horizontes largos. Por lo tanto, dada la gama de modelos que compiten y sus propiedades de pronóstico de largo plazo, nuestros resultados indican que el buen desempeño del modelo FSG-DCC está asociado con la flexibilidad en su nivel de reversión en media para capturar variaciones en el ambiente económico. Si bien aquí tomamos un enfoque de series de tiempo, nuestro modelo introduce un marco que nos permite incorporar directamente variables económicas en la construcción de pronósticos de correlación. Esto sugiere extensiones promisorias para lograr mejoras adicionales de pronóstico.

Este documento está organizado de la siguiente manera: la Sección dos provee una descripción de un número de especificaciones de correlaciones asociadas con diferentes supuestos en el modelo de factores. La Sección tres introduce el modelo FSG-DCC y discute aspectos de su estimación. La Sección cuatro presenta un análisis empírico de correlaciones en el mercado de Estados Unidos. También presenta evidencia empírica sobre la variación económica de la volatilidad idiosincrática agregada e incluye una evaluación empírica de las especificaciones de correlaciones derivadas de diferentes modelos de factores. La Sección cinco examina el desempeño de pronóstico del modelo FSG-DCC, y la Sección seis concluye.

II. Un Modelo de un Solo Factor y Correlaciones de Rendimientos

En esta sección, usamos una versión simple con un solo factor del modelo de valuación de activos APT de Ross (1976) y describimos cómo al modificar sus supuestos subyacentes cambia la especificación de la estructura de correlaciones de los rendimientos de las acciones. Supongamos que hay un solo factor de mercado que entra linealmente en la ecuación de valuación, como en el modelo CAPM de Sharpe (1964). Bajo esta especificación y midiendo los rendimientos en exceso de la tasa libre de riesgo, el rendimiento en exceso del activo i es generado por:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + u_{it}, \quad (1)$$

donde r_{mt} denota el rendimiento en exceso del mercado. El primer término caracteriza el riesgo sistemático del activo i y el segundo describe su componente idiosincrático. La ausencia de cualquier arbitraje asegura que $\alpha_i = 0$ debiese cumplirse y $E(r_{it}) = \lambda \beta_i$, donde λ denota la prima de riesgo por unidad de riesgo sistemático.⁴ La estructura APT estándar supone betas constantes, términos idiosincráticos no correlacionados con el (los) factor(es), y no correlacionados entre ellos:

$$E(r_{mt} u_{it}) = 0, \quad \forall i, \quad (2)$$

$$E(u_{it} u_{jt}) = 0, \quad \forall i \neq j \quad (3)$$

Así, los supuestos en la estructura de factores imponen una restricción en la matriz de covarianza de los rendimientos. Bajo estos supuestos estándar un elemento típico de las matrices no condicionales de covarianza y correlación puede ser caracterizado respectivamente como sigue:

$$\text{cov}(r_{it}, r_{jt}) = \beta_i \beta_j \sigma_m^2 + \begin{cases} \sigma_i^2 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

⁴ En nuestro ejercicio empírico, permitimos que $\alpha_i \neq 0$ y, por simplicidad, suponemos una prima de riesgo constante. Sin embargo, la especificación econométrica en la Ecuación (11) puede ser modificada para explicar la variación en el tiempo de λ . Por ejemplo, bajo una estructura CAPM condicional de un factor, un término GARCH-en-media puede ser agregado a la Ecuación (11) para capturar el efecto de variación en el tiempo de la prima de riesgo. En resultados no reportados, encontramos que tal efecto es pequeño y su inclusión no afecta las conclusiones de este documento.

$$\text{corr}(r_{it}, r_{jt}) = \frac{\text{cov}(r_{it}, r_{jt})}{\sqrt{V(r_{it})}\sqrt{V(r_{jt})}} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_m^2}{\sqrt{\beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_i^2} \sqrt{\beta_j^2 \sigma_m^2 + \sigma_j^2}}, \quad (5)$$

donde V denota el operador de varianza, σ_m^2 y las σ_i^2 's son las varianzas del factor y de los términos idiosincráticos, respectivamente. Ahora, de la definición de correlación condicional,

$$\rho_{i,j,t} \equiv \text{corr}_t(r_{it}, r_{jt}) = \frac{\text{cov}_{t-1}((\beta_i r_{mt} + u_{it})(\beta_j r_{mt} + u_{jt}))}{\sqrt{V_{t-1}(\beta_i r_{mt} + u_{it})} \sqrt{V_{t-1}(\beta_j r_{mt} + u_{jt})}}, \quad (6)$$

y suponiendo que las restricciones de momentos en (2) y (3) se sostienen condicionalmente, obtenemos:

$$\rho_{i,j,t} = \frac{\beta_i \beta_j V_{t-1}(r_{mt})}{\sqrt{\beta_i^2 V_{t-1}(r_{mt}) + V_{t-1}(u_{it})} \sqrt{\beta_j^2 V_{t-1}(r_{mt}) + V_{t-1}(u_{jt})}} \quad (7)$$

Esta expresión sugiere que el comportamiento dinámico de las correlaciones condicionales está determinado exclusivamente por los patrones dinámicos en las varianzas condicionales del mercado y de los riesgos idiosincráticos.⁵ Las betas determinan el signo y la ubicación.

En este modelo de un solo factor, si la restricción en (2) es válida condicionalmente, entonces las betas son constantes y estimadas correctamente a partir de regresiones simples de series de tiempo de rendimientos en exceso en el portafolio de mercado. La restricción (3) descarta correlaciones entre las innovaciones idiosincráticas, lo cual excluye la posibilidad de factores determinantes de precios ausentes del modelo. Como es sugerido por Engle (2007), estas restricciones son empíricamente poco atractivas y limitan de manera importante la estructura dinámica de las correlaciones. El permitir

⁵ Esta especificación es la base de versiones dinámicas de modelos de correlación CAPM de un factor que incorporan varianzas variantes en el tiempo (e.g., el modelo ARCH de factores de Engle, Ng, y Rothschild (1990) y el Doble Factor ARCH de Engle (2007)).

desviaciones temporales de tales condiciones incrementa sustancialmente la habilidad de los modelos de correlación resultantes para capturar características empíricas de los datos sin afectar la esencia económica del modelo de factores. Con base en el enfoque de Engle (2007), la siguiente proposición caracteriza los cambios en la especificación de correlaciones cuando tales restricciones se relajan.

Proposición 1: *Consideremos la especificación de modelo en la Ecuación (1) y permitamos que $\mathfrak{I}_t$ denote el conjunto de información presente y pasada disponible en el mercado. a) Supongamos que el supuesto en (3) es válido, pero $E_{t-1}(u_{it}u_{jt}) \neq 0, \forall i \neq j$, entonces la estructura de correlaciones corresponde a un modelo con factores latentes no observables y la correlación condicional toma la siguiente forma:*

$$\rho_{i,j,t} = \frac{\beta_i \beta_j V_{t-1}(r_{mt}) + E_{t-1}(u_{it}u_{jt})}{\sqrt{\beta_i^2 V_{t-1}(r_{mt}) + V_{t-1}(u_{it})} \sqrt{\beta_j^2 V_{t-1}(r_{mt}) + V_{t-1}(u_{jt})}}. \quad (8)$$

Además, b) supongamos que el supuesto en (2) se satisface, pero $E_{t-1}(r_{mt}u_{it}) \neq 0$, entonces la estructura de correlaciones es consistente con la de un modelo de un solo factor observable, con factores latentes no observables y betas variantes en el tiempo,

$$r_{it} = \tilde{\alpha}_i + \beta_{it} r_{mt} + \tilde{u}_{it}, \quad (9)$$

donde cada una de estas betas se revierte hacia una media constante y las siguientes condiciones se satisfacen:⁶

$$i) E(\tilde{u}_{it} r_{mt}) = E(\tilde{u}_{it}) = 0, \forall i, \text{ y } E(\tilde{u}_{it} \tilde{u}_{jt}) = 0, \forall i \neq j$$

$$ii) \beta_{it} = \beta_i + w_{it}, \forall i.$$

$$iii) w_t = \{w_{1t}, w_{2t}, \dots, w_{Nt}\} \text{ es un proceso de media cero estacionario en covarianza.}$$

$$iv) \text{cov}(w_{it} r_{mt}, r_{mt}) = 0, \forall i.$$

Tal estructura de correlaciones se describe a continuación:

$$\rho_{i,j,t} = \frac{\beta_i \beta_j V_{t-1}(r_{mt}) + \beta_j E_{t-1}(r_{mt} u_{it}) + \beta_i E_{t-1}(r_{mt} u_{jt}) + E_{t-1}(u_{it} u_{jt})}{\sqrt{\beta_i^2 V_{t-1}(r_{mt}) + V_{t-1}(u_{it}) + 2\beta_i E_{t-1}(r_{mt} u_{it})} \sqrt{\beta_j^2 V_{t-1}(r_{mt}) + V_{t-1}(u_{jt}) + 2\beta_j E_{t-1}(r_{mt} u_{jt})}} \quad (10)$$

⁶ Para simplificar la notación (y sin pérdida de generalidad), omitimos las alfas de las ecuaciones de rendimientos en exceso. Sin embargo, note que los términos constantes en (9) difieren en forma general de aquéllos en (1).

Se da la prueba en el Apéndice A1. La ecuación (8) describe un caso donde los pesos de los factores son constantes, pero los factores latentes pueden tener efectos temporales sobre las correlaciones condicionales. La segunda parte de la Proposición 1 considera el caso de betas variantes en el tiempo. Bajo el supuesto *i*), esta nueva especificación satisface las restricciones estándar equivalentes a (2) y (3). En tal caso, los supuestos *iii*) y *iv*) garantizan que cualquier peso del factor es estacionario en covarianza y se revierte hacia una media constante dada por $E(\beta_{it}) = \beta_i = \frac{\text{cov}(r_{it}, r_{mt})}{V(r_{mt})}$. La ecuación (10) provee una especificación más general para las correlaciones condicionales que incorpora simultáneamente los efectos de la variación en el tiempo en las betas y los factores latentes no observable. Por esta razón, tomamos esta forma como la base de nuestro enfoque econométrico, que describimos en la siguiente sección. En adición, como se ilustró en la Sección IV, la Proposición 1 puede ser usada como guía para evaluar la importancia empírica de cada supuesto en el modelo sencillo de un factor especificado en (1).

III. Un Modelo Econométrico para la Estructura de Correlaciones de Factores

Los diferentes supuestos sobre el marco de factores implican diferentes estructuras de correlaciones y enfoques de modelación. Esta sección empieza motivando nuestra especificación econométrica. Luego presentamos un nuevo modelo para las correlaciones de alta y baja frecuencia y discutimos la estrategia de estimación.

El Modelo Factor-Spline-GARCH

La evolución de las volatilidades de acciones en el tiempo muestra patrones diferentes en distintas frecuencias. Las volatilidades de corto plazo son determinadas principalmente por la llegada de noticias fundamentales, lo cual induce cambios de precios en muy altas frecuencias. Las volatilidades de largo plazo muestran patrones gobernados por variables económicas estructurales de lento movimiento. Engle y Rangel (2008) analizan tales

determinantes y caracterizan el comportamiento dinámico de las volatilidades de acciones en bajas frecuencias.⁷ Encuentran variación económica y estadísticamente significativa en la volatilidad de mercado de baja frecuencia en Estados Unidos y en la mayoría de los casos de economías desarrolladas y emergentes. Introducimos este efecto en nuestro modelo de correlación de factores al incluir una ecuación que describe el comportamiento dinámico de esta volatilidad de baja frecuencia del factor de mercado.

Con respecto a las volatilidades idiosincráticas, la incorporación de sus variaciones de baja frecuencia en la estructura de correlaciones es también atractiva desde el punto de vista empírico y teórico debido a que estos componentes de baja frecuencia describen los patrones de largo plazo de las volatilidades idiosincráticas. La importancia de tal comportamiento de plazos fue subrayada por el influyente estudio de Campbell, Lettau, Malkiel y Xu (2001) quienes encuentran evidencia de una tendencia positiva en la volatilidad idiosincrática a nivel empresa para el periodo de 1962 a 1997. Además, encuentran que la volatilidad de mercado no muestra tal tendencia alcista, lo cual sugiere un efecto decreciente de largo plazo en las correlaciones entre acciones individuales. Las explicaciones teóricas de esta tendencia alcista en las volatilidades idiosincráticas han sido asociadas con diferentes características de la empresa, como la varianza de la rentabilidad total de la empresa, la incertidumbre sobre la rentabilidad promedio, edad, propiedad institucional, y el nivel y la varianza de las opciones de crecimiento disponibles para los gerentes (vea Pastor y Veronesi (2003), Wei y Zhang (2006), y Cao, Simin y Zhao (2008)). A un nivel agregado y usando rendimientos de baja frecuencia, Guo y Savickas (2006) encuentran una alta correlación entre la volatilidad idiosincrática y el cociente consumo-riqueza propuesto por Lettau y Ludvigson (2001). También encuentran una fuerte correlación entre estas variables y medidas populares de liquidez de mercado, y sugieren que la volatilidad idiosincrática podría medir un factor de riesgo omitido o dispersión de opiniones. En general, estos resultados empíricos y teóricos motivan nuestro enfoque de incorporar patrones de largo plazo en las volatilidades sistemáticas e idiosincráticas dentro de un modelo para la dinámica de las correlaciones,

⁷ Para diferentes enfoques sobre los determinantes económicos de baja frecuencia de la volatilidad del mercado de acciones vea, por ejemplo, Officer(1973), Schwert(1989), y Engle, Ghysels y Sohn (2006).

y enfatizan la relevancia de relacionar tal dinámica con variables económicas de baja frecuencia.

Desde el punto de vista econométrico, el modelo Spline-GARCH de Engle y Rangel (2008) provee un marco semi-paramétrico para separar los componentes de alta y baja frecuencia de las volatilidades. Siguiendo este enfoque, modelamos el factor de Mercado en la Ecuación (1) como:

$$\begin{aligned}
 r_{mt} &= \alpha_m + \sqrt{\tau_{mt} g_{mt}} \varepsilon_t^m, \text{ donde } \varepsilon_t^m | \Phi_{t-1} \sim (0,1) \\
 g_{mt} &= \left(1 - \theta_m - \phi_m - \frac{\gamma_m}{2}\right) + \theta_m \frac{(r_{mt-1} - \alpha_m)^2}{\tau_{mt-1}} + \gamma_m \frac{(r_{mt-1} - \alpha_m)^2}{\tau_{mt-1}} I_{r_{mt-1} < 0} + \phi_m g_{mt-1} \\
 \tau_{mt} &= c_m \exp \left(w_{m0} t + \sum_{i=1}^{k_m} w_{mi} ((t - t_{i-1})_+)^2 \right), \tag{11}
 \end{aligned}$$

donde g_{mt} y τ_{mt} caracterizan los componentes de volatilidad de mercado de alta y baja frecuencia, respectivamente. El término $I_{r_{mt} < 0}$ es una función indicadora de rendimientos negativos de mercado. El componente de volatilidad de alta frecuencia se normaliza para tener una media no condicional de uno, dejando que el término de baja frecuencia describa las volatilidades no condicionales. Diferente a Engle y Rangel (2008), el componente de alta frecuencia se modela como un proceso GARCH unitario asimétrico siguiendo a Glosten, Jagannathan, y Runkle (1993).⁸ De esta manera, capturamos el bien documentado efecto de apalancamiento donde las malas noticias (rendimientos negativos) incrementan la volatilidad futura de alta frecuencia más que las buenas noticias (rendimientos positivos).⁹

La varianza de mercado en (11) describe multiplicativamente la interacción entre un término dinámico asociado con eventos de noticias de alta frecuencia y un componente que varía lentamente y que puede capturar el efecto de los cambios en el ambiente

⁸ Los parámetros de g_{mt} satisfacen las condiciones de estacionariedad estándar.

⁹ Esta característica primero fue analizada por Black (1976) y Christie (1982). Tuvieron la hipótesis de que la caída del precio de la acción de una empresa causa un incremento en el cociente deuda-capital de la empresa (apalancamiento financiero), lo cual resulta en un aumento de la volatilidad futura. Campbell y Hentschel (1992) sugieren que la dirección de causalidad es en sentido contrario y explican este fenómeno con cambios en la prima de riesgo y efectos de retroalimentación de volatilidad.

económico. Intuitivamente, esta especificación permite que eventos de noticias sistemáticas tengan impactos diferentes sobre el mercado de acciones cuando las condiciones económicas cambian. También captura las variaciones en la intensidad de las noticias que podrían surgir como respuesta a tales cambios en la economía. El término τ_{mt} aproxima no-paramétricamente la volatilidad de mercado de baja frecuencia no observable que responde a variables fundamentales de baja frecuencia, tales como los agregados macroeconómicos, que caracterizan la variación en el ambiente económico. Este componente se modela usando un spline cuadrático exponencial con nodos igualmente espaciados.¹⁰ El número de nodos, k_m , puede ser seleccionado óptimamente usando un criterio de información. Como en Engle y Rangel (2008), usaremos el criterio de Schwarz (BIC) para controlar el grado de suavidad en el componente de baja frecuencia.¹¹ El término g_{mt} describe el comportamiento transitorio de la volatilidad que, a pesar de su persistencia, no tiene impactos de largo plazo sobre los niveles de volatilidad de mercado.

Similarmente, modelamos la parte idiosincrática de los rendimientos en (1) como:

$$\begin{aligned}
 u_{it} &= \sqrt{\tau_{it} g_{it}} \varepsilon_{it}, \text{ donde } \varepsilon_{it} | \Phi_{t-1} \sim (0,1) \\
 g_{it} &= \left(1 - \theta_i - \phi_i - \frac{\gamma_i}{2}\right) + \theta_i \frac{(r_{it-1} - \alpha_i - \beta_i r_{mt-1})^2}{\tau_{it-1}} + \gamma_i \frac{(r_{it-1} - \alpha_i - \beta_i r_{mt-1})^2}{\tau_{it-1}} I_{r_{it-1} < 0} + \phi_i g_{it-1} \\
 \tau_{it} &= c_i \exp \left(w_{i0} t + \sum_{r=1}^{k_i} w_{ir} ((t - t_{r-1})_+)^2 \right), \quad \forall i.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Las g_{it} 's caracterizan el componente de alta frecuencia de las volatilidades idiosincráticas asociadas con efectos transitorios, donde las τ_{it} 's describen la variación de largo plazo en las volatilidades idiosincráticas. Las $I_{r < 0}$'s son funciones indicadoras de rendimientos negativos que permiten efectos de apalancamiento específicos a la empresa.

¹⁰ Seguimos la misma notación como en Engle y Rangel (2008), donde $(t - x)_+ = (t - x)$ si $t > x$, y cero de otra manera. Nos referimos al documento original para más detalles sobre la especificación del spline.

¹¹ Las mejoras a este marco podrían ser obtenidas al explorar teórica y empíricamente el desempeño de bases de spline alternativas, diferentes penalizaciones, y especificaciones con nodos no igualmente espaciados. Estas son extensiones interesantes que requieren más análisis estadístico fuera del alcance de este documento.

Como antes, tomamos un modelo multiplicativo del error para describir interacciones entre llegadas de noticias específicas a la empresa y variables de estado de baja frecuencia que miden condiciones específicas de la empresa y de la industria. La intuición aquí es que un evento de noticia específica a la empresa tendrá un efecto mayor, por ejemplo, cuando la empresa esté cerca de la bancarrota o cuando un cambio tecnológico trascendental esté afectando la industria a la que pertenece la empresa. En tal contexto, las malas noticias acerca de los fundamentos de la empresa (e.g., ingresos menores a los esperados) podrían incrementar la incertidumbre acerca de sus ganancias futuras y, de acuerdo con los resultados de Pastor y Veronesi (2003), podríamos esperar un aumento en la volatilidad idiosincrática. Las τ_{it} 's aproximan no-paramétricamente las volatilidades idiosincráticas no observables de largo plazo que son funciones de variables económicas de baja frecuencia, las cuales afectan la magnitud y la intensidad de los choques idiosincráticos de alta frecuencia. Estas volatilidades son modeladas como splines cuadráticos exponenciales siguiendo el enfoque descrito anteriormente.

En adición, siguiendo la discusión de la sección previa y la Proposición 1, incorporamos correlaciones variantes en el tiempo entre el factor de mercado y los rendimientos idiosincráticos, así como entre los mismos términos idiosincráticos. Específicamente, suponemos que el vector de innovaciones en las Ecuaciones (11) y (12), $(\varepsilon_t^m, \varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{Nt})'$, sigue el modelo DCC de Engle (2002). Note que todos los elementos en este vector tienen una varianza condicional unitaria. Así, de la segunda etapa en el modelo DCC estándar, estas correlaciones pueden ser escritas como:¹²

$$\rho_{i,j,t}^\varepsilon = \frac{q_{i,j,t}}{\sqrt{q_{i,i,t}} \sqrt{q_{j,j,t}}},$$

$$q_{i,j,t} = \bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon + a_{DCC}(\varepsilon_{i,t-1}\varepsilon_{j,t-1} - \bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon) + b_{DCC}(q_{i,j,t-1} - \bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon), \quad \forall i, j \in \{1, \dots, N\},$$

$$q_{m,i,t} = \bar{\rho}_{m,i}^\varepsilon + a_{DCC}(\varepsilon_{t-1}^m \varepsilon_{i,t-1} - \bar{\rho}_{m,i}^\varepsilon) + b_{DCC}(q_{m,i,t-1} - \bar{\rho}_{m,i}^\varepsilon), \quad \forall i \in \{m, 1, \dots, N\}, \quad (13)$$

¹² Consideramos un modelo DCC con reversión a la media. Los parámetros satisfacen las condiciones para garantizar una matriz positiva definida (son positivos, su suma es menor a uno, y la matriz intercepto es positiva definida). Vea Engle y Sheppard (2005a) para los detalles.

donde $\bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon = E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt})$ and $\bar{\rho}_{i,i}^\varepsilon = 1$, para toda $i=m, 1, 2, \dots, N$.¹³ Además, dado el tipo de variación en el tiempo de las betas descrito en la Proposición 1, suponemos que $\bar{\rho}_{m,i}^\varepsilon = 0$, para toda $i=1, 2, \dots, N$.¹⁴

Las especificaciones anteriores, junto con la estructura de factores presentada en la Sección II, constituye el modelo completo Factor-Spline-GARCH (FSG-DCC) y su estructura de correlaciones se describe en la siguiente proposición.

Proposición 2: *Dado un vector de rendimientos $(r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{Nt})'$ que satisface la estructura de factores en la Ecuación (1), supongamos que el factor común de mercado r_{mt} es descrito por (11), el término idiosincrático u_{it} sigue el proceso en (12), para toda $i=1, 2, \dots, N$, y el vector de innovaciones $(\varepsilon_t^m, \varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{Nt})'$ sigue el proceso DCC en (13) y sus supuestos, entonces la correlación (condicional) de alta frecuencia entre r_{it} y r_{jt} está dada por:*

(14)

$$\rho_{i,j,t} = \frac{\beta_i \beta_j \tau_{mt} g_{mt} + \beta_i \sqrt{\tau_{mt} g_{mt}} \sqrt{\tau_{jt} g_{jt}} \rho_{m,j,t}^\varepsilon + \beta_j \sqrt{\tau_{mt} g_{mt}} \sqrt{\tau_{it} g_{it}} \rho_{m,i,t}^\varepsilon + \sqrt{\tau_{it} g_{it}} \sqrt{\tau_{jt} g_{jt}} \rho_{i,j,t}^\varepsilon}{\sqrt{\beta_i^2 \tau_{mt} g_{mt} + \tau_{it} g_{it} + 2\beta_i (\tau_{mt} g_{mt} \tau_{it} g_{it})^{\frac{1}{2}} \rho_{m,i,t}^\varepsilon} \sqrt{\beta_j^2 \tau_{mt} g_{mt} + \tau_{jt} g_{jt} + 2\beta_j (\tau_{mt} g_{mt} \tau_{jt} g_{jt})^{\frac{1}{2}} \rho_{m,j,t}^\varepsilon}},$$

y, el componente de baja frecuencia de esta correlación es variante en el tiempo y toma la siguiente forma:

$$\bar{\rho}_{i,j,t} = \frac{\beta_i \beta_j \tau_{mt} + \sqrt{\tau_{it}} \sqrt{\tau_{jt}} \bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon}{\sqrt{\beta_i^2 \tau_{mt} + \tau_{it}} \sqrt{\beta_j^2 \tau_{mt} + \tau_{jt}}}. \quad (15)$$

¹³ Esta especificación DCC tiene $2+N(N+1)/2$ parámetros. Para reducir el problema de dimensionalidad, Engle (2002) y Engle y Sheppard (2005a) sugieren estimar los $N(N+1)/2$ términos constantes $(\bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon)'s$ usando las correlaciones muestrales. Esto sigue el enfoque “apuntando a la varianza objetivo” de Engle y Mezrich (1996).

¹⁴ Las innovaciones idiosincráticas pueden verse como residuales de las regresiones de rendimientos sobre el factor de mercado. Bajo el CAPM no condicional, éstas no estarán correlacionadas de manera no condicional con el factor de mercado.

Además, al suponer que $E_t(\tau_{k,t+h}) = \tau_{k,t}, \forall h > 0, k = 1, 2, \dots, N$, entonces la Ecuación (15) es el pronóstico de horizonte largo de $\rho_{i,j,t}$:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \rho_{i,j,t+h|t} = \bar{\rho}_{i,j,t} \quad (16)$$

Se da la prueba en el Apéndice A2. Note que la Ecuación (14) es una versión parametrizada de la Ecuación (10) en la Proposición 1. La ecuación (15) aproxima el componente de correlación de lento movimiento, el cual puede ser asociado con la dinámica de correlación de largo plazo. De hecho, la correlación de alta frecuencia parsimoniosamente se revierte en media hacia este término de baja frecuencia variante en el tiempo. Esta aproximación podría ser mejorada ya sea al agregar más factores o al permitir variación en el tiempo en las $\bar{\rho}_{i,j}^e$'s (las correlaciones no condicionales entre las innovaciones idiosincráticas en las ecuaciones DCC), o ambos. La primera alternativa puede ser fácilmente implementada una vez que hayamos seleccionado los nuevos factores. De hecho, podemos usar el marco Spline-GARCH para estimar conjuntamente la dinámica de baja frecuencia de los nuevos factores y los pesos correspondientes, como en las Ecuaciones (11) y (12), y entonces podemos agregar sus innovaciones al vector que sigue el proceso DCC en (13). Por lo tanto, el asunto principal se reduce a la economía del problema de seleccionar un factor. La segunda extensión capturaría los efectos de largo plazo de los factores excluidos, pero es metodológicamente retadora porque requiere la exploración de formas funcionales alternativas y/o restricciones para garantizar que la matriz de covarianza sea positiva-definida, lo cual complica el proceso de estimación. Ambas extensiones incrementan el número de parámetros y la cuestión de su relevancia es principalmente un tema empírico. Nos enfocamos en el caso más simple en (15) y dejamos el análisis de tales extensiones para investigación futura.

La ecuación (15) también provee un enfoque simple para pronosticar correlaciones de largo plazo usando variables económicas. Específicamente, podemos usar pronósticos de volatilidades de mercado e idiosincráticas de baja frecuencia, las cuales pueden ser obtenidas de modelos univariados que incorporan variables económicas. Por ejemplo, los resultados de Engle y Rangel (2008) nos permiten construir pronósticos de volatilidad de mercado usando información macroeconómica y de mercado; de hecho, podemos usar

tales pronósticos económicos de volatilidad de mercado para obtener pronósticos de correlaciones de largo plazo basados en información macroeconómica. La última parte de la Sección V presenta un ejemplo que ilustra esta aplicación.

Además, desde una perspectiva de series de tiempo, la Ecuación (16) presenta una relación de pronóstico útil en la cual, debido a las propiedades de reversión en media del modelo, la correlación de baja frecuencia variante en el tiempo puede ser interpretada como el pronóstico de correlación de largo plazo bajo el supuesto de que las volatilidades de mercado e idiosincráticas de baja frecuencia permanecen constantes durante el periodo de pronóstico. Esto provee un enfoque de series de tiempo donde los pronósticos de largo plazo se construyen usando la Ecuación (15).

Otro caso interesante que se deriva de la Proposición 2 ocurre cuando los componentes de volatilidad de baja frecuencia son constantes sobre los periodos de estimación y de pronóstico. Esta versión restringida corresponde al modelo Factor DCC (FG-DCC) de Engle (2007) y se deriva al suponer $\tau_{m,t} = \sigma_m^2$ y $\tau_{i,t} = \sigma_i^2, \forall i$, en (11) y (12). Las correspondientes especificaciones de varianza para el factor y los términos idiosincráticos se convierten en procesos GARCH(1,1) asimétricos estándar con reversión a la media, los cuales puede ser respectivamente escritos como:

$$h_{mt} \equiv \sigma_m^2 g_{mt} = \sigma_m^2 (1 - \theta_m - \phi_m - \frac{\gamma_m}{2}) + \theta_m (r_{mt-1} - \alpha_m)^2 + \gamma_m (r_{mt-1} - \alpha_m)^2 I_{r_{mt-1} < 0} + \phi_m h_{mt-1}, \quad (17)$$

y

$$h_{it} \equiv \sigma_i^2 g_{it} = \sigma_i^2 (1 - \theta_i - \phi_i - \frac{\gamma_i}{2}) + \theta_i (r_{it-1} - \alpha_i - \beta_i r_{mt-1})^2 + \gamma_i (r_{it-1} - \alpha_i - \beta_i r_{mt-1})^2 I_{r_{it-1} < 0} + \phi_i h_{it-1}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N. \quad (18)$$

Así, la correlación condicional en la Ecuación (14) se convierte en:

$$\rho_{i,j,t} = \frac{\beta_i \beta_j h_{mt} + \beta_j \sqrt{h_{mt}} \sqrt{h_{it}} \rho_{m,i,t}^\epsilon + \beta_i \sqrt{h_{mt}} \sqrt{h_{jt}} \rho_{m,j,t}^\epsilon + \sqrt{h_{it}} \sqrt{h_{jt}} \rho_{i,j,t}^\epsilon}{\sqrt{\beta_i^2 h_{mt} + h_{it} + 2\beta_i (h_{mt} h_{it})^{\frac{1}{2}} \rho_{m,i,t}^\epsilon} \sqrt{\beta_j^2 h_{mt} + h_{jt} + 2\beta_j (h_{mt} h_{jt})^{\frac{1}{2}} \rho_{m,j,t}^\epsilon}}, \quad (19)$$

y la correlación de baja frecuencia es la siguiente constante:

$$\bar{\rho}_{i,j} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_m^2 + \sigma_i \sigma_j \bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon}{\sqrt{\beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_i^2} \sqrt{\beta_j^2 \sigma_m^2 + \sigma_j^2}}. \quad (20)$$

Esta ecuación también representa el pronóstico de correlación de largo plazo asociado con el modelo FG-DCC. En la sección V, evaluaremos el desempeño de pronóstico en horizontes largos de FSG-DCC en relación al modelo FG-DCC restringido y a otros competidores populares.

Estimación

Para facilitar la exposición de nuestro enfoque de estimación, es útil reescribir el modelo FSG-DCC usando notación matricial. Supongamos que tenemos un vector de rendimientos en exceso de la tasa libre de riesgo, incluyendo al factor de mercado, en el tiempo t : $r_t = (r_{mt}, r_{1t}, \dots, r_{Nt})'$. El sistema de ecuaciones en el esquema de factores puede ser escrito como:

$$r_t = \alpha + B u_t, \quad (21)$$

donde u_t contiene el factor de mercado y los términos idiosincráticos,

$$u_t = (r_{mt}, u_{1t}, u_{2t}, \dots, u_{Nt})', \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0_{1 \times N} \\ \beta & I_{N \times N} \end{pmatrix}, \quad \beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N)', \quad 0_{1 \times N} \text{ es un vector fila } N\text{-}$$

dimensional de ceros, $I_{N \times N}$ es una matriz identidad N -dimensional, y α es un vector de interceptos. Se asume que el factor de mercado es débilmente exógeno basado en la definición de Engle, Hendry y Richard (1983). Por lo tanto, se considera que los parámetros en (11) varían libremente y no afectan la inferencia en el modelo condicional dado en (12).

En adición, la matriz de covarianza de u_t puede ser escrita como sigue:

$$H_t^u = D_t R_t D_t, \quad (22)$$

donde $D_t = \text{diag} \{ \sqrt{\tau_{kt} h_{kt}} \}$, para $k=m, 1, \dots, N$, $R_t = \text{diag}(Q_t)^{1/2} Q_t \text{diag}(Q_t)^{1/2}$ es una matriz de correlación, y el elemento típico de Q_t es definido por la Ecuación (13). Las

innovaciones estandarizadas en la Proposición 2 son los elementos de $D_t^{-1}u_t = (\varepsilon_t^m, \varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{N_t})'$. Además, al regresar al vector original de rendimientos, tenemos que $r_t | \mathfrak{T}_{t-1} \sim (\alpha, H_t)$, donde la matriz completa de covarianza toma la siguiente forma¹⁵:

$$Var(r_t) = H_t = BD_tR_tD_tB' \quad (23)$$

Como en el modelo DCC estándar, el problema de estimación puede ser formulado siguiendo a Newey y McFadden (1994) de acuerdo con el Método Generalizado de Momentos (GMM) en dos etapas. Bajo este marco, podemos escribir el vector de condiciones de momentos en la forma $g(r_t, \psi, \eta) = (m_1(r_t, \eta), m_2(\varepsilon_t, \psi, \eta))'$, donde $\varepsilon_t \equiv D_t^{-1}u_t$ es un vector de rendimientos de-volatilizados, η es un vector de parámetros que contienen las alfas, las betas, y los parámetros de volatilidad en las Ecuaciones (11) y (12), y ψ es un vector que contiene los parámetros DCC en (13). El primer vector de condiciones de momentos, m_1 , tiene como sus componentes a las primeras derivadas de la función de verosimilitud (scores) asociados con los parámetros de los modelos Spline-GARCH asimétricos individuales. El segundo conjunto de condiciones de momentos, m_2 , contiene las funciones que involucran los parámetros de correlación, los cuales provienen de la verosimilitud y las condiciones de momentos asumidas para determinar la correlación objetivo (o correlación no condicional) en el modelo DCC.¹⁶ Si el primer problema de optimización que involucra las condiciones de momentos en m_1 da estimaciones consistentes de los parámetros de volatilidad y media, entonces la optimización de m_2 en la segunda etapa dará estimaciones consistentes.

En un marco Gaussiano de cuasi-verosimilitud (QML, por sus siglas en inglés), el suponer normalidad multivariada conduce a estimaciones consistentes bajo condiciones de regularidad débiles siempre y cuando las ecuaciones de la media y covarianza estén

¹⁵ La matriz de correlación de r_t es $R_t = \text{diag}\{BD_tR_tD_tB'\}^{-1/2}BD_tR_tD_tB'\text{diag}\{BD_tR_tD_tB'\}^{-1/2}$, y su elemento típico, ignorando la primera fila y primera columna que contiene las correlaciones entre el factor y los términos idiosincráticos, es la expresión en la Ecuación (14).

¹⁶ Siguiendo la discusión en la nota de pie de página 12, los términos constantes en (13) son estimados usando la restricción de “apuntando a la correlación objetivo” de Engle y Mezrich (1996). Así, nuestras condiciones de momentos para apuntarle a la correlación igualan cada término de covarianza no condicional ($E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt}), i \neq j$) a su análogo muestral.

especificadas correctamente.¹⁷ Este supuesto sobre la distribución da una descomposición del logaritmo de la función de verosimilitud como la suma de dos componentes que toman la familiar forma Gaussiana: uno involucra la parte de “media y volatilidad” y el otro la parte de “correlación”, como en el modelo DCC de Engle (2002).¹⁸ En este caso, los componentes de m_2 son los “scores” de la siguiente verosimilitud:

$$L(\eta, \psi) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\log |R_t| + \varepsilon_t' R_t^{-1} \varepsilon_t \right), \quad (24)$$

mientras que los componentes de m_1 son los “scores” de las log-verosimilitudes asociadas con los modelos Spline-GARCH univariados con innovaciones Gaussianas, los cuales pueden ser estimados por separado:

$$\begin{aligned} L(\eta_m) &= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(\tau_{mt} g_{mt}) + \frac{(r_{mt} - \alpha_m)^2}{\tau_{mt} g_{mt}}, \\ L(\eta_i) &= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(\tau_{it} g_{it}) + \frac{(r_{it} - \alpha_i - \beta_i r_{mt})^2}{\tau_{it} g_{it}}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (25)$$

A pesar de la conveniencia del enfoque QML Gaussiano, la selección del número de nodos para las funciones spline introduce un procedimiento adicional en el proceso de estimación que no necesariamente provee estimaciones QML de tales cantidades. Selecciones imprecisas del número de nodos podrían introducir algunos sesgos en el procedimiento debido a la incorrecta especificación de volatilidades. Debido a que los supuestos sobre la distribución podrían tener un efecto en esta parte de la estimación, nos alejamos del supuesto de normalidad y usamos otros que describen de manera más realista las características empíricas de los rendimientos en exceso. Esto puede mejorar la precisión del criterio de selección de nodos y reducir el problema de especificación incorrecta. Por lo tanto, para el proceso de estimación de la primera etapa, consideramos verosimilitudes de la distribución t-student porque esta distribución captura mejor las colas anchas típicamente observadas en las series de tiempo financieras y disminuye el efecto de las influyentes observaciones atípicas. Así, las siguientes log-verosimilitudes corresponden al modelo Asimétrico Spline-GARCH con innovaciones t-student y

¹⁷ Vea Bollerslev y Wooldridge (1992) y Newey y Steigerwald (1997) para detalles sobre la consistencia de los estimadores QML.

¹⁸ Consistencia y normalidad asintótica son satisfechas bajo condiciones de regularidad estándar. Vea Engle (2002) y Engle y Sheppard (2005a) para los detalles.

determinan las condiciones de momentos asociadas con la primera etapa del proceso de estimación GMM:¹⁹

$$L(\eta_m, v_m) = \log \left(\frac{\Gamma((v_m + 1)/2)}{\Gamma(v_m/2)((v_m - 2)g_{mt}\tau_{mt})^{1/2}} \right) - \frac{v_m + 1}{2} \log \left(1 + \frac{(r_{mt} - \alpha_m)^2}{\tau_{mt}g_{mt}(v_m - 2)} \right) \quad (26)$$

$$L(\eta_i, v_i) = \log \left(\frac{\Gamma((v_i + 1)/2)}{\Gamma(v_i/2)((v_i - 2)g_{it}\tau_{it})^{1/2}} \right) - \frac{v_i + 1}{2} \log \left(1 + \frac{(r_{it} - \alpha_i - \beta_i r_{mt})^2}{\tau_{it}g_{it}(v_i - 2)} \right), \quad i = 1, \dots, N,$$

donde Γ denota la función gamma y las v 's se refieren a los correspondientes grados de libertad.²⁰

En relación a la segunda etapa, la estimación puede ser hecha de la manera usual, la cual estima conjuntamente toda la matriz de correlación. Sin embargo, si bien el DCC es muy parsimonioso en su parametrización, es sesgado y lento para las matrices de covarianza de dimensión grande. Alfa está sesgada hacia abajo y podría aproximarse a cero. Así, las correlaciones estimadas varían menos en los sistemas grandes que cuando se estiman para subconjuntos, inclusive para datos simulados (véase Engle y Sheppard (2005b)). Debido a que nuestro análisis empírico incluye un número moderadamente grande de activos, estamos interesados en una estrategia más simple para estimar matrices de covarianza grandes.

En este sentido, dos enfoques han sido recientemente sugeridos en la literatura. Engle (2007) introduce el método MacGyver para reducir los problemas de sesgo y simplificar el proceso de estimación para sistemas grandes. Este método se implementa fácilmente al ajustar todos los modelos bivariados y derivar un solo estimador de todos los pares estimados. Los experimentos de Montecarlo favorecen a la mediana de estos estimadores como un buen candidato. Sin embargo, una limitación importante de este enfoque es la dificultad para llevar a cabo inferencia. En el mismo espíritu, Engle, Shephard, y Sheppard (2008) introducen el método de verosimilitud compuesta (CL, por sus siglas en

¹⁹ Esta especificación extiende el modelo GARCH t-student de Bollerslev (1987).

²⁰ Una versión más reciente de este documento mostró resultados usando el enfoque Gaussiano QML. Si bien todos nuestros resultados empíricos en las Secciones IV y V se mantienen, el supuesto distribucional t-student conduce a un desempeño de pronóstico superior en todos los modelos tipo DCC comparados en la Sección V. Los resultados del caso Gaussiano están disponibles al solicitarse a los autores.

inglés) como otra alternativa para superar los problemas computacionales de estimar sistemas grandes y corregir los sesgos mencionados. Este enfoque construye una función CL como la suma de cuasi-verosimilitudes de pares de activos (i.e., la suma de todas las log-verosimilitudes bivariadas únicas).²¹ Bajo esta estrategia, solamente se necesita una sola optimización de la función CL y la inferencia puede ser llevada a cabo fácilmente. En la siguiente sección, presentamos los resultados usando el método estándar multivariado y estas dos estrategias novedosas. En la Sección V, hacemos un ejercicio de pronóstico secuencial fuera de la muestra usando el método CL en la segunda etapa del proceso de estimación.

IV Correlaciones de Alta y Baja Frecuencia en el Mercado de Estados Unidos.

Datos

Usamos rendimientos diarios de las acciones del Indice Dow Jones (DJIA) de diciembre de 1998 a diciembre de 2006. Los datos son obtenidos del CRSP. Durante este periodo, ha habido un número de cambios en el índice, incluyendo adiciones, eliminaciones, y fusiones. Incluimos todas las acciones en el índice 2006 y aquellas en el índice 1988 que pudieran ser seguidas sobre el periodo de la muestra.²² Como resultado, obtenemos una muestra de 33 acciones. En relación al factor de mercado, usamos rendimientos diarios del S&P500. Usamos la tasa de los Bonos del Tesoro de Estados Unidos (T-bill) de un mes como la tasa libre de riesgo variante en el tiempo.

Se describen las acciones individuales en el Cuadro 1, el cual incluye nombres de compañías, claves de mercado (tickers), promedio de los rendimientos en exceso y promedio de la volatilidad anualizada de los rendimientos en exceso sobre todo el periodo de muestra. Las acciones más volátiles en la muestra son INTC y HPQ, mientras

²¹ Si todos los pares son independientes, el CL se convierte en exactamente QML. Engle, Shephard, y Shephard (2008) no requieren independencia. Además, sugieren poca pérdida de eficiencia si el CL se construye desde un subconjunto de sistemas bivariados que involucran solamente pares contiguos.

²² Aquéllas incluyen Chevron (CVX), Goodyear (GT), e International Paper (IP).

que las menos volátiles son XOM, CVX, y 3M.²³ Las acciones con el mayor promedio de rendimientos diarios son MSFT e INTC y aquéllas con los valores más pequeños son GM e IP.

Descripción de los Resultados de Estimación

Estimamos el modelo FSG-DCC siguiendo el enfoque GMM de dos etapas descrito en la Sección III y presentamos los resultados en el Cuadro 2. Los parámetros estimados en la primera etapa son aquéllos que aparecen en las Ecuaciones (11), (12), y (26). La segunda etapa involucra los parámetros DCC de la Ecuación (13). Por razones de espacio, no reportamos los coeficientes estimados de las funciones spline. Solamente presentamos el número óptimo de nodos seleccionados por el BIC.

La primera columna muestra las alfas, las cuales en lo general no son significativamente diferentes de cero, como es sugerido por el modelo CAPM. Las únicas excepciones son MO, con un valor positivo, y GM y GT, con valores negativos. La segunda columna reporta los estimadores de las betas de mercado no condicionales asociadas con cada acción. Todas ellas son altamente significativas y sus valores van desde 0.66 a 1.52 (vea la Gráfica 1). CVX, PG, y XOM muestran los pesos de factores menores y también los niveles más bajos de volatilidad observada sobre el periodo de la muestra (vea el Cuadro 1), mientras que INTC, JPM, y HPQ muestran las mayores betas así como altos niveles de volatilidad observada. La tercera columna presenta las estimaciones de los coeficientes de volatilidad ARCH. Éstos toman valores entre 0.004 y 0.13. Son en general significativos, excepto para los casos del factor de mercado e IBM, y su mediana es 0.05. La cuarta columna presenta las estimaciones de los efectos de volatilidad GARCH. Todas son significativas y su mediana es 0.84. Además, toman valores entre 0.18 y 0.99, con solamente tres casos por debajo de 0.50. Para el factor de mercado, un efecto GARCH de 0.90 fue estimado. La quinta columna muestra las estimaciones de los efectos de apalancamiento, los cuales exhiben una mediana de 0.03. Son estadísticamente significativas para aproximadamente la mitad de las acciones y, en tal caso, son positivas,

²³ Usamos el teletipo para identificar acciones individuales. Los nombres completos de las compañías son presentados en la primera columna del Cuadro 1.

lo cual es consistente con la teoría de apalancamiento de Black (1976) y Christie (1982). Sin embargo, este efecto es sustancialmente mayor y significativo para el factor de mercado, el cual provee un apoyo más fuerte para la hipótesis de retroalimentación de volatilidad.²⁴ La variación de corte transversal en los efectos GARCH y ARCH indica variación en persistencia entre de las volatilidades idiosincráticas de alta frecuencia. Por ejemplo, la primera ilustración de la Gráfica 2 muestra el caso familiar altamente persistente asociado con un coeficiente ARCH pequeño y un efecto GARCH cercano a 1, mientras que la última ilustración de esta gráfica exhibe un caso más ruidoso donde el efecto ARCH es 0.08 y el efecto GARCH es solamente 0.63.

La sexta columna del Cuadro 2 muestra los grados de libertad de las distribuciones t-student univariadas. Éstas fluctúan entre 4 y 10, y el valor de su mediana es 6. Estos valores están en línea con la evidencia tradicional de no normalidad y exceso de curtosis en los rendimientos de las acciones. La última columna del Cuadro 2 presenta el número óptimo de nodos en las funciones spline de acuerdo al BIC. Estos números reflejan cambios en la curvatura de la tendencia de largo plazo de las volatilidades idiosincráticas. Ejemplos de tales patrones son ilustrados en la Gráfica 2. Por ejemplo, la primera ilustración tiene un componente de baja frecuencia más suave asociado a un solo nodo. A medida que nos movemos a la parte de abajo de la gráfica, el número de nodos se incrementa y se observan más efectos cíclicos. Cuatro nodos caracterizan el componente de baja frecuencia de la volatilidad de mercado. Su comportamiento dinámico se ilustra en la Gráfica 3.

La parte de abajo del Cuadro 2 presenta los resultados de la estimación de la segunda etapa. La primera columna reporta los estimadores DCC estándar siguiendo el enfoque multivariado tradicional, junto con sus errores estándar. La segunda columna presenta los coeficientes DCC de MacGyver, los cuales son los valores de las medianas de todas las estimaciones DCC provenientes de los sistemas bivariados únicos, como se describe en la Sección III, y la tercera columna presenta las estimaciones CL obtenidas de la

²⁴ Bekaert y Wu (2000) también encuentran mayor soporte para la hipótesis de retroalimentación de volatilidad usando portafolios de las 225 acciones del Nikkei.

optimización de la suma de todas las cuasi-log-verosimilitudes bivariadas únicas. El estimador de a_{DCC} aumenta desde 0.0027, usando el método multivariado estándar, hasta 0.004 (o 0.005) cuando se usa el método CL (o el de MacGyver). Esto sugiere que ambos métodos proveen una corrección para el sesgo hacia abajo del estimador DCC tradicional.

Las Gráficas 4 y 5 ilustran las propiedades de series de tiempo de FSG-DCC con un número de ejemplos que muestran los componentes de correlación de alta y baja frecuencia junto con correlaciones de ventanas móviles que no dependen de ningún modelo. El componente de alta frecuencia revierte en media hacia el componente de baja frecuencia de lento movimiento. Es visualmente claro al mirar las correlaciones de ventanas móviles, que el modelo en cuestión caracteriza bastante bien el comportamiento de la tendencia en las correlaciones. Estos ejemplos también muestran la interacción entre la estructura de valuación de factores y la variación de baja frecuencia de las volatilidades de mercado e idiosincráticas. Por ejemplo, al enfocarnos en los dos últimos años de la muestra, donde la volatilidad de mercado muestra una tendencia decreciente, el modelo sugiere que las acciones con volatilidades idiosincráticas de baja frecuencia crecientes tendrán correlaciones decrecientes pronunciadas. La Gráfica 4 ilustra este patrón usando aquellas acciones de la Gráfica 2 que muestran volatilidades idiosincráticas crecientes. En contraste, la Gráfica 5 presenta ejemplos donde las volatilidades de mercado e idiosincráticas tienen efectos opuestos sobre las correlaciones de baja frecuencia y patrones mixtos son observados durante los últimos años de la muestra. Mientras estas gráficas exhiben solamente una descripción de pocos casos particulares, la dimensionalidad de nuestros resultados hace difícil analizarlos a un nivel desagregado. En su lugar, presentamos un análisis agregado de volatilidades y correlaciones ligando sus patrones a variables económicas.

Componentes de Volatilidad Agregada y Correlaciones Promedio

La característica más distintiva del modelo FSG-DCC es su habilidad para caracterizar el comportamiento dinámico de correlación de largo plazo al hacer uso de la estructura de un modelo de valuación de activos con factores, y la variación de baja frecuencia en las volatilidades sistemática e idiosincrática. Los resultados empíricos de Engle y Rangel

(2008) y Engle, Ghysels, y Sohn (2008) proveen evidencia de que la volatilidad de mercado de baja frecuencia responde a cambios en el ambiente macroeconómico de lento movimiento. Además, los resultados de la estimación presentados anteriormente muestran evidencia de variación de baja frecuencia sustancial en las volatilidades idiosincráticas. Una pregunta natural es si tal comportamiento idiosincrático está reflejando cambios en los fundamentales. Esta subsección presenta evidencia de que el componente de baja frecuencia agregado de volatilidad idiosincrática sistemáticamente varía con las variables económicas de baja frecuencia. Esto enfatiza la importancia de incorporar tal característica en el comportamiento dinámico de la estructura de correlaciones, el cual en este modelo es suficientemente flexible para adaptar su nivel de largo plazo a condiciones económicas que típicamente cambian lentamente. Además de esta ventaja interpretativa, la Sección V muestra que esta flexibilidad es redituable cuando pronosticamos correlaciones a horizontes largos.

Como se mencionó anteriormente, la agregación de corte transversal facilita la exposición para ilustrar el efecto de nuestros componentes de volatilidad sobre las correlaciones. Construimos agregados al tomar el promedio de corte transversal de nuestros componentes dinámicos en cada punto en el tiempo.²⁵ La Gráfica 6 muestra promedios sobre sub-periodos bianuales (de toda la muestra) de volatilidades de mercado e idiosincráticas de baja frecuencia. Antes de 1997-1998, mientras que el promedio de la volatilidad idiosincrática de baja frecuencia muestra un patrón creciente, la volatilidad de mercado de baja frecuencia está disminuyendo. Esto es consistente con los hallazgos de Campbell et al. (2001) y sugiere una caída en las correlaciones, lo cual es confirmado por las correlaciones de ventanas móviles y las correlaciones FSG-DCC agregadas de la

²⁵ La correlación agregada promedio asociada con el modelo m sobre un periodo específico p se define

como: $\bar{\rho}_{T_p}^m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{T_p} \frac{1}{(N-1)} \sum_{j \neq i} \sum_{t=1}^{T_p} \rho_{i,j,t}^m \right\}$, donde T_p denota el número de observaciones diarias sobre

tal periodo, y $\rho_{i,j,t}^m$ es la correlación variante en el tiempo (del modelo m) entre los activos i y j en el tiempo t . La volatilidad idiosincrática de baja frecuencia sobre el periodo p se define como

$$Ivol_{T_p} = \frac{1}{T_p} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{T_p} \sum_{i=1}^N \tau_{it}^{1/2}$$

Gráfica 7. Después de 1997, las volatilidades de mercado e idiosincráticas parecen moverse de una manera similar teniendo efectos opuestos sobre las correlaciones, las cuales, a un nivel agregado, muestran un patrón no monotónico. Un efecto interesante es observado en el último periodo donde, si bien la volatilidad de mercado alcanzó mínimos históricos, las correlaciones cayeron sólo moderadamente debido a los bajos niveles de volatilidad idiosincrática. De hecho, la volatilidad de mercado de baja frecuencia promedio durante 2005-2006 fue tan baja como durante el periodo 1993-1996, pero la correlación promedio fue casi el doble en relación a la de dicho periodo anterior, mientras la volatilidad idiosincrática promedio en 2005-2006 fue casi la mitad del valor correspondiente al periodo 1993-1996.

Hemos ilustrado que la variación de baja frecuencia en las volatilidades idiosincráticas no es despreciable y puede tener efectos grandes sobre el nivel de las correlaciones. Ahora nos enfocamos a las fuentes económicas de tal variación, manteniendo el análisis a un nivel agregado. Como se mencionó en la Sección III, el comportamiento de tendencia en la volatilidad idiosincrática ha recibido una atención importante en la literatura siguiendo los resultados de Campbell et al. (2001).²⁶ A un nivel micro, el marco teórico de Pastor y Veronesi (2003) sugiere una relación positiva entre la volatilidad idiosincrática y la varianza de la rentabilidad de la empresa, así como también con la incertidumbre sobre el nivel promedio de rentabilidad de la empresa. En este sentido, los cambios en las ganancias de la empresa están asociados con dos causas principales. El primero consiste en cambios en la productividad de la empresa, los cuales pueden ser explicados por aspectos del lado de la oferta, como el cambio tecnológico (e.g., Jovanovic (1982)) y/o por características por el lado de la demanda como la sustituibilidad de productos (e.g., Syverson (2004)). El otro cambio se refiere a variaciones de precios (de productos y factores), las cuales también están relacionadas con las interacciones entre choques idiosincráticos de demanda y el nivel de competencia al interior de las industrias relevantes. Por lo tanto, las fluctuaciones de demanda (las cuales podrían estar relacionadas con cambios en gustos, cambios tecnológicos, nuevas políticas de

²⁶ Además, su relación con los rendimientos recientemente analizada en Ang, Hodrick, Xing, y Zhang (2006) y Spiegel y Wang (2006) han abierto un debate sobre si el riesgo idiosincrático se valúa.

liberalización comercial, y nuevas regulaciones, entre otros factores) pueden tener un impacto sobre estos dos fundamentos que afectan los flujos de efectivo futuros de la empresa, así como sobre su volatilidad. Además, podríamos esperar que estos efectos estuvieran acompañados por cambios en la intensidad de noticias específicas a la empresa y la industria, porque tales intensidades varían en respuesta a los mismos factores.

A un nivel más agregado, la teoría de la reasignación sectorial que siguió a la investigación de Lilien (1982) ofrece una explicación para ligar fluctuaciones aleatorias en la demanda sectorial con desplazamientos sectoriales en el mercado laboral. El índice de dispersión de empleo (EDI, por sus siglas en inglés) sugerido por Lilien (1982) aproxima la intensidad de tales desplazamientos sectoriales y puede, por lo tanto, ser usado como un indicador de intensidad de noticias idiosincráticas. Por ejemplo, las fuentes que propician desplazamientos de demanda, como un cambio tecnológico, pueden inducir movimientos importantes en el factor trabajo y otros factores de producción de sectores en declive a sectores en crecimiento. Tal reasignación sectorial de recursos puede estar acompañada por una mayor intensidad de choques idiosincráticos y, por lo tanto, por incrementos en la volatilidad específica a la empresa. Siguiendo esta intuición, asociamos la medida de Lilien con la variación de baja frecuencia de la volatilidad idiosincrática agregada.²⁷ En adición, controlamos por las variables económicas que Guo y Savickas (2006) asocian con el comportamiento agregado de la volatilidad idiosincrática, tales como el cociente consumo-riqueza (CAY), la volatilidad de mercado, y la liquidez de mercado.²⁸ Como en el citado estudio, todas las variables se agregan a una frecuencia trimestral.

²⁷ Siguiendo a Lilien (1982), el Índice de Dispersión de Empleo (EDI, por sus siglas en inglés) se define como:

$$EDI_k = \left\{ \sum_{i=1}^{11} \frac{x_{ik}}{X_k} (\Delta \log x_{ik} - \Delta \log X_k)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \text{ donde } x_{ik} \text{ es el empleo en la industria } i \text{ (entre 11 sectores}$$

industriales) en el trimestre k , y X_k denota el empleo agregado. Para construir el índice, usamos datos de empleo sectorial del Buró de Estadísticas Laborales de Estados Unidos (BLS, por sus siglas en inglés).

²⁸ La variable CAY se basa en la medida de Lettau y Ludvigson (2001). La volatilidad de los rendimientos en exceso del S&P 500 se usa para aproximar la volatilidad de mercado. Con respecto a la liquidez de mercado, usamos el promedio trimestral del spread de cotizaciones accionarias (QSPR) como se define en Chordia, Roll, y Subrahmanyam (2001).

Usamos dos medidas (basadas en el modelo de factores) para la volatilidad idiosincrática de baja frecuencia agregada: 1) El promedio de corte transversal de las volatilidades idiosincráticas de baja frecuencia, agregadas a un nivel trimestral, y 2) el promedio de corte transversal de promedios de ventana móvil (basados en una ventana de 100 días) de rendimientos idiosincráticos al cuadrado (obtenidos de la Ecuación (12)), agregados a un nivel trimestral. La Gráfica 8 muestra una gráfica de estas dos medidas de volatilidad idiosincrática agregada y el EDI de Lilien de 1990 a 2006. La alta correlación visual es confirmada en el Cuadro 3 que reporta la correlación muestral de Pearson entre nuestras medidas de volatilidad idiosincrática y las variables económicas explicativas mencionadas anteriormente. Como era de esperarse, la volatilidad idiosincrática está positivamente correlacionada con el EDI y la volatilidad de mercado. La medida de ventanas móviles muestra coeficientes de correlación de 0.48 y 0.72 respectivamente, mientras que la medida spline muestra correlaciones de 0.34 y 0.64 respectivamente. Además, la volatilidad idiosincrática está negativamente correlacionada con el cociente CAY y la liquidez de mercado. En general, los signos de estas correlaciones son consistentes con los resultados de Guo y Savickas (2006) y con los efectos esperados de la reasignación sectorial sobre la volatilidad de los fundamentales de la empresa. Para explorar más estas relaciones, proyectamos separadamente nuestras dos medidas de volatilidad idiosincrática sobre las variables explicativas en nuestro periodo muestral usando un marco de regresión lineal. Debido a la naturaleza de los agregados de volatilidad idiosincrática, especialmente la medida spline, las regresiones estarán afectadas por un severo problema de correlación serial en los residuales. Para mitigar este problema y encargarse de atender los aspectos de endogeneidad asociados con la causalidad simultánea, usamos el Método Generalizado de Momentos (GMM, por sus siglas en inglés) con errores estándar robustos de acuerdo con Newey y West (1987), y cuatro rezagos de las variables explicativas como instrumentos. El Cuadro 4 reporta los coeficientes estimados asociados con dos proyecciones lineales. Las dos regresiones sugieren los mismos efectos y, como en el análisis de correlación muestral, los coeficientes estimados muestran el signo esperado. Sin embargo, solamente el EDI y la volatilidad de mercado son estadísticamente significativos.²⁹

²⁹ Es importante señalar que estos resultados son sensibles al periodo muestral. Las series EDI son

Componentes Idiosincráticos Sectoriales

Los resultados previos están basados en medidas de volatilidad idiosincrática de baja frecuencia a un nivel de empresa que incorporan solamente acciones de empresas grandes. Para explorar si estos resultados pueden ser generalizados a sectores industriales incluyendo un grupo más amplio de compañías, construimos dos medidas (basadas en el modelo de factores) para la volatilidad idiosincrática sectorial usando rendimientos en exceso de los 48 portafolios industriales con pesos iguales definidos en Fama y French (1997).³⁰ Estimamos volatilidades idiosincráticas de ventanas móviles y spline usando la especificación CAPM de un factor en (1) y el modelo Spline-GARCH en (12).³¹ Como antes, tomamos promedios de corte transversal de medias móviles de rendimientos al cuadrado y funciones spline, respectivamente, y construimos agregados trimestrales. La Gráfica 9 ilustra tales agregados de volatilidad idiosincrática junto con el EDI sobre el periodo 1990-2006. La gráfica muestra de nuevo una alta correlación visual entre estas medidas sectoriales de volatilidad idiosincrática y el EDI. Además, el Cuadro 5 confirma estas correlaciones positivas, las cuales están dentro del mismo orden de magnitud que aquéllas para acciones de empresas grandes. Además, las otras variables explicativas también están correlacionadas en la dirección esperada. Como antes, proyectamos separadamente las variables de volatilidad idiosincrática sobre las variables explicativas. El Cuadro 6 reporta los nuevos resultados de la estimación GMM, los cuales son completamente consistentes con nuestros hallazgos previos. Además, CAY pasa a ser significativo con el signo negativo esperado. En general, estos resultados dan evidencia que la volatilidad idiosincrática agregada muestra variación de baja frecuencia conducida por variables económicas. El modelo FSG-DCC explica tal variación de una manera no paramétrica, así como los movimientos de baja frecuencia de la volatilidad del factor de mercado, para caracterizar los cambios en el nivel de largo plazo de las correlaciones bursátiles. Los análisis que siguen en este documento ilustran la importancia de tales características para ajustar y pronosticar las correlaciones de acciones.

altamente ruidosas antes de mediados de los ochentas. Así los quiebres estructurales deberían ser tomados en cuenta para análisis que incorporan periodos muestrales más largos.

³⁰ Los datos del portafolio Fama-French están disponibles en la página web de Kenneth French. Los 48 portafolios están basados en la clasificación de cuatros dígitos SIC (vea Fama y French (1997) para los detalles).

³¹ Esta especificación permite diferentes pesos de factores entre sectores. Sin embargo, restringe dichos pesos a que sean los mismos dentro de cada sector.

Ajuste Empírico de los Modelos de Correlación de Factores

Esta subsección evalúa un rango de modelos de un factor con componentes dinámicos variantes, en términos de su ajuste empírico usando nuestra muestra de 33 acciones del Dow Jones. El proceso sigue una estrategia de lo simple a lo general. Empezamos por el caso más simple, etiquetado FC-C, donde las volatilidades idiosincráticas y de factores son constantes sobre el periodo muestral (a frecuencias altas y bajas), y las restricciones en (2) y (3) aplican. Estimamos las correlaciones entre acciones del Dow Jones a partir de este modelo y usamos una métrica Gaussiana para calcular la cuasi-verosimilitud. Después consideramos modelos subsecuentes que relajan uno o más supuestos del modelo de factores inicial, y calculamos sus cuasi-verosimilitudes. El último paso consiste en comparar el ajuste empírico de este rango de modelos de correlación de factores basados en dichas métrica Gaussiana. Esto nos permite evaluar cuáles restricciones en la estructura de factores son las más importantes para describir el comportamiento de las correlaciones. Los supuestos a ser debilitados son los siguientes:

1. Volatilidad constante del factor de mercado.
2. Volatilidad constante de los componentes idiosincráticos de los rendimientos.
3. Un solo factor común.
4. Betas constantes.

Por ejemplo, al añadir la variación de alta frecuencia en la volatilidad del factor a través del proceso GARCH estándar, manteniendo las volatilidades idiosincráticas constantes, obtenemos una especificación llamada FG-C. De manera similar, cuando la dinámica spline-GARCH de alta y baja frecuencia se añade a la volatilidad del factor de mercado, manteniendo las volatilidades idiosincráticas constantes, obtenemos el modelo FSG-C. Estos modelos y sus correlaciones, junto con un rango de especificaciones derivadas de añadir dinámica a los supuestos previos, se describen en el Cuadro 7. Sus cuasi-verosimilitudes se construyen a partir de la estructura general de factores en la Ecuación (21) suponiendo que $r_t | \mathfrak{F}_{t-1} \sim N(0, H_t)$. Un mapeo de cada especificación de correlación en el Cuadro 7 con una matriz de covarianza específica provee los insumos para calcular

la cuasi-verosimilitud de cada modelo. Estimamos los modelos en la primera parte del Cuadro 7 usando QMLE. Para los otros modelos, usamos el enfoque GMM de dos etapas con las condiciones de momentos Gaussianas descritas en la Sección III.

El Cuadro 8 presenta los logaritmos de las cuasi-verosimilitudes de los modelos de factores. En el Cuadro 7, junto con las pruebas de razón de verosimilitud que comparan cada modelo con el modelo FSG-DCC más grande. Los resultados indican que el modelo FSG-DCC domina a las otras especificaciones. Cercano a este modelo está el modelo FSG-IDCC, el cual es un modelo con betas constantes que considera el efecto de factores latentes no observables y las dinámicas de alta y baja frecuencia en las volatilidades idiosincráticas y de mercado. El modelo FG-DCC sigue en la lista. En adición, los tres modelos más grandes muestran el mejor ajuste empírico, inclusive cuando son penalizados por el BIC (vea la última columna del Cuadro 8). En contraste, el modelo con el peor ajuste empírico es el modelo de correlación constante (FC-C). En general, encontramos que las especificaciones con dinámicas de baja frecuencia dominan a aquéllas con que únicamente incluyen dinámicas de alta frecuencia.

Además, los resultados indican grandes mejoras en las cuasi-verosimilitudes cuando relajamos los supuestos de “volatilidades idiosincráticas constantes” y “un sólo factor común”. Esto confirma que, además de la importancia de modelar el comportamiento de mercado, el añadir características dinámicas a los segundos momentos de los componentes idiosincráticos mejora sustancialmente el desempeño empírico de esta clase de modelos CAPM de un solo factor.

V Desempeño de Pronóstico del Modelo Factor-Spline-GARCH

Esta sección investiga el desempeño de pronóstico en horizontes largos del modelo FSG-DCC usando ejercicios dentro y fuera de la muestra. Consideramos nuestra muestra de 33 acciones del Dow Jones. Primero repasamos algunas propiedades de pronóstico del modelo y luego evaluamos su desempeño con respecto a otras especificaciones competidoras usando una función de pérdidas económicas.

Características de Pronósticos

En términos de propiedades de pronóstico, mencionamos anteriormente que la correlación condicional en el modelo FSG-DCC revierte en media hacia el suave componente de correlación de baja frecuencia en lugar de revertir hacia un nivel constante. Así pues, dados los patrones empíricos en las correlaciones de baja frecuencia discutidos en la sección previa, los pronósticos de horizonte largo del modelo FSG-DCC podrían diferir considerablemente de aquéllos basados en los modelos que revierten a medias constantes. Esta característica se ilustra en los ejemplos de la Gráfica 10, la cual muestra pronósticos para múltiples pasos hacia delante asociados con diferentes especificaciones de correlaciones. Aquí, comparamos características de pronóstico de las correlaciones del modelo FSG-DCC descritas en las Ecuaciones (14) y (15) con aquéllas de dos modelos competidores: 1) el modelo DCC estándar y 2) el modelo FG-DCC restringido de la Ecuación (19). El primer caso es interesante porque provee una referencia sin factores para evaluar la importancia de imponer una estructura de factores. El segundo caso es relevante para evaluar las implicaciones de permitir componentes de baja frecuencia variantes en el tiempo. Los pronósticos se construyen fuera de la muestra para horizontes que van de 1 a 130 pasos hacia delante. Los pronósticos de volatilidad de baja frecuencia en el modelo FSG-DCC se construyen bajo el supuesto que $\tau_{i,t+k|t} = \tau_{i,t}$, para toda $i=m,1,2,\dots,N$, y $k=1,2,\dots,120$.

Los ejemplos en la Gráfica 10 corresponden a las correlaciones dinámicas entre AIG y DIS, y entre CVV e INTC, respectivamente. La línea vertical separa el periodo muestral para la estimación del periodo para pronosticar fuera de la muestra. Los pronósticos de largo plazo del modelo DCC aproximan la covarianza muestral. En contraste, los pronósticos FSG-DCC aproximan el pronóstico de correlación de baja frecuencia. Los pronósticos de largo plazo del modelo FG-DCC tienden a la constante de la Ecuación (20). La primera gráfica muestra un caso en el cual los pronósticos de horizonte largo de los tres modelos son similares debido a que la correlación de baja frecuencia al final del periodo de estimación es aproximadamente plana y cercana a la correlación muestral. En contraste, la segunda gráfica presenta un ejemplo en el cual los pronósticos de largo plazo

del modelo FSG-DCC considerablemente difieren de aquéllos de los otros dos modelos debido a una discrepancia grande entre la correlación muestral y la tendencia en la correlación de baja frecuencia al final del periodo de estimación. La gráfica de arriba también ilustra que, contrario al modelo DCC, los dos modelos de correlación de factores podrían mostrar una reversión no monotónica a la media debido a que sus componentes individuales podrían estar asociados con diferentes características de memoria larga.

Criterio de Evaluación y Función de Pérdidas Económicas

Nuestra comparación de pronóstico sigue el enfoque de Engle y Colacito (2006) al usar una función de pérdidas económicas para evaluar el desempeño de cada modelo. A diferencia de ellos, sin embargo, usamos portafolios forward basados en pronósticos de la matriz de covarianza asociada con cada uno de los modelos a ser comparados. Específicamente, nos enfocamos a un problema de portafolio donde un inversionista quiere optimizar hoy su asignación de activos forward dada una matriz forward de covarianza condicional. En el planteamiento clásico de media-varianza, este problema puede ser formulado como:

$$\begin{aligned} \min_{w_{t+k|t}} & w'_{t+k|t} H_{t+k|t} w_{t+k|t} \\ \text{s.a.} & w'_{t+k|t} \mu = \mu_0, \end{aligned} \quad (27)$$

donde μ es el vector de rendimientos en exceso esperados, $w_{t+k|t}$ denota un portafolio en el tiempo $t+k$ que fue formado usando la información en el tiempo t , y $H_{t+k|t}$ es un pronóstico k pasos hacia delante (hecho en el tiempo t) de la matriz de covarianza condicional de los rendimientos en exceso. Así, la solución a (27) es:

$$w_{t+k|t} = \frac{H_{t+k|t}^{-1} \mu}{\mu' H_{t+k|t}^{-1} \mu} \mu_0, \quad (28)$$

y representa los pesos óptimos del portafolio forward dada la información en el tiempo t .

Cada pronóstico de covarianza $H_{t+k|t}$ implica un portafolio forward particular $w_{t+k|t}$ dado un vector de rendimientos esperados. Sin embargo, surge un problema importante si no conocemos el verdadero vector de rendimientos esperados. Engle y Colacito (2006)

señalan que una comparación directa de volatilidades de portafolios óptimos puede ser engañosa cuando usamos una estimación particular de los rendimientos en exceso esperados, tal como su media observada, para calcular tales volatilidades. Su estrategia aísla el efecto de la información de covarianza al usar un amplio rango de alternativas para el vector de rendimientos en exceso esperados y las propiedades asintóticas de las desviaciones estándar muestrales de los rendimientos de portafolios óptimos. Seguimos su enfoque y consideramos diferentes vectores de rendimientos en exceso esperados asociados con una variedad de coberturas multivariadas.³² Después comparamos las desviaciones estándar de rendimientos de portafolios de cobertura forward de largo plazo formados con el pronóstico de la matriz de covarianza de cada modelo.

Evaluación Dentro de la Muestra

Ahora procedemos a evaluar el desempeño de pronóstico del modelo FSG-DCC dentro de la muestra en comparación con el de los modelos FG-DCC y el DCC estándar.³³ Este ejercicio se enfoca en sus desempeños de pronóstico de largo plazo; específicamente, consideramos un periodo de 100 días como nuestro horizonte largo fijo.³⁴ Reconocemos los sesgos potenciales dentro de la muestra a favor del modelo FSG-DCC que podrían surgir debido a que las volatilidades spline sabrán ex-ante sus futuras trayectorias. Para abordar este problema, el ejercicio dentro de la muestra descarta tal ventaja de previsión al construir pronósticos de correlación de horizonte largo en cada punto de la muestra manteniendo las funciones spline fijas durante el periodo de pronóstico. Esto implica reversión a la media de los pronósticos de largo plazo de acuerdo a la Ecuación (16).

En cada punto de la muestra y para cada modelo, construimos el correspondiente pronóstico de covarianza a un horizonte largo (*100 días* adelante); después lo usamos

³² Una cobertura es construida al mantener un activo para rendimiento y usando los otros activos para cobertura. Así, tenemos vectores de rendimientos esperados con una entrada positiva (normalizada a uno) y todo lo demás en cero.

³³ Todos los modelos son estimados usando el enfoque GMM de dos etapas descrito en la Sección III, incluyendo volatilidades asimétricas GARCH con errores t-student y el método de verosimilitud compuesta (CL, por sus siglas en inglés).

³⁴ Dado que todas las estimaciones están basadas en datos diarios, un horizonte de 100 días puede ser visto como un periodo razonable de “largo plazo”. Sin embargo, los horizontes de cuatro a seis meses también son considerados en el ejercicio de fuera de la muestra presentado en la siguiente subsección.

para formar portafolios óptimos de cobertura forward de acuerdo a la Ecuación (28), usando una variedad de vectores de rendimientos esperados asociados con diferentes coberturas y un rendimiento requerido normalizado a uno ($\mu_0=1$). Así, dada una muestra de tamaño T , las desviaciones estándar dentro de la muestra de los rendimientos de portafolios óptimos de cobertura forward están dadas por:

$$\sigma_{p,IS}^{(j)} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T-100} \left\{ w_{p,t+100|t}^{(j)} (r_{t+100} - \bar{r}) \right\}^2}{T-100}}, \quad \begin{matrix} j = FSG, FG-DCC, DCC, \\ p = 1, 2, \dots, 33, \end{matrix} \quad (29)$$

donde $\bar{r}$ denota la media muestral de rendimientos en exceso diarios, r_{t+100} es el vector de rendimientos en exceso de un día en el día $t+100$, y $w_{p,t+100|t}^{(j)}$ corresponde al portafolio con cobertura forward de 100 días, el cual es construido del modelo de covarianza j donde el activo p es cubierto utilizando los otros activos.³⁵

El Cuadro 9 presenta los resultados para este ejercicio dentro de la muestra. Se encontró que el modelo FSG-DCC tiene un mejor desempeño que los otros modelos para el horizonte considerado. El modelo FSG-DCC obtiene menores volatilidades para veintisiete casos mientras que el modelo FG-DCC es superior solamente para seis casos. El modelo DCC estándar siempre es inferior. Además, nuestros resultados indican que, en promedio, usando pronósticos de correlación FSG-DCC a horizontes largos para coberturas reduce la desviación estándar de los correspondientes portafolios óptimos en aproximadamente 6 puntos base, cuando se compara con la de los portafolios FG-DCC, y en aproximadamente 125 puntos base, cuando se compara con la de los portafolios DCC.

Evaluación Fuera de la Muestra: Un Ejercicio de Pronóstico Secuencial

En esta subsección, examinamos el desempeño de pronóstico de fuera de la muestra del modelo FSG-DCC. Nuestro análisis implementa un ejercicio de pronóstico secuencial que se describe en la Gráfica 11 y puede ser caracterizado por iteraciones de los siguientes pasos simples: 1) se estima un conjunto de modelos con base en un periodo inicial de estimación con T_0 observaciones diarias, y fuera de la muestra se calculan

³⁵ Cada uno de los 33 activos en nuestra muestra se asocia con una cobertura.

pronósticos de covarianza multi-horizonte desde 1 hasta 126 días (seis meses) hacia adelante, 2) El periodo de pronóstico de 126 días mencionado es incorporado en un nuevo periodo de estimación con $T_1=T_0+126$ observaciones diarias, los modelos son reestimados, y un nuevo conjunto de pronósticos fuera de la muestra es construido para los siguientes seis meses. Iteramos estos dos pasos varias veces empezando con un periodo muestral de diciembre 1988 a junio 1995. Como se ilustra en la Gráfica 11, se repite el proceso 22 veces (hasta diciembre 2006) y ninguno de los bloques de pronóstico fuera de la muestra se traslapa. En este ejercicio, también se incrementa el rango de modelos a comparar. Específicamente, incluimos tres nuevos estimadores de covarianza: 1) la covarianza muestral (*SCOV*), 2) la covarianza estática beta de un factor (*BCOV*), y 3) la covarianza de contracción óptima de Ledoit y Wolf (2003) (*LCOV*).³⁶ Todos los modelos son reestimados en cada iteración.

Para el modelo FSG-DCC, extrapolamos las funciones spline manteniéndolas constantes en sus últimos valores durante los periodos de pronóstico y restringiéndolas a que tengan pendiente cero en la última observación de la muestra. La condición de pendiente cero en el límite es impuesta en el proceso de estimación y provee un enfoque conservador que subestima el comportamiento de series de tiempo cerca del final de la muestra.³⁷ Esto difiere del enfoque tomado en el ejercicio para dentro de la muestra previo debido a que en tal caso las funciones spline fueron ajustadas usando datos en ambos lados del “ultimo” punto de datos (ningún problema de sesgo de límite estuvo presente), mientras que en el caso fuera de la muestra el ancho de banda cubre solamente datos del lado izquierdo de la última observación en el periodo de estimación. La condición de pendiente cero ayuda a reducir las anomalías potenciales causadas por observaciones atípicas cerca del límite derecho.³⁸

³⁶ Jagannathan y Ma (2003) usan estos estimadores de la matriz de covarianza para examinar el efecto de restricciones en los pesos del portafolio sobre el desempeño de los portafolios de mínima varianza fuera de la muestra.

³⁷ Un enfoque no restringido impondría menos suavidad. Silverman (1984) y Nychka (1995) ilustran los aspectos de límites asociados con los splines suavizantes.

³⁸ Métodos de corrección de límite más elaborados para los splines suavizantes son examinados en Rice y Rosenblatt (1981) y Eubank y Speckman (1991).

Como en el ejercicio dentro de la muestra, nos enfocamos en horizontes largos. Así, entre los pronósticos para múltiples horizontes generados en cada iteración, solamente consideramos los últimos 40 días (i.e., pronósticos fuera de la muestra desde 87 hasta 126 días hacia adelante). Como antes, las desviaciones estándar de los rendimientos sobre el portafolio óptimo de cobertura forward son calculadas de acuerdo a:

$$\sigma_{p,OS}^{(j)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{22} \sum_{k=87}^{126} \left\{ w_{p,T_i+k|T_i}^{\prime(j)} (r_{T_i+k} - \bar{r}) \right\}^2}{22 \times 40}}, \quad \begin{array}{l} j = FSG, FG-DCC, DCC, SCOV, \\ BCOV, LCOV, \\ p = 1, 2, \dots, 33, \end{array} \quad (30)$$

donde T_i es el último día del periodo de estimación asociado con la iteración i .

Para cada modelo y portafolio de cobertura, el Cuadro 10 reporta estas desviaciones estándar. La especificación FSG-DCC produce las menores volatilidades para quince coberturas; la covarianza muestral es preferida para cinco coberturas; la covarianza de contracción y los modelos FG-DCC dominan en cuatro casos cada uno; el modelo DCC es preferido en tres casos; el modelo de covarianza de beta estática domina en solamente un caso. El promedio a través de todas las coberturas se muestra en la última fila del cuadro. De acuerdo a este número, la especificación FSG-DCC tiene el mejor desempeño seguida por el modelo FG-DCC. La covarianza muestral y los modelos de contracción de covarianza vienen a continuación seguidos por el modelo DCC. El modelo de covarianza de beta estática es el que resulta con el peor desempeño.

Para explorar más la significancia de estos resultados, hacemos conjuntamente pruebas del tipo Diebold y Mariano (1995) siguiendo a Engle y Colacito (2006). El objetivo es probar la igualdad del modelo FSG-DCC con respecto a cada uno de sus competidores.³⁹ Este enfoque está basado en inferencia estadística acerca de la media de la diferencia entre los rendimientos al cuadrado de portafolios óptimos generados por la especificación FSG-DCC y el modelo competidor m . Para cada iteración i (con última observación en T_i), un vector de series en diferencias asociado con la cobertura p se define como:

$$u_{T_i}^{p,m} = \left\{ \left(w_{p,T_i+k|T_i}^{\prime FSG-DCC} (r_{T_i+k} - \bar{r}) \right)^2 - \left(w_{p,T_i+k|T_i}^{\prime m} (r_{T_i+k} - \bar{r}) \right)^2, k = 86, \dots, 126 \right\}, \quad (31)$$

³⁹ Vea Diebold y Mariano (1995) para los detalles de la prueba general.

donde $m=FG-DCC, DCC, SCOV, LCOV, BCOV$, y $p=1,2,...,33$. Usando estos vectores en diferencias de coberturas, construimos un vector en diferencias conjunto que apila a todas ellas como sigue:

$$U_{T_i}^{FSG-DCC,m} = (u_{T_i}^{1,m}, u_{T_i}^{2,m}, ..., u_{T_i}^{33,m}), \quad i = 1, 2, ..., 22. \quad (32)$$

La hipótesis nula de igualdad de los modelos de covarianza se prueba al ver si la media de $U_t^{FSG-DCC,m}$ es igual a cero. Por lo tanto, para cada comparación, la prueba es realizada al estimar la regresión de $U_t^{FSG-DCC,m}$ sobre una constante. Las regresiones se estiman por GMM usando matrices de covarianza HAC robustas. El Cuadro 11 reporta los estadísticos t para las pruebas Diebold-Mariano. Se nombran los modelos competidores en cada columna. Un valor negativo sugiere que el modelo FSG-DCC domina el modelo columna debido a que el primero se asocia con una volatilidad promedio de portafolios óptimos menor que la del último. A un nivel de confianza de 5%, nuevamente los resultados indican que el modelo FSG-DCC domina a sus competidores en horizontes largos.

Un Ejemplo de Pronóstico de Correlaciones Usando Variables Macroeconómicas

En los ejercicios de pronóstico previos, no hemos usado variables económicas para construir los pronósticos de correlaciones. Siguiendo la discusión en la Sección III, esta subsección ilustra con un simple ejemplo que la información macroeconómica de baja frecuencia puede ser incorporada para pronosticar correlaciones dentro del marco FSG-DCC. La idea es cambiar el enfoque usado para extrapolar el spline asociado con la volatilidad de mercado de baja frecuencia. Una simple estrategia para incorporar información macroeconómica en esta extrapolación consiste en pronosticar la volatilidad de mercado de baja frecuencia promedio usando información macroeconómica y luego, tomar tal valor como un objetivo fuera de la muestra para la función spline.⁴⁰ Se puede aplicar esta estrategia para pronosticar correlaciones durante la primera mitad de 2007 condicionadas en la información de nuestro periodo muestral (hasta el 2006). Para

⁴⁰ Aquí la función spline es forzada a cruzar el objetivo económico en un punto pre-especificado fuera de la muestra. Si estamos pronosticando el nivel anual de baja frecuencia de la volatilidad de mercado, una opción natural para tal punto es la mitad del año que se pronostica. Una condición de pendiente cero en el punto objetivo también puede ser impuesta.

mantener este ejemplo lo más simple posible, usamos las mismas variables macro y los resultados de estimación reportados en Engle y Rangel (2008).⁴¹

El Cuadro 12 muestra tales estimaciones junto con los valores actualizados de las variables macroeconómicas para los años 2006 y 2007. Bajo este esquema de previsión perfecta, estas estimaciones predicen un incremento de seis puntos base en la volatilidad de mercado de baja frecuencia anual. Por lo tanto, después de haber calibrado los niveles de acuerdo a la volatilidad observada en 2006, la volatilidad de mercado de baja frecuencia anual pronosticada aumenta de 9.3% en 2006 a 10% en 2007.⁴² Si bien este incremento es pequeño en comparación con el gran salto observado en el nivel anual de volatilidad observada en 2007, debido principalmente a los eventos de agosto, el valor pronosticado cambió en la dirección correcta.⁴³

Como antes, podemos calcular el pronóstico para fuera de la muestra de la matriz de covarianza restringiendo, por ejemplo, el spline del factor de mercado para que sea plano en 10% en el punto medio de 2007 (o para cruzar tal objetivo en este punto). Este es solamente un ejemplo para ilustrar la aplicación de estrategias simple de pronóstico que usan información macroeconómica y pueden ser implementadas dentro del marco FSG-DCC. Una evaluación formal acerca de las ganancias de usar variables macroeconómicas y predictores de volatilidad idiosincrática para pronosticar correlaciones es una extensión promisorio que dejamos para investigación futura.

⁴¹ Los valores actualizados de las variables explicativas son obtenidos de las mismas Fuentes usadas en Engle y Rangel (2008). Note que el periodo de estimación en este estudio va desde 1990 hasta 2003. Por lo tanto, las estimaciones son subóptimas para el periodo de nuestro ejemplo.

⁴² Al comparar la volatilidad de mercado de baja frecuencia estimada con las variables macro en 2006 (7.3%) con el valor observado en este año (9.4%), obtenemos una estimación de efectos fijos en el tiempo. Usamos esta estimación para calibrar la predicción en 2007.

⁴³ La volatilidad observada anual del S&P 500 (rendimientos en exceso) fue 16% en 2007.

VI Comentarios Finales

En este documento se desarrolla un nuevo modelo para correlaciones de activos que caracterizan patrones dinámicos en frecuencias altas y bajas de la estructura de correlaciones de rendimientos bursátiles. Explotando una estructura de factores para la valuación de activos y propiedades dinámicas de volatilidades de baja frecuencia asociadas con términos sistemáticos e idiosincráticos, introducimos un componente de correlación de lento movimiento que aproxima los cambios de baja frecuencia en las correlaciones. Nuestro enfoque semi-paramétrico generaliza los modelos de correlación dinámica condicional (DCC, por sus siglas en inglés) y otros modelos GARCH multivariados al permitir que el componente de correlación de alta frecuencia revierta en media hacia el componente de baja frecuencia que cambia en el tiempo. Este marco permite que el nivel al cual las correlaciones condicionales revierten en media se adapte a las condiciones económicas variantes.

A altas frecuencias, nuestro modelo incorpora los efectos dinámicos que surgen de relajar los supuestos del modelo CAPM estándar de un factor. Tales efectos consideran betas variantes en el tiempo y factores de valuación ausentes. A bajas frecuencias, las tendencias de largo plazo de las volatilidades de mercado e idiosincráticas gobiernan la dinámica de las correlaciones de baja frecuencia. Proveemos evidencia de que, en adición a la recientemente documentada variación económica de la volatilidad de mercado en bajas frecuencias, la volatilidad idiosincrática promedio muestra una variación sustancial en su tendencia de largo plazo. Encontramos que esta variación está altamente correlacionada con variables económicas de baja frecuencia incluyendo un índice de dispersión de empleo intersectorial que aproxima la intensidad en la reasignación sectorial de recursos en la economía y, debido a que tales movimientos son principalmente guiados por choques que son específicos a empresas individuales o a sectores, sirve como un indicador de la intensidad de noticias idiosincráticas. Además, encontramos los mismos resultados para la volatilidad idiosincrática sectorial.

La habilidad de nuestro modelo de correlación para incorporar no-paramétricamente tales características de baja frecuencia no solamente produce mejoras en términos del ajuste empírico de las correlaciones bursátiles y su asociación con condiciones económicas, sino también conduce a una mejora en aplicaciones de pronóstico. De hecho, los experimentos de pronósticos para dentro y fuera de la muestra indican que, en horizontes largos, este nuevo modelo con tendencias de largo plazo tiene un mejor desempeño que los modelos estándar que revierten en media a niveles constantes. Este resultado es explicado por la flexibilidad del modelo para ajustar el nivel de reversión en media a condiciones económicas variantes. Si bien esto viene con el costo de estimar más parámetros, podemos aplicar los métodos que han sido recientemente desarrollados para estimar modelos dinámicos de covarianza de grandes dimensiones y mantener el proceso de estimación tratable inclusive para un número grande de activos.

Los resultados en este documento motivan extensiones interesantes en términos de modelación económica y construcción de pronósticos: un análisis detallado de los determinantes de corte transversal de volatilidades idiosincráticas proveería un contexto específico a la empresa más completo para analizar el comportamiento de largo plazo de tales volatilidades; el análisis de la naturaleza de los componentes comunes en la volatilidad idiosincrática puede aclarar aún más el debate permanente sobre la valuación del riesgo idiosincrático; un análisis de las implicaciones para los mercados internacionales es importante para la asignación internacional de activos y la evaluación del riesgo financiero global. También, los resultados favorables de pronóstico mostrados en el documento pudieran ser aún mejorados al incorporar variables económicas y encontrar estrategias más eficientes para pronosticar los componentes de volatilidad de largo plazo.

Bibliografía

Alexander, C.O. (1998), "Volatility and Correlation: Methods, Models and Applications," in *Risk Management and Analysis: Measuring and Modelling Financial Risk* (C.O. Alexander, Ed.), Wiley, 125-172.

Andersen, T., T. Bollerslev, F. Diebold, y H. Ebens (2001), "The Distribution of Realized Stock Return Volatility," *Journal of Financial Economics*, 61, 43-76.

Ang, A., and G. Bekaert (2002), "International Asset Allocation with Regime Shifts," *Review of Financial Studies*, 15, 1137-1187.

Ang, A., y J. Chen (2002), "Asymmetric Correlations of Equity Portfolios," *Journal of Financial Economics*, 63, 443-494

Ang, A., R. Hodrick, Y. Xing, y X. Zhang (2006), "The Cross-Section of Volatility and Expected Returns," *Journal of Finance*, 61, 259-299.

Asai, M., y M. McAleer (2005), "Asymmetric Multivariate Stochastic Volatility," *Econometric Reviews*, 25, 453-473.

Bauwens, L., S. Laurent, y J. Rombouts (2006), "Multivariate GARCH Models: A Survey," *Journal of Applied Econometrics*, 21, 79-109.

Bekaert, G., R.J. Hodrick, y X. Zhang (2008), "International Stock Returns Comovements," *Journal of Finance*, a publicarse.

Bekaert, G., y G. Wu (2000), "Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets," *Review of Financial Studies*, 13, 1-42.

Black, F. (1976), "Studies of Stock Price Volatility Changes," *Proceedings of the 1976 meetings of the American Statistical Association, Business and Economics Statistics Section, American Statistical Association*:177-181.

Bollerslev, T. (1987), "A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return," *Review of Economics and Statistics*, 69, 542-547.

Bollerslev, Tim, R. Engle, y J.M. Wooldridge (1988), "A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances," *Journal of Political Economy*, 96, 116-131.

Bollerslev, T., y J.M. Wooldridge (1992), "Quasi-Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time-Varying Covariances," *Econometric Reviews*, 11, 143-172.

Bos, T., y P. Newbold (1984), "An Empirical Investigation of the Possibility of Systematic Risk in the Market Model," *The Journal of Business*, 57, 35-41.

Campbell, J., y L. Hentschel (1992), "No News is Good News: An Asymmetric Model of Changing Volatility in Stock Returns," *Journal of Financial Economics*, 31, 281-318.

Campbell, J., M. Lettau, B. Malkiel, y Y. Xu (2001), "Have Individual Stocks Become More Volatile? An Empirical Exploration of Idiosyncratic Risk," *Journal of Finance*, 56, 1-43.

Cao, C., T. Simin, y J. Zhao (2008), "Can Growth Options Explain the Trend in Idiosyncratic Risk?," *Review of Financial Studies*, 21, 2599-2633.

Chib, S., F. Nardari, y N. Shephard, (2006) "Analysis of high dimensional multivariate stochastic volatility models," *Journal of Econometrics*, 134, 341-371.

Christie, A. (1982), "The Stochastic Behavior of Common Stock Variances: Value, Leverage and Interest Rate Effects," *Journal of Financial Economics*, 10, 407-432.

Chordia, T., R. Roll, y A. Subrahmanyam (2001), "Market Liquidity and Trading Activity," *Journal of Finance*, 56, 501-530.

Diebold, F., y R. Mariano (1995), "Comparing Predictive Accuracy," *Journal of Business and Economic Statistics*, 13, 253-63.

Diebold, F., y M. Nerlove (1989), "The Dynamics of Exchange Rate Volatility: A Multivariate Latent-Factor ARCH Model," *Journal of Applied Econometrics*, 4, 1-22.

Engle, R. (2007), "High Dimension Dynamic Correlations," Prepared for a Festschrift for David Hendry. Documento de Investigación.

Engle, R. (2002), "Dynamic conditional correlation - A simple class of multivariate GARCH models," *Journal of Business and Economic Statistics*, 17, 239-250.

Engle, R., y R. Colacito (2006), "Testing and Valuing Dynamic Correlations for Asset Allocation," *Journal of Business and Economic Statistics*, 24, 238-253.

Engle, R., E. Ghysels, y B. Sohn (2006), "On the Economic Sources of Stock Market Volatility," manuscrito no publicado.

Engle, R., D. Hendry, y J. Richard (1983), "Exogeneity," *Econometrica*, 51, 277-304.

Engle, R., y J. Mezrich, (1996) "GARCH for Groups," *Risk Magazine*, 9, 36-40.

Engle, R., V. Ng, y M. Rothschild (1990), "Asset Pricing with a Factor ARCH Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills," *Journal of Econometrics*, 45, 213-238.

Engle, R., y J.G. Rangel (2008), "The Spline-GARCH Model for Low Frequency Volatility and its Global Macroeconomic Causes," *Review of Financial Studies*, 21, 1187-1222.

Engle, R., N. Shephard, y K. Sheppard (2008), "Fitting and Testing Vast Dimensional Time-Varying Covariance Models," manuscrito no publicado.

Engle, R., y K. Sheppard, (2005a), "Evaluating the Specifications of Covariance Models for Large Portfolios," Documento de Investigación, University of Oxford.

Engle, R., y K. Sheppard, (2005b), "Theoretical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH," Documento de Investigación, University of Oxford.

Eubank, R., y P. Speckman (1991), "A Bias Reduction Theorem with Applications in Nonparametric Regression," *Scand. J. Statist*, 18, 211-222

Fama, E., y K. French (1997), "Industry costs of equity," *Journal of Financial Economics*, 43, 153-193.

Ferson, W., y C. Harvey (1991), "The Variation of Economic Risk Premium," *Journal of Political Economy*, 99, 385-415.

Ferson, W., y C. Harvey (1993), "The Risk and Predictability of International Equity Returns," *Review of Financial Studies*, 6, 527-566.

Ferson, W., y C. Harvey (1999), "Conditioning Variables and the Cross Section of Stock Returns," *Journal of Finance*, 54, 1325-1360.

Ghysels, E. (1998), "On Stable Factor Structures in the Pricing of Risk: Do Time Varying Betas Help or Hurt?," *Journal of Finance*, 53, 549-573.

Glosten, L.R., R. Jagannathan, y D.E. Runkle. (1993), "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks," *Journal of Finance*, 48, 1779-1801.

Guo, H., y R. Savickas (2006), "Idiosyncratic Volatility, Stock Market Volatility, and Expected Stock Returns," *Journal of Business and Economic Statistics*, 24, 43-56

Harvey, A., E. Ruiz, y N. Shephard (1994), "Multivariate Stochastic Variance Models," *Review of Economic Studies*, 61, 247-264.

Jagannathan, R., y T. Ma (2003), "Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps," *Journal of Finance*, 54, 1651–1684.

Jovanovic, B. (1982), "Selection and Evolution of Industry," *Econometrica*, 50, 649-670.

Ledoit, O., y M. Wolf (2003), "Improved Estimation of the Covariance Matrix of Stock Returns With an Application to Portfolio Selection," *Journal of Empirical Finance*, 10, 603-621.

Lettau, M., y S. Ludvigson (2001), "Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Stock Returns," *Journal of Finance*, 56, 815-849.

Lilien, D. (1982), "Sectoral Shifts and Cyclical Unemployment," *Journal of Political Economy*, 90, 777-793.

McAleer, M. (2005), "Automated Inference and Learning in Modeling Financial Volatility," *Econometric Theory*, 21, 232-261.

Newey, W., y D. McFadden (1994), "Large Sample Estimation and Hypothesis Testing," Chapter 36 in *Handbook of Econometrics Volume IV*, (ed. Engle y McFadden), Elsevier Science B.V., 2113-2245.

Newey, W., y D. Steigerwald (1997), "Asymptotic Bias for Quasi-maximum Likelihood Estimators in Conditional Heteroskedastic Models," *Econometrica*, 65, 587-599.

Newey, W., y K. West (1987), "A Simple, Positive Semi-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix," *Econometrica*, 55, 703–708.

Nychka, D. (1995), "Splines as Local Smoothers," *Annals of Statistics*, 23, 1175-1197.

Officer, R.F. (1973) "The Variability of the Market Factor of the New York Stock Exchange," *Journal of Business*, vol. 46, 434-453.

Pastor, L., y P. Veronesi (2003) "Stock Valuation and Learning about Profitability," *Journal of Finance*, 58, 1749-1789.

Ross, S. (1976), "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing," *Journal of Economic Theory*, 13, 341-360.

Rice, J., y M. Rosenblatt (1981), "Integrated mean squared error of a smoothing spline," *J. Approx. Theory*, 33, 353-365.

Schwert, G. (1989), "Why Does Stock Market Volatility Changes Over Time?," *Journal of Finance*, 44, 1115-1153.

Sharpe, W.F. (1964), "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk," *Journal of Finance*, 19, 425-442.

Shephard, N. (2004), "Stochastic Volatility: Selected Readings," Oxford: Oxford University Press.

Silverman, B.W. (1984), "Spline Smoothing: the Equivalent Variable Kernel Method," *Annals of Statistics*, 12, 898-916

Spiegel, M., y X. Wang (2006), "Cross-sectional variation in stock returns: liquidity and idiosyncratic risk," *Documento de Investigación*, Yale University.

Syverson, C., (2004), "Market Structure and Productivity: A Concrete Example," *Journal of Political Economy*, 112, 1181-1222.

Wei, S., y Zhang C. (2006), "Why Did Individual Stocks Become More Volatile?," *Journal of Business*, 79, 259-292.

Apéndice A1

Prueba de Proposición 1: Consideremos la especificación en (1) y los supuestos (2) y (3). Permitamos que $E_{t-1}(u_{it}u_{jt}) \neq 0$, tenemos $\text{cov}_{t-1}(r_i r_j) = \beta_i \beta_j V_{t-1}(r_{mt}) + E_{t-1}(u_{it}u_{jt})$, y la Ecuación (8) sigue. Para la segunda parte, vamos a considerar un modelo de un solo factor con betas variantes en el tiempo satisfaciendo los supuestos i)-iv). La ecuación para los rendimientos en exceso puede ser escrita como:

$$r_{it} = \tilde{\alpha}_i + \beta_{it} r_{mt} + \tilde{u}_{it}, \quad (33)$$

donde $\beta_{it} = \beta_i + w_{it}$. Si definimos $u_{it} \equiv w_{it} r_{mt} + \tilde{u}_{it} - E(w_{it} r_{mt})$, $\forall i = 1, \dots, N$, entonces podemos reescribir (33) como:

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + u_{it}. \quad (34)$$

donde $E(u_{it}) = 0$, $\forall i$ y, por los supuestos i) y iv), $E(u_{it} r_{mt}) = 0$. Además, de iii) y iv),

$$E(\beta_{it}) = \beta_i = \frac{\text{cov}(r_{mt}, r_{it})}{V(r_{mt})}, \quad \beta_{it} \text{ es estacionaria en covarianza y revierte en media hacia } \beta_i.$$

Sin embargo, los nuevos errores estarán condicionalmente correlacionados con el factor de mercado debido a que la $\text{cov}_{t-1}(w_{it} r_{mt}, r_{mt})$ es en general diferente de cero. Así,

$$\text{cov}_{t-1}(r_i r_j) = \beta_i \beta_j V_{t-1}(r_{mt}) + \beta_i E_{t-1}(r_{mt} u_{jt}) + \beta_j E_{t-1}(r_{mt} u_{it}) + E_{t-1}(u_{it} u_{jt}), \quad (35)$$

y

$$E_{t-1}(r_{kt}^2) = \beta_k V_{t-1}(r_{mt}) + V_{t-1}(u_{kt}) + 2\beta_k E_{t-1}(r_{mt} u_{kt}), \quad k = i, j. \quad (36)$$

También, note que $E_{t-1}(u_{it} u_{jt})$ es en general diferente de cero para $i \neq j$ debido a que incluye los términos de covarianza tales como $\text{cov}_{t-1}(w_{it} r_{mt}, w_{jt} r_{mt})$, $\text{cov}_{t-1}(w_{it} r_{mt}, u_{jt})$, y $E_{t-1}(\tilde{u}_{it} \tilde{u}_{jt})$, $i \neq j$, los cuales podrían desviarse de cero (por ejemplo, debido a los comovimientos temporales a través de los componentes beta variantes en el tiempo así como al efecto factores latentes no observables). Así, obtenemos la Ecuación (10) al combinar (35) y (36). ■

Apéndice A2

Prueba de Proposición 2: Consideremos los siguientes vectores de rendimientos, pesos de factores, e innovaciones: $r_t = (r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{N_t})'$, $\beta = (\beta_{1t}, \beta_{2t}, \dots, \beta_{N_t})'$, y $u_t = (u_{1t}, u_{2t}, \dots, u_{N_t})'$. Dado un vector F_t de factor(es) común(es) y omitiendo los términos constantes, sin pérdida de generalidad, podemos reescribir el modelo en la Ecuación (1) como:

$$r_t = \beta F_t + u_t. \quad (37)$$

Así, dado el conjunto $\mathfrak{I}_{t-1}$ de información $t-1$, la matriz de covarianza condicional es:

$$E_{t-1}(r_t r_t') = \beta E_{t-1}(F_t F_t') \beta' + \beta E_{t-1}(F_t u_t') + E_{t-1}(u_t F_t') \beta' + E_{t-1}(u_t u_t'). \quad (38)$$

En particular, para el caso de CAPM de un factor, $F_t = r_{mt}$ y (38) toma la siguiente forma:

$$E_{t-1}(r_t r_t') = E_{t-1}(r_{mt}) \beta \beta' + \beta E_{t-1}(r_{mt} u_t') + E_{t-1}(u_t r_{mt}) \beta' + E_{t-1}(u_t u_t'). \quad (39)$$

De las Ecuaciones (10) y (11), el elemento típico (i, j) del primer término del LD de (39) es:

$$\beta_i \beta_j E_{t-1}(r_{mt}^2) = \beta_i \beta_j \tau_{mt} g_{mt}. \quad (40)$$

Similarmente, de las Ecuaciones (11), (12), y (13), el típico elemento (i, j) del segundo término es:

$$\beta_i E_{t-1}(r_{mt} u_{jt}) = \beta_i \sqrt{\tau_{mt} g_{mt}} \sqrt{\tau_{jt} g_{jt}} \rho_{m,j,t}^\varepsilon, \quad (41)$$

el típico elemento (i, j) del tercer término es:

$$\beta_j E_{t-1}(r_{mt} u_{it}) = \beta_j \sqrt{\tau_{mt} g_{mt}} \sqrt{\tau_{it} g_{it}} \rho_{m,i,t}^\varepsilon, \quad (42)$$

y el típico elemento (i, j) del último término es:

$$E_{t-1}(u_{it} u_{jt}) = \sqrt{\tau_{it} g_{it}} \sqrt{\tau_{jt} g_{jt}} \rho_{i,j,t}^\varepsilon. \quad (43)$$

La Ecuación (14) sigue de sustituir estas esperanzas condicionales en (10).

La versión no condicional de (10) es luego usada para derivar la correlación de baja frecuencia.

$$\bar{\rho}_{i,j} = \frac{\beta_i \beta_j E(r_{mt}^2) + \beta_j E(r_{mt} u_{it}) + \beta_i E(r_{mt} u_{jt}) + E(u_{it} u_{jt})}{\sqrt{\beta_i^2 E(r_{mt})^2 + E(u_{it})^2 + 2\beta_i E(r_{mt} u_{it})} \sqrt{\beta_j^2 E(r_{mt})^2 + E(u_{jt})^2 + 2\beta_j E(r_{mt} u_{jt})}}.$$

Bajo el supuesto que el (los) factor(es) y los términos idiosincráticos no están correlacionadas de manera no condicional, tenemos:

$$\bar{\rho}_{i,j} = \frac{\beta_i \beta_j E(r_{mt}^2) + E(u_{it} u_{jt})}{\sqrt{\beta_i^2 E(r_{mt})^2 + E(u_{it})^2} \sqrt{\beta_j^2 E(r_{mt})^2 + E(u_{jt})^2}}. \quad (44)$$

Ahora, de (11), (12), y LIE:

$$E(r_{mt}) = \tau_{mt} E(g_{mt}) = \tau_{mt},$$

y

$$E(u_{it}^2) = \tau_{it} E(g_{it}) = \tau_{it}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N.$$

También,

$$\frac{E(u_{it} u_{jt})}{\sqrt{\tau_{it}} \sqrt{\tau_{jt}}} = \frac{E(g_{it}^{1/2} \varepsilon_{it} g_{jt}^{1/2} \varepsilon_{jt})}{\sqrt{E(g_{it})} \sqrt{E(g_{jt})}} = \text{corr}(g_{it}^{1/2} \varepsilon_{it}, g_{jt}^{1/2} \varepsilon_{jt}) \equiv \bar{\rho}_{i,j}^{\varepsilon}.$$

Note que $\bar{\rho}_{i,j,t}^{\varepsilon} = \rho_{i,j,t}^{\varepsilon}$, $\forall t$, así aproximamos $\bar{\rho}_{i,j}^{\varepsilon}$ con la correlación muestral, $\bar{\rho}_{i,j}^{\varepsilon}$, de la Ecuación (12). Sustituyendo las expresiones previas en (44), obtenemos la correlación de baja frecuencia variante en el tiempo en la Ecuación (15).

Además, si suponemos $E_t(\tau_{k,t+h}) = \tau_{k,t}$, $\forall h > 0, k = 1, 2, \dots, N$, entonces el pronóstico de horizonte largo de (14) puede ser construido usando las propiedades de reversión en media de las ecuaciones GARCH y DCC. De hecho, la dinámica GARCH implica $\lim_{h \rightarrow \infty} g_{k,t+h|h} = 1$, $\forall k = m, 1, 2, \dots, N$. También, los pronósticos de correlaciones de horizonte largo asociados con el vector de innovaciones son dados por los términos que “apuntan a correlaciones objetivo” (vea la Ecuación (13)):

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \rho_{i,j,t+h}^{\varepsilon} = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{q_{i,j,t+h|t}}{\sqrt{q_{i,i,t+h|t}} \sqrt{q_{j,j,t+h|t}}} = \frac{\bar{\rho}_{i,j}^{\varepsilon}}{\sqrt{\bar{\rho}_{i,i}^{\varepsilon}} \sqrt{\bar{\rho}_{j,j}^{\varepsilon}}} = \bar{\rho}_{i,j}^{\varepsilon}, \quad (45)$$

$\forall i, j \in \{1, 2, \dots, N\}$. Además, de nuestro supuesto de que los términos idiosincráticos no están correlacionados de manera no condicional con el factor, $\bar{\rho}_{m,i}^{\varepsilon} = 0$ y

$\lim_{h \rightarrow \infty} \rho_{m,i,t+h|t} = 0, \forall i = 1, \dots, N$. Así pues, substituyendo los pronósticos de largo plazo de cada término en (14), obtenemos:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \bar{\rho}_{i,j,t+h|t} = \frac{\beta_i \beta_j \tau_{mt} + \sqrt{\tau_{it}} \sqrt{\tau_{jt}} \bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon}{\sqrt{\beta_i^2 \tau_{mt} + \tau_{it}} \sqrt{\beta_j^2 \tau_{mt} + \tau_{jt}}}, \quad (46)$$

lo cual coincide con la correlación de baja frecuencia. ■

Cuadro 1

Descripción de los Rendimientos Individuales de Acciones (Dic 1988-Dic 2006)			
Nombre de Compañía	Clave	Rendimiento Diario	Volatilidad de la
		Promedio	Muestra Anualizada
Alcoa	AA	0.05%	0.52
American Intl. Gp.	AIG	0.07%	0.36
American Express	AXP	0.07%	0.54
Boeing	BA	0.06%	0.48
Citigroup	C	0.10%	0.57
Caterpillar	CAT	0.06%	0.49
Chevron-Texaco	CVX	0.05%	0.27
Du Pont E I De Nemours	DD	0.04%	0.38
Walt Disney	DIS	0.06%	0.49
General Electric	GE	0.06%	0.34
General Motors	GM	0.02%	0.56
Goodyear	GT	0.03%	0.75
Home Depot	HD	0.10%	0.60
Honeywell Intl.	HON	0.06%	0.55
Hewlett-Packard	HPQ	0.08%	0.85
International Bus. Mach.	IBM	0.04%	0.47
Intel	INTC	0.11%	0.94
International Paper	IP	0.02%	0.42
Johnson & Johnson	JNJ	0.07%	0.30
JP Morgan Chase & Co.	JPM	0.06%	0.63
Coca Cola	KO	0.06%	0.32
McDonalds	MCD	0.06%	0.38
3M	MMM	0.05%	0.27
Altria Group Inco.	MO	0.07%	0.45
Merck & Co.	MRK	0.05%	0.40
Microsoft	MSFT	0.12%	0.64
Pfizer	PFE	0.07%	0.44
Procter & Gamble	PG	0.07%	0.32
AT&T	T	0.04%	0.39
United Technologies	UTX	0.07%	0.39
Verizon Comms.	VZ	0.03%	0.37
Wal Mart Stores	WMT	0.07%	0.45
Exxon Mobil	XOM	0.05%	0.25

Fuente: Rendimientos diarios obtenidos de la base de datos CRSP. La volatilidad de la muestra anualizada es la raíz cuadrada del promedio muestral de los rendimientos diarios al cuadrado anualizados.

Cuadro 2

Resultados de la Estimación para el Mercado de Estados Unidos

$$r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + u_{it}, \quad r_{mt} = \alpha_m + \sqrt{\tau_{mt} g_{mt}} \varepsilon_t^m,$$

$$u_{it} = \sqrt{\tau_{it} g_{it}} \varepsilon_{it}, \quad \text{donde } \varepsilon_{it} | \Phi_{t-1} \sim t(v_i) - \text{student}, \forall i = m, 1, 2, \dots, N$$

$$g_{mt} = \left(1 - \theta_m - \phi_m - \frac{\gamma_m}{2}\right) + \theta_m \frac{(r_{mt-1} - \alpha_m)^2}{\tau_{mt-1}} + \gamma_m \frac{(r_{mt-1} - \alpha_m)^2}{\tau_{mt-1}} I_{r_{mt-1} < 0} + \phi_m g_{mt-1}$$

$$g_{it} = \left(1 - \theta_i - \phi_i - \frac{\gamma_i}{2}\right) + \theta_i \frac{(r_{it-1} - \alpha_i - \beta_i r_{mt-1})^2}{\tau_{it-1}} + \gamma_i \frac{(r_{it-1} - \alpha_i - \beta_i r_{mt-1})^2}{\tau_{it-1}} I_{r_{it-1} < 0} + \phi_i g_{it-1}$$

$$\tau_{it} = c_i \exp \left(w_{i0} t + \sum_{r=1}^{k_i} w_{ir} ((t - t_{i-1})_+)^2 \right), \quad \forall i = m, 1, \dots, N^a$$

	1		2		3		4		5		6		7
	Primera Etapa												
	α_i		β_i		θ_i		ϕ_i		γ_i		v_i		k_i
	Coef	Est-T	Coef	Est-T	Coef	Est-T	Coef	Est-T	Coef	Est-T	Coef	Est-T	
Mercado(m)	0.028%	2.48			-0.00	-0.83	0.90	67.6	0.122	8.33	8.4	10.2	4
AA	-0.025%	-1.20	0.99	44.9	0.02	4.2	0.96	144.1	0.008	1.00	6.3	11.9	1
AIG	-0.004%	-0.30	1.01	58.5	0.07	5.0	0.82	30.8	0.034	1.62	7.1	11.7	4
AXP	-0.018%	-1.05	1.17	61.4	0.05	4.0	0.84	32.8	0.063	2.96	6.5	11.0	4
BA	-0.005%	-0.26	0.93	41.6	0.11	4.1	0.41	4.3	0.056	1.41	6.3	13.0	4
C	0.002%	0.12	1.25	70.4	0.07	4.7	0.83	32.2	0.019	0.98	6.8	12.5	4
CAT	0.020%	1.03	1.01	49.6	0.01	2.8	0.99	322.2	0.003	0.94	4.9	16.0	1
CVX	0.022%	1.28	0.66	37.5	0.05	5.9	0.94	110.8	-0.015	-1.46	7.9	9.2	1
DD	-0.019%	-1.19	0.98	53.5	0.05	3.6	0.85	20.0	-0.019	-1.17	5.9	12.1	4
DIS	-0.004%	-0.23	1.04	50.3	0.12	4.4	0.52	6.6	0.033	0.90	5.0	14.9	4
GE	-0.006%	-0.49	1.13	77.9	0.03	3.2	0.84	27.8	0.065	3.48	9.0	8.3	5
GM	-0.063%	-3.01	1.03	48.8	0.02	3.8	0.96	174.1	0.028	3.80	5.5	13.2	1
GT	-0.071%	-3.08	0.93	37.4	0.01	2.7	0.98	278.8	0.017	3.91	4.4	15.4	3
HD	0.030%	1.56	1.23	54.8	0.01	1.6	0.91	65.1	0.059	4.37	6.1	12.9	5
HON	-0.031%	-1.73	1.06	51.8	0.11	4.6	0.65	14.8	0.091	2.63	5.1	15.4	4
HPQ	0.000%	-0.02	1.30	50.9	0.01	4.0	0.99	347.6	0.004	1.11	4.3	18.6	1
IBM	-0.028%	-1.87	0.95	55.3	0.00	1.4	0.97	216.3	0.028	5.20	4.5	17.2	2
INTC	0.038%	1.55	1.53	55.4	0.02	2.7	0.95	112.2	0.022	2.69	5.4	15.7	2
IP	-0.036%	-1.92	0.91	46.8	0.08	4.2	0.63	8.1	0.029	1.08	10.4	7.0	7
JNJ	-0.009%	-0.61	0.78	45.7	0.05	4.1	0.83	32.6	0.088	3.79	5.9	12.1	4
JPM	-0.016%	-0.98	1.26	64.1	0.03	3.4	0.90	52.2	0.054	3.76	6.2	12.6	5
KO	-0.006%	-0.41	0.81	49.0	0.07	3.8	0.63	10.9	0.113	3.46	6.2	12.1	4
MCD	0.003%	0.17	0.80	38.7	0.02	4.3	0.97	182.7	0.009	1.12	5.6	12.4	1
MMM	-0.002%	-0.11	0.78	55.3	0.13	4.4	0.18	1.7	0.001	0.02	5.2	16.4	7
MO	0.039%	2.43	0.76	39.9	0.13	4.9	0.58	13.2	0.127	3.01	4.0	18.7	4
MRK	0.016%	0.95	0.93	51.0	0.11	4.1	0.46	6.0	0.043	1.13	5.0	17.6	6
MSFT	0.010%	0.53	1.16	55.4	0.08	4.3	0.76	20.1	0.039	1.54	4.9	16.3	5
PFE	0.005%	0.29	0.94	45.9	0.09	4.7	0.78	21.1	-0.001	-0.07	5.8	13.4	4
PG	0.019%	1.36	0.73	44.5	0.04	3.8	0.91	56.8	0.028	1.95	6.1	13.7	4

T	-0.003%	-0.17	0.86	44.6	0.07	4.5	0.83	26.4	0.017	0.92	7.6	9.6	6
UTX	-0.001%	-0.08	0.93	51.3	0.09	3.5	0.53	7.0	0.093	2.48	5.9	14.1	7
VZ	-0.016%	-1.00	0.84	45.4	0.07	5.1	0.83	28.9	0.016	0.88	6.8	11.2	5
WMT	0.002%	0.11	1.07	56.2	0.04	4.9	0.95	133.8	0.003	0.38	6.8	10.3	2
XOM	0.018%	1.22	0.74	44.2	0.08	5.2	0.84	30.8	-0.019	-1.07	9.1	9.0	4

$$(\varepsilon_t^m, \varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{Nt})' \sim DCC,$$

$$\rho_{i,j,t}^\varepsilon = \frac{q_{i,j,t}}{\sqrt{q_{i,i,t}} \sqrt{q_{j,j,t}}},$$

$$q_{i,j,t} = \bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon + a_{DCC}(\varepsilon_{i,t-1}\varepsilon_{j,t-1} - \bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon) + b_{DCC}(q_{i,j,t-1} - \bar{\rho}_{i,j}^\varepsilon), \quad \forall i, j \in \{1, \dots, N\},$$

$$q_{m,i,t} = \bar{\rho}_{m,i}^\varepsilon + a_{DCC}(\varepsilon_{t-1}^m \varepsilon_{i,t-1} - \bar{\rho}_{m,i}^\varepsilon) + b_{DCC}(q_{m,i,t-1} - \bar{\rho}_{m,i}^\varepsilon), \quad \forall i \in \{m, 1, \dots, N\}$$

Segunda Etapa (DCC)					
Param	DCC Estándar		Mediana Sistemas DCC Bivariados	Verosimilitud Compuesta	
	Coef	Est-T	Mediana	Coef	Est-T
a_{DCC}	0.0024	4.8	0.0047	0.0043	50.8
b_{DCC}	0.9919	142.7	0.9856	0.9906	4531.2

a) Los rendimientos son en exceso de la tasa libre de riesgo. La muestra tiene las 33 acciones del DJIA que se describen en el Cuadro 1. La tasa de los Bonos del Tesoro de Estados Unidos a un mes es usada como la tasa libre de riesgo variante en el tiempo.

b) El número óptimo de nodos fue seleccionado con base en el criterio BIC.

Cuadro 3

Correlaciones Muestrales: Volatilidades Idiosincráticas y Variables Económicas

<i>Variables Económicas^d</i>	<i>Volatilidades Idiosincráticas Promedio (Frecuencia Trimestral)^a</i>	
	Promedio de la Volatilidad Idiosincrática de Ventanas Móviles ^b	Promedio de la Volatilidad Idiosincrática de Baja Frecuencia ^c
Índice de Dispersión de Empleo	0.48	0.34
CAY	-0.40	-0.39
Volatilidad del Factor de Mercado	0.72	0.64
Ilquidez (QSPR)	-0.30	-0.23

a) Los promedios de las volatilidades idiosincráticas están basados en los rendimientos diarios de las acciones del DJIA. Estas medidas están agregadas a una frecuencia trimestral durante el periodo 1990-2006.

b) El promedio de la volatilidad idiosincrática de ventanas móviles se define como

$$ARIV_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{100} \sum_{k=1}^{100} u_{i(t-k)}^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \text{ donde } u_{it} \text{ es el rendimiento idiosincrático diario en la Ecuación (1).}$$

c) La volatilidad idiosincrática de baja frecuencia promedio se define como $Ivol_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_{it}^{1/2}$, donde las τ 's son las

volatilidades de baja frecuencia diarias estimadas en la Ecuación (12)

d) El índice de dispersión de empleo sigue la definición en Lilien (1982):

$$EDI_k = \left\{ \sum_{i=1}^{11} \frac{x_{ik}}{X_k} (\Delta \log x_{ik} - \Delta \log X_k)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \text{ donde } x_{ik} \text{ es el empleo en la industria } i \text{ (entre 11 sectores}$$

industriales) en el trimestre k , y X_k es el empleo agregado; el cociente consumo-riqueza (CAY) se define en Lettau y Ludvigson (2001); la volatilidad del factor de mercado es estimada de acuerdo a la Ecuación (11); y el spread de cotizaciones bursátiles promedio (QSPR, por sus siglas en inglés) sigue la definición en Chordia, Roll, y Subrahmanyam (2001).

Cuadro 4

Regresiones GMM para la Volatilidad Idiosincrática		
	Promedio de la Volatilidad Idiosincrática de Ventanas Móviles	Promedio de la Volatilidad Idiosincrática de Baja Frecuencia
Constante	0.082 (0.037)	0.080 (0.076)
EDI	104.581 (53.314)	117.298 (67.166)
CAY	-0.154 (0.562)	-0.031 (0.699)
Volatilidad de Mercado	0.615 (0.233)	0.643 (0.218)
QSPR	-0.083 (0.073)	-0.002 (0.087)
R-cuadrada	0.533	0.365
Estadístico-J	0.051	0.049

Notas: El promedio de la volatilidad idiosincrática de ventanas móviles se define como

$$ARIV_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{100} \sum_{k=1}^{100} u_{it-k}^2 \right)^{1/2}, \text{ donde } u_{it} \text{ es el rendimiento idiosincrático diario en la Ecuación (1). El}$$

promedio de la volatilidad idiosincrática de baja frecuencia se define como $Ivol_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_{it}^{1/2}$, donde las τ 's

son las volatilidades de baja frecuencia diarias estimadas en la Ecuación (12). Estos promedios están basados en los rendimientos diarios de las acciones del DJIA. Al agregar las variables a una frecuencia trimestral desde 1989 hasta 2006, las dos medidas de volatilidad idiosincrática se proyectan sobre el siguiente conjunto de variables: el índice de dispersión de empleo (EDI, por sus siglas en inglés) de Lilien (1982), el cociente consumo-riqueza (CAY) de Lettau y Ludvigson (2001), la volatilidad estimada del factor de mercado en la Ecuación (11), y el spread de cotizaciones promedio (QSPR) de las acciones de la bolsa de Nueva York (como se define en Chordia, Roll, y Subrahmanyam (2001)). Las regresiones son estimadas usando el Método Generalizado de Momentos (GMM) con errores estándar Newey-West y cuatro rezagos de los regresores como instrumentos.

Cuadro 5

Correlaciones Muestrales: Volatilidades Idiosincráticas basadas en 48 Portafolios de Sectores Industriales y Variables Económicas

<i>Variables Económicas^d</i>	<i>Volatilidades Idiosincráticas Promedio (Frecuencia Trimestral)^a</i>	
	Promedio de la Volatilidad Idiosincrática de Ventanas Móviles ^b	Promedio de la Volatilidad Idiosincrática de Baja Frecuencia ^c
Índice de Dispersión de Empleo	0.51	0.27
CAY	-0.26	-0.66
Volatilidad de Factor de Mercado	0.61	0.69
Ilquidez (QSPR)	-0.32	-0.29

a) Los promedios de las volatilidades idiosincráticas están basados en los rendimientos diarios de los 48 portafolios de sectores industriales de Fama y French (1997), igualmente ponderados. Estas medidas están agregadas a una frecuencia trimestral durante el periodo 1990-2006.

b) El promedio de la volatilidad idiosincrática de ventanas móviles se define como

$$ARIV_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{100} \sum_{k=1}^{100} u_{i(t-k)}^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \text{ donde } u_{it} \text{ es el rendimiento idiosincrático diario en la Ecuación (1).}$$

c) El promedio de la volatilidad idiosincrática de baja frecuencia se define como $Ivol_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_{it}^{1/2}$, donde

las τ 's son las volatilidades de baja frecuencia diarias estimadas en la Ecuación (12).

d) El índice de dispersión de empleo sigue la definición en Lilien (1982):

$$EDI_k = \left\{ \sum_{i=1}^{11} \frac{x_{ik}}{X_k} (\Delta \log x_{ik} - \Delta \log X_k)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \text{ donde } x_{ik} \text{ es el empleo en la industria } i \text{ (entre 11 sectores}$$

industriales) en el trimestre k , y X_k es el empleo agregado; el cociente consumo-riqueza (CAY) se define en Lettau y Ludvigson (2001); la volatilidad del factor de mercado es estimada de acuerdo a la Ecuación (11); y el spread de cotizaciones bursátiles promedio (QSPR, por sus siglas en inglés) sigue la definición en Chordia, Roll, y Subrahmanyam (2001).

Cuadro 6

Regresiones de la Volatilidad Idiosincrática Basadas en 48 Portafolios de Sectores Industriales		
	Promedio de la Volatilidad Idiosincrática de Ventanas Móviles	Promedio de la Volatilidad Idiosincrática de Baja Frecuencia
Constante	0.095 (0.008)	0.125 (0.003)
EDI	33.820 (19.132)	28.924 (5.786)
CAY	-0.108 (0.192)	-0.305 (0.039)
Volatilidad de Mercado	0.200 (0.091)	0.056 (0.028)
QSPR	-0.011 (0.020)	-0.007 (0.009)
R-cuadrada	0.376	0.264
Estadístico J	0.097	0.127

Notas: El promedio de la volatilidad idiosincrática de ventanas móviles se define como

$$ARIV_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{100} \sum_{k=1}^{100} u_{it-k}^2 \right)^{1/2}, \text{ donde } u_{it} \text{ es el rendimiento idiosincrático diario en la Ecuación (1). El}$$

promedio de la volatilidad idiosincrática de baja frecuencia se define como $Ivol_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_{it}^{1/2}$, donde las τ 's

son las volatilidades de baja frecuencia diarias estimadas en la Ecuación (12). Estos promedios están basados en los rendimientos diarios de los 48 portafolios de sectores industriales de Fama y French (1997), igualmente ponderados. Al agregar las variables a una frecuencia trimestral desde 1989 hasta 2006, las dos medidas de volatilidad idiosincrática se proyectan sobre el siguiente conjunto de variables: el índice de dispersión de empleo (EDI, por sus siglas en inglés) de Lilien (1982), el cociente consumo-riqueza (CAY) de Lettau y Ludvigson (2001), la volatilidad estimada del factor de mercado en la Ecuación (11), y el spread de cotizaciones promedio (QSPR) de las acciones de la bolsa de Nueva York (como se define en Chordia, Roll, y Subrahmanyam (2001)). Las regresiones son estimadas usando el Método Generalizado de Momentos (GMM) con errores estándar Newey-West y cuatro rezagos de los regresores como instrumentos.

Cuadro 7

Modelos de Correlación Derivados de los Supuestos sobre el Modelo de Factores		
PARTE 1: COMPONENTES DE VOLATILIDAD DINÁMICA ^a		
Volatilidades Constantes	Componentes de Dinámica de Alta y Baja Frecuencia	
	Componente del Factor	Componentes del Factor y de los términos Idiosincráticos
<u>FC-C: Volatilidades constantes para el factor y los términos idiosincráticos</u>	<u>FG-C: Volatilidad GARCH para el factor</u>	<u>FG-G: Volatilidad GARCH para el factor y términos idiosincráticos</u>
$\rho_{i,j}^{FC-C} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_m^2}{\sqrt{\beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_i^2} \sqrt{\beta_j^2 \sigma_m^2 + \sigma_j^2}}$	$\rho_{i,j,t}^{FG-C} = \frac{\beta_i \beta_j h_{mt}}{\sqrt{\beta_i^2 h_{mt} + \sigma_i^2} \sqrt{\beta_j^2 h_{mt} + \sigma_j^2}}$	$\rho_{i,j,t}^{FG-G} = \frac{\beta_i \beta_j h_{mt}}{\sqrt{\beta_i^2 h_{mt} + h_{it}} \sqrt{\beta_j^2 h_{mt} + h_{jt}}}$
	<u>FSG-C: Volatilidad Spline-GARCH para el factor</u>	<u>FSG-SG: Volatilidad Spline-GARCH para el factor y los términos idiosincráticos</u>
	$\rho_{i,j,t}^{FSG-C} = \frac{\beta_i \beta_j \tau_{mt} g_{mt}}{\sqrt{\beta_i^2 \tau_{mt} g_{mt} + \sigma_i^2} \sqrt{\beta_j^2 \tau_{mt} g_{mt} + \sigma_j^2}}$	$\rho_{i,j,t}^{FSG-SG} = \frac{\beta_i \beta_j \tau_{mt} g_{mt}}{\sqrt{\beta_i^2 \tau_{mt} g_{mt} + \tau_{it} g_{it}} \sqrt{\beta_j^2 \tau_{mt} g_{mt} + \tau_{jt} g_{jt}}}$
PARTE 2: OTROS COMPONENTES DINÁMICOS ^b		
Correlaciones Idiosincráticas (Factores Latentes)	Todos los Componentes	
<u>FG-IDCC: FG-G con factores latentes</u>	<u>FG-DCC</u>	
$\rho_{i,j,t}^{FG-IDCC} = \frac{\beta_i \beta_j h_{mt} + \sqrt{h_{it}} \sqrt{h_{jt}} \rho_{i,j,t}^u}{\sqrt{\beta_i^2 h_{mt} + h_{it}} \sqrt{\beta_j^2 h_{mt} + h_{jt}}}$	Vea Ecuación (19)	
<u>FSG-IDCC: FSG-SG con factores latentes</u>	<u>FSG-DCC</u>	
$\rho_{i,j,t}^{FSG-IDCC} = \frac{\beta_i \beta_j \tau_{mt} g_{mt} + \sqrt{\tau_{it} g_{it}} \sqrt{\tau_{jt} g_{jt}} \rho_{i,j,t}^u}{\sqrt{\beta_i^2 \tau_{mt} g_{mt} + \tau_{it} g_{it}} \sqrt{\beta_j^2 \tau_{mt} g_{mt} + \tau_{jt} g_{jt}}}$	Vea Ecuación (14)	

a) σ denota volatilidades constantes (C), h y g se refieren a varianzas GARCH (G) y Spline-GARCH (SG), respectivamente. b) Estos modelos son parametrizaciones de (8) y (10) en la Proposición 1.

Cuadro 8

Evaluación de los Modelos de Correlación de Factores					
Supuesto^a	Modelo	Cuasi-log-verosimilitud	Parámetros	Cociente de Cuasi-Verosimilitud^c	BIC
1	FC-C	-426550	67	45980*	-186.96
	FG-C	-427110	69	44860*	-187.20
	FSG-C	-427160	75	44760*	-187.21
2	FG-G	-440670	135	17740*	-193.03
	FSG-SG	-442820	383	13440*	-193.51
3	FG-IDCC	-446930	663	5220*	-194.80
	FSG-IDCC	-449100	911	880*	-195.29
4 ^b	FG-DCC	-447330	696	4420*	-194.91
	FSG-DCC	-449540	944		-195.42

a) Esta columna corresponde a los supuestos que son relajados en las especificaciones de factores:

1. Volatilidad constante del factor de mercado.
2. Volatilidad constante de los componentes idiosincráticos.
3. Un solo factor común.
4. Betas constantes.

Los modelos se describen en el Cuadro 7 y la muestra incluye a las 33 acciones del DJIA descritas en el Cuadro 1.

b) El último paso se asocia con los modelos completos FG-DCC y FSG-DCC.

c) Los cocientes de cuasi-verosimilitud comparan los modelos sobre cada fila con el modelo FSG-DCC (vea la última fila).

*) Indica que los cocientes de cuasi-verosimilitud están por encima del valor crítico de 1% de una distribución ji-cuadrada con grados de libertad dados por la diferencia entre 944 y el número de parámetros asociados con cada modelo.

Cuadro 9

Evaluación Dentro de la Muestra: Desviaciones Estándar de Portafolios Óptimos de Cobertura Forward para un Horizonte de 100 Días			
Portafolios de Cobertura Forward	FSG-DCC	FG-DCC	DCC
μ_{AA}	0.2563	0.2560	0.2646
μ_{AIG}	0.2010	0.2018	0.2312
μ_{AXP}	0.2385	0.2392	0.2443
μ_{BA}	0.2607	0.2605	0.2749
μ_C	0.2364	0.2376	0.2516
μ_{CAT}	0.2525	0.2541	0.2634
μ_{CVX}	0.1675	0.1658	0.1770
μ_{DD}	0.2087	0.2088	0.2127
μ_{DIS}	0.2640	0.2654	0.2728
μ_{GE}	0.1756	0.1771	0.1812
μ_{GM}	0.2805	0.2803	0.3162
μ_{GT}	0.3365	0.3368	0.3419
μ_{HD}	0.2586	0.2603	0.2765
μ_{HON}	0.2672	0.2680	0.3098
μ_{HPQ}	0.3376	0.3381	0.3488
μ_{IBM}	0.2528	0.2534	0.2570
μ_{INTC}	0.3279	0.3295	0.3357
μ_{IP}	0.2250	0.2260	0.2307
μ_{JNJ}	0.1873	0.1880	0.1952
μ_{JPM}	0.2574	0.2594	0.2654
μ_{KO}	0.2029	0.2045	0.2108
μ_{MCD}	0.2402	0.2399	0.2521
μ_{MMM}	0.1857	0.1858	0.1925
μ_{MO}	0.2760	0.2769	0.3129
μ_{MRK}	0.2160	0.2167	0.2323
μ_{MSFT}	0.2724	0.2728	0.2864
μ_{PFE}	0.2273	0.2278	0.2358
μ_{PG}	0.2081	0.2093	0.2147
μ_T	0.2087	0.2090	0.2166
μ_{UTX}	0.2157	0.2165	0.2321
μ_{VZ}	0.2022	0.2030	0.2075
μ_{WMT}	0.2313	0.2304	0.2393
μ_{XOM}	0.1547	0.1553	0.1645
Todo los Portafolios	0.2374	0.2380	0.2499

Notas: Desviaciones estándar de los rendimientos de la muestra sobre los portafolios óptimos de cobertura forward contruidos en cada punto de la muestra usando pronósticos de covarianza para 100 días hacia delante de los modelos FSG-DCC, FG-DCC, y DCC, respectivamente, y sujetos al rendimiento requerido de 1. La muestra se describe en el Cuadro 1. La acción en la fila correspondiente es cubierta usando todas las otras acciones.

Cuadro 10

Evaluación Fuera de la Muestra: Desviaciones Estándar de Portafolios Óptimos de Cobertura Forward para Múltiples Horizontes Largos

Portafolios de Cobertura Forward	FSG-DCC	FG-DCC	DCC	BCOV	SCOV	LCOV
μ_{AA}	0.2573	0.2569	0.2569	0.2787	0.2549	0.2550
μ_{AIG}	0.1914	0.1947	0.1917	0.1949	0.1925	0.1923
μ_{AXP}	0.2130	0.2138	0.2137	0.2293	0.2151	0.2152
μ_{BA}	0.2690	0.2702	0.2697	0.2744	0.2715	0.2714
μ_C	0.1979	0.1992	0.1985	0.2182	0.1979	0.1983
μ_{CAT}	0.2445	0.2461	0.2452	0.2532	0.2455	0.2451
μ_{CVX}	0.1593	0.1586	0.1575	0.2065	0.1584	0.1592
μ_{DD}	0.1997	0.2009	0.2013	0.2119	0.1981	0.1980
μ_{DIS}	0.2718	0.2695	0.2708	0.2708	0.2726	0.2723
μ_{GE}	0.1921	0.1947	0.1918	0.1874	0.1913	0.1909
μ_{GM}	0.3035	0.3061	0.3055	0.3069	0.3043	0.3040
μ_{GT}	0.3509	0.3504	0.3508	0.3645	0.3547	0.3546
μ_{HD}	0.2704	0.2707	0.2705	0.2837	0.2703	0.2704
μ_{HON}	0.2714	0.2756	0.2719	0.2812	0.2718	0.2718
μ_{HPQ}	0.3688	0.3735	0.3677	0.3925	0.3665	0.3668
μ_{IBM}	0.2363	0.2428	0.2367	0.2506	0.2388	0.2386
μ_{INTC}	0.3325	0.3394	0.3347	0.3794	0.3351	0.3357
μ_{IP}	0.2292	0.2296	0.2287	0.2531	0.2279	0.2283
μ_{JNJ}	0.1792	0.1808	0.1797	0.1972	0.1803	0.1797
μ_{JPM}	0.2169	0.2183	0.2190	0.2427	0.2187	0.2189
μ_{KO}	0.2161	0.2163	0.2149	0.2232	0.2150	0.2150
μ_{MCD}	0.2522	0.2541	0.2525	0.2531	0.2525	0.2523
μ_{MMM}	0.1937	0.1965	0.1938	0.1977	0.1925	0.1924
μ_{MO}	0.3172	0.3204	0.3174	0.3210	0.3176	0.3176
μ_{MRK}	0.2156	0.2162	0.2156	0.2417	0.2142	0.2141
μ_{MSFT}	0.2474	0.2510	0.2485	0.2711	0.2485	0.2481
μ_{PFE}	0.2439	0.2482	0.2438	0.2710	0.2440	0.2439
μ_{PG}	0.1827	0.1826	0.1824	0.1991	0.1820	0.1820
μ_T	0.2139	0.2161	0.2145	0.2522	0.2158	0.2168
μ_{UTX}	0.2158	0.2204	0.2166	0.2195	0.2157	0.2154
μ_{VZ}	0.1924	0.1953	0.1913	0.2237	0.1901	0.1904
μ_{WMT}	0.2351	0.2370	0.2349	0.2500	0.2364	0.2366
μ_{XOM}	0.1517	0.1506	0.1513	0.1966	0.1518	0.1528
Todos los Portafolios	0.2374	0.23757	0.2393	0.2545	0.23764	0.2377

Notas: Desviaciones estándar de los rendimientos de la muestra sobre los portafolios óptimos de cobertura forward sujetos al rendimiento requerido de 1, y basados en 22 iteraciones de pronósticos de covarianza para fuera de la muestra a horizontes desde 87 hasta 126 días hacia delante. Los pronósticos son contruidos de los modelos FSG-DCC, FG-DCC, DCC, BCOV (covarianza de un factor estático beta), SCOV (covarianza de la muestra), y LCOV (covarianza de contracción óptima de Ledoit y Wolf (2003)), respectivamente. Los 22 periodos de la muestra secuenciales se describen en la Gráfica 11 e incluyen las 33 acciones del DJIA descritas en el Cuadro 1. La acción en la fila correspondiente es cubierta usando todas las otras acciones.

Cuadro 11

Pruebas Conjuntas Diebold-Mariano para Comparar el Desempeño de Pronóstico de Largo Plazo del Modelo FSG-DCC en Relación a los Modelos Competidores

FSG-DCC vs. Modelo Columna Estadísticos-T	Modelos Competidores				
	DCC	FG-DCC	LCOV	SCOV	BCOV
	-3.66	-2.96	-2.14	-2.07	-5.72

Notas: Este cuadro reporta estadísticos t para las pruebas conjuntas Diebold-Mariano que evalúan el desempeño del pronóstico del modelo FSG-DCC en relación con los siguientes competidores: DCC, FG-DCC, BCOV (covarianza de un factor estática beta), SCOV (covarianza de la muestra), y LCOV (covarianza de contracción óptima de Ledoit y Wolf (2003)). Cada estadístico t se deriva de estimar una regresión de un vector de diferencias de rendimientos observados al cuadrado asociado a los dos modelos sobre una constante. El vector de diferencias se construye usando los rendimientos al cuadrado de los portafolios de cobertura forward observados de acuerdo con el modelo FSG-DCC y el modelo de la columna contra el que compite. Los portafolios de cobertura forward son contruidos usando los periodos de muestra descritos en la Gráfica 11 y las 33 acciones del DJIA en el Cuadro 1. Incluimos solamente portafolios de cobertura forward de largo plazo (desde 87 hasta 126 días hacia delante). Las regresiones del vector son estimadas usando el Método Generalizado de Momentos (GMM, por sus siglas en inglés) con una matriz de covarianza consistente ante la presencia de heterocedasticidad y autocorrelación (HAC). Un valor negativo es evidencia de un mejor desempeño del modelo FSG-DCC.

Cuadro 12

Variables Económicas Asociadas con la Variación de Baja Frecuencia en la Volatilidad de Mercado

Variables Explicativas	Coeficientes de Regresión	Valores Observados de Variables Explicativas	
		2006	2007
log(mc/gdpus)	-0.0092	6.8717	6.8413
log(gdpus)	0.0181	9.4876	9.5287
nlc	-1.77E-05	2280	2297
grgdp	-0.1603	0.0256	0.0220
gcpi	0.3976	0.0192	0.0290
vol_irate	0.0020	0.2807	0.3910
vol_gforex	0.0222	0.0147	0.0129
vol_grgdp	0.8635	0.0034	0.0042
vol_gcpi	0.1532	0.0079	0.0091

Notas: La definición de las variables explicativas y los coeficientes de la regresión estimada son tomados de Engle y Rangel (2008). Las variables explicativas se definen como sigue: MC=Capitalización de mercado de la bolsa de Nueva York (NYSE), GDPUS=PIB nominal en dólares estadounidenses, NLC=Número de empresas listadas en el NYSE, GRGDP=Tasa de crecimiento del PIB real, GCPI=Inflación (basada en el índice de precios al consumidor), VOL_IRATE=Volatilidad de la tasa de interés de corto plazo, VOL_GFOREX=Volatilidad del tipo de cambio dólares/euros, VOL_GRGDP=Volatilidad del crecimiento real, VOL_GCPI=Volatilidad de la inflación. Los coeficientes estimados son tomados de la primera columna del Cuadro 9 en Engle y Rangel (2008). Las mismas fuentes de este documento son usadas para actualizar los valores de las variables explicativas.

Gráfica 1

Betas

Notas: La estimación usa rendimientos diarios de las acciones del DJIA desde diciembre de 1988 hasta diciembre de 2006. Los datos son obtenidos de la base de datos CRSP. Las estimaciones de las betas corresponden a la especificación del modelo CAPM de un factor en la Ecuación (1): $r_{it} = \alpha_i + \beta_i r_{mt} + u_{it}$. Son estimadas con base en las condiciones de momentos en la Ecuación (26) y el enfoque de estimación GMM de dos etapas.

Gráfica 2

Volatilidades Idiosincráticas: Componentes de Alta y Baja Frecuencia

Notas: La estimación usa rendimientos diarios de las acciones del DJIA desde diciembre de 1988 hasta diciembre de 2006. Los datos son obtenidos de la base de datos CRSP. Los nombres de las compañías son referidos por sus claves (AA=Alcoa, INTC=Intel, XOM=Exxon Mobil, JPM=JP Morgan Chase, T=AT&T, y IP=International Paper). VAF significa “Volatilidad idiosincrática de alta frecuencia” (vea la segunda ecuación en (12)) y VBF se refiere a “Volatilidad idiosincrática de baja frecuencia” (vea la tercera ecuación en (12)). El último número en las etiquetas de series denota el número óptimo de nodos.

Gráfica 3
Volatilidad de Mercado de Alta y Baja Frecuencia

Notas: La estimación usa rendimientos diarios del S&P500 desde diciembre de 1988 hasta diciembre de 2006. VOLAF=Volatilidad de mercado de alta frecuencia (vea la segunda ecuación en (11)). VOLBF= Volatilidad de mercado de baja frecuencia (vea la tercera ecuación en (11)).

Gráfica 4

Correlaciones para Acciones con Volatilidad Idiosincrática de Baja Frecuencia Creciente al Final de la Muestra

Notas: La estimación usa rendimientos diarios de las acciones del DJIA desde diciembre de 1988 hasta diciembre de 2006. Los datos son obtenidos de la base de datos CRSP. Los nombres de las compañías son referidos por sus claves (vea el Cuadro 1).

Gráfica 5
Correlaciones para Acciones con Volatilidad Idiosincrática de Baja Frecuencia
Decreciente al Final de la Muestra

Notas: La estimación usa rendimientos diarios de las acciones del DJIA desde diciembre de 1988 hasta diciembre de 2006. Los datos son obtenidos de la base de datos CRSP. Los nombres de las compañías son referidos por sus claves (vea el Cuadro 1).

Gráfica 6

Promedio de Volatilidades de Mercado e Idiosincráticas de Baja Frecuencia sobre Periodos de 2 años

Notas: La volatilidad de baja frecuencia promedio sobre el periodo p se define como sigue:

Volatilidad Idiosincrática Anualizada Promedio del Activo $i = \frac{1}{T_p} \sum_{t=1}^{T_p} \tau_{it}^{1/2}$, donde $\tau_{it}^{1/2}$ es la volatilidad de baja frecuencia anualizada para el activo i en el tiempo t , $\forall i = m, 1, 2, \dots, N$, y T_p es el número de observaciones diarias en el periodo p .

Gráfica 7

Correlaciones Promedio

Notas: La correlación promedio de ventanas móviles sobre el periodo p se define como sigue:

$\bar{\rho}_{T_p}^{Móvil} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{T_p} \frac{1}{(N-1)} \sum_{j \neq i} \sum_{t=1}^{T_p} \rho_{i,j,t}^{Móvil} \right\}$, donde T_p denota el número de observaciones diarias en el periodo p , y $\rho_{i,j,t}^{Móvil}$ es la correlación móvil entre los activos i y j en el tiempo t . Similarmente, las correlaciones promedio FSG-DCC se construyen usando $\rho_{i,j,t}$ de la Proposición 2.

Gráfica 8
Índice de Dispersión de Empleo y Volatilidades Idiosincráticas Agregadas

Notas: La gráfica muestra agregados trimestrales de las siguientes variables: Promedio en t de la Volatilidad Idiosincrática de Ventanas Móviles, definida como $ARIV_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{100} \sum_{k=1}^{100} u_{it-k}^2 \right)^{1/2}$, donde u_{it} es el rendimiento idiosincrático diario en la Ecuación (1); Promedio en t de la Volatilidad de Baja Frecuencia se define como $Ivol_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_{it}^{1/2}$, donde las τ 's son volatilidades idiosincráticas de baja frecuencia diarias (vea la Ecuación (12)); y el Índice de Dispersión de Empleo, el cual sigue la definición en Lilien (1982):

$$EDI_k = \left\{ \sum_{i=1}^{11} \frac{x_{ik}}{X_k} (\Delta \log x_{ik} - \Delta \log X_k)^2 \right\}^{1/2}, \text{ donde } x_{ik} \text{ es el empleo en la industria } i \text{ (entre 11 sectores industriales) en el trimestre } k \text{ y } X_k \text{ es el empleo agregado.}$$

Gráfica 9

Índice de Dispersión de Empleo y Volatilidades Idiosincráticas Agregadas de 48 Portafolios de Sectores Industriales

Notas: La gráfica muestra agregados trimestrales de las siguientes variables: Promedio en t de la Volatilidad

Idiosincrática de Ventanas Móviles, definida como $ARIV_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{100} \sum_{k=1}^{100} u_{i(t-k)}^2 \right)^{1/2}$, donde u_{it} es el rendimiento idiosincrático de ajustar la Ecuación (1) a los 48 portafolios industriales de Fama y French (1997);

Promedio en t de la Volatilidad de Baja Frecuencia, definida como $Ivol_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_{it}^{1/2}$, donde las τ 's son las volatilidades de baja frecuencia de tales portafolios basadas en la Ecuación (12); y el Índice de Dispersión de

Empleo, el cual sigue la definición en Lilien (1982): $EDI_k = \left\{ \sum_{i=1}^{11} \frac{x_{ik}}{X_k} (\Delta \log x_{ik} - \Delta \log X_k)^2 \right\}^{1/2}$,

donde x_{ik} es el empleo en la industria i (entre 11 sectores industriales) en el trimestre k y X_k es el empleo agregado.

Gráfica 10

Pronósticos AIG y DIS para Múltiples Horizontes hacia adelante

CVX e INTC

Notas: Pronósticos multipasos de las correlaciones entre DIS y AIG. El periodo de estimación va desde diciembre de 1988 hasta diciembre de 2006. El periodo de pronóstico va desde enero hasta julio de 2007. HFC=Correlación de alta frecuencia, LFC=Correlación de baja frecuencia. Horizonte de pronóstico: 130 días.

Gráfica 11

Ejercicio de Pronóstico Secuencial

Notas: Esta gráfica describe las iteraciones de un ejercicio de pronóstico secuencial fuera de la muestra. En la primera iteración un número de modelos de covarianza son estimados usando datos desde 12/01/1988 hasta 12/31/1995. Luego se construyen pronósticos para múltiples horizontes fuera de la muestra, para cada modelo sobre un periodo de seis meses (desde 01/01/1996 hasta 06/30/1996). En la iteración 2 el periodo de estimación se extiende seis meses (desde 12/01/1988 hasta 06/30/1996) y un nuevo conjunto de pronósticos para múltiples horizontes fuera de la muestra se genera para los siguientes seis meses. En cada iteración, el periodo de estimación incorpora el periodo de pronóstico de la iteración previa y nuevos pronósticos fuera de la muestra se generan. Procediendo de esta manera, se completan 22 iteraciones finalizando en 12/31/2006. Los periodos de pronóstico no se traslapan.