Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2006-01

**Default Soberano, Términos de Intercambio y Tasas de
Interés en Mercados Emergentes**

Gabriel Cuadra
Banco de México

Horacio Sapriza
Rutgers University

Febrero 2006

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively the responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Default Soberano, Términos de Intercambio y Tasas de Interés en Mercados Emergentes*

Gabriel Cuadra[†]
Banco de México

Horacio Sapriza[‡]
Rutgers University

Resumen

Las economías emergentes tienden a experimentar mayores fluctuaciones en sus términos de intercambio y más episodios de default soberano que los países desarrollados. Estas características estructurales sugieren un papel relevante para los choques externos en la generación de fluctuaciones económicas y spreads. Este artículo estudia el papel de choques en los términos de intercambio sobre los incentivos a hacer default y las primas de riesgo, usando un modelo de equilibrio general para una economía pequeña y abierta. El modelo predice que los incentivos a no pagar la deuda son mayores en recesiones, como se observa en los datos. En el análisis cuantitativo, el modelo replica varias características de las economías emergentes.

Palabras Clave: Default, Términos de Intercambio, Deuda Soberana.

Abstract

Emerging economies tend to experience larger fluctuations in their terms of trade, countercyclical interest rates and more default episodes than developed countries. These structural features might suggest a relevant role for world prices in driving country spreads. This paper studies the role of terms of trade shocks in inducing output fluctuations and countercyclical spreads using a stochastic dynamic general equilibrium model of a small open economy. The model predicts that default incentives and default premia are higher in recessions, as observed in the data. In a quantitative exercise, the model matches various features of emerging economies and can account for the dynamics of default episodes in these markets.

Keywords: Default, Terms of Trade, Sovereign Debt.

JEL Classification: F34, F41.

* Agradecemos mucho a Per Krusell por su apoyo y consejos. Especialmente, agradecemos a Alan Stockman por sus sugerencias y a Roberto Chang, Rafael Del Villar, Alejandro Gaytán, Juan Hatchondo, Zvi Hercowitz, Josef Perktold, Vivian Yue, Lu Zhang y a los participantes de los seminarios en University of Rochester, Rutgers Business School, Rutgers Economics Department, Banco de México, Bank of Canada, ITAM Business School, University of Oslo, de la reunión Midwest Macroeconomics Meeting en 2005 y de la reunión North American Winter Meeting de la Sociedad Econométrica en 2006.

[†] Dirección General de Investigación Económica. Email: gcuadra@banxico.org.mx.

[‡] Rutgers Business School. Email: hsapriza@andromeda.rutgers.edu.

1. Introducción

Las economías emergentes pequeñas y abiertas difieren de las economías desarrolladas en varios aspectos: los países en desarrollo típicamente enfrentan fuertes cambios en los precios de bienes que exportan. Estos países dependen en gran medida de un número reducido de materias primas para sus ganancias por exportaciones, y también dependen fuertemente de las importaciones de bienes de capital e insumos intermedios para la producción doméstica. Además, tienen ciclos económicos más volátiles y tienden a padecer crisis financieras con más frecuencia que los países desarrollados. En las últimas dos décadas, las economías emergentes han experimentado varios casos de default soberano, siendo algunos de los más recientes el del Ecuador en 1999 y Argentina en 2001, entre otros. Adicionalmente, estas economías enfrentan tasas de interés contracíclicas que generalmente están relacionadas con el riesgo de default contracíclico. Estas características estructurales sugieren que las fluctuaciones en los precios mundiales pueden desempeñar un papel importante con respecto a las fluctuaciones en el ciclo económico y los spreads (primas de riesgo) en economías en desarrollo.

El objetivo del presente documento es examinar cómo el nivel y la volatilidad de los términos de intercambio (TOT, por sus siglas en inglés) afectan los incentivos a hacer default y por lo tanto, las tasas de interés en equilibrio en los países en desarrollo, utilizando un modelo dinámico y estocástico de una economía pequeña y abierta con riesgo de default endógeno. La economía produce un bien de exportación utilizando trabajo e insumos externos. Los hogares valoran el ocio y consumen bienes domésticos y externos, y el gobierno doméstico tiene acceso a los mercados financieros internacionales, donde puede prestar o pedir prestado a los acreedores externos. Los mercados son incompletos, porque el gobierno compra o vende bonos descontados de un periodo no contingentes y no puede comprometerse a pagar su deuda soberana.

En un análisis cuantitativo, el modelo se calibra a las economías emergentes. El documento muestra que los términos de intercambio tienen efectos significativos en los spreads a través de su impacto en el producto y el consumo del hogar. El modelo genera

spreads contracíclicos, como se puede observar en los datos, explica una parte del nivel y de la volatilidad del spread y replica, en gran medida, la correlación negativa entre el PIB y los spreads. Los resultados replican los datos empíricos, dado que muestran que los incentivos a declarar default son mayores cuando una economía se encuentra en recesión, está altamente endeudada y los términos de intercambio son relativamente bajos. Adicionalmente, el producto más volátil se asocia con mayores probabilidades de default y spreads.

La tecnología de producción en el presente documento permite explorar el papel de la proporción de insumos para cuantificar los spreads en estas economías. El modelo proporciona una guía para saber cómo los cambios en la estructura de producción de estas economías afectarían al riesgo de default, y por lo tanto, a los spreads. En particular, se observa que una mayor dependencia del sector productivo de insumos externos puede resultar en mayores spreads y menores niveles de endeudamiento.

De manera similar, al analizar los cambios en la estructura de consumo entre bienes de importación y de exportación, el modelo muestra que, para cualquier nivel de fluctuaciones en el producto, mientras mayor sea el peso de bienes importados en la canasta de consumo de hogares, mayor y más volátil serán los spreads y menor será el nivel de la deuda sustentable.

El artículo procede de la siguiente manera: En la Sección 2 se presenta la revisión de la literatura; el entorno económico y el modelo teórico son presentados en la Sección 3, el equilibrio se define en la Sección 4, las implicaciones cuantitativas del modelo se analizan en la Sección 5 y las conclusiones son presentadas en la Sección 6. El algoritmo se describe en el apéndice.

2. Revisión de la Literatura

Durante los 1970s, los préstamos internacionales se llevaron a cabo, principalmente, a través del otorgamiento de créditos bancarios. Debido a los defaults en los 1980s, los mercados internacionales de capital cambiaron parcialmente de créditos bancarios a

bonos. En los 1990s, las emisiones de bonos internacionales por economías emergentes han aumentado considerablemente y se convirtieron en uno de los dispositivos de más rápido crecimiento del financiamiento externo de desarrollo. Recientemente, un número creciente de economías emergentes está tomando créditos en los mercados de capital internacionales mediante la emisión de bonos. América Latina tuvo la mayor parte de la deuda negociable de mercados emergentes durante la década. El financiamiento a través de bonos se estableció como la segunda fuente más grande del financiamiento en la región, donde Cline (1995) documenta que las emisiones de deuda crecieron de menos de 1 mil millones de dólares en 1989 a 11.17 mil millones de dólares en 1993. Al final de 1999, la deuda soberana externa comerciable de América Latina fue mayor que 200 mil millones de dólares. (CEPAL, 2000).

Los spreads de tasas de interés (las diferencias entre los rendimientos de bonos soberanos de economías emergentes y los valores del tesoro de Estados Unidos con plazos similares) para los bonos emitidos por los países latinoamericanos fluctuaron considerablemente durante la década y experimentaron cambios abruptos en los tiempos de crisis. De hecho, el cambio en la composición de préstamos internacionales de capital ha sido acompañado por la ocurrencia de reversiones abruptas de flujos de capital y de defaults, tal como la crisis en el Ecuador en 1999 y en Argentina en 2001. Por lo tanto, para evaluar el papel que desempeñan los bonos como fuente de financiamiento externo en mercados emergentes, es importante entender el comportamiento y la evolución de spreads en un marco que explícitamente considera la relación entre el valor de bono y el riesgo de default, y los determinantes de este riesgo.

Existe un amplio debate sobre los determinantes de precios y por lo tanto, los márgenes de rendimiento de emisiones de bonos de mercados emergentes: mientras que algunos opinan que los spreads están determinados por mejoramientos en los fundamentos económicos, otros atribuyen los cambios en los spreads a factores globales, tales como las tasas de interés internacionales y el sentimiento de los mercados. La identificación de las fuentes de volatilidad de ingreso y de spreads es muy relevante desde la perspectiva analítica y de política, ya que ayuda a los hacedores de política a atenderlas.

Varios estudios han analizado este tema: algunos encuentran que las variables macroeconómicas, tales como el crecimiento del PIB y las razones de deuda externa al PIB son determinantes importantes para los spreads.¹ Min (1998) y Min, et al. (2003) encuentran que menores términos de intercambio están asociados con menores márgenes de rendimiento y una mejor capacidad de repago, la cual reduce el margen de rendimiento.

La volatilidad de términos de intercambio y de los precios de materias primas es un factor importante en la determinación de las fluctuaciones en el ciclo económico, y una fuente potencialmente relevante de spreads en las economías emergentes. Estas economías tienen ciclos económicos más volátiles que los países desarrollados, ya que sus economías tienden a ser menos diversificadas: el PIB y los ingresos públicos a veces dependen excesivamente de uno o dos sectores económicos o bienes. Según la UNCTAD, en 1995, en 57 países en desarrollo, más que la mitad de sus exportaciones dependen de tres bienes. La volatilidad de precios de materias primas causa inestabilidad e incertidumbre para los países en desarrollo que dependen de materias primas, suprimiendo el crecimiento económico y afectando los gobiernos, consumidores y productores.²

La literatura sobre las economías pequeñas y abiertas reconoce los choques en los términos de intercambio como uno de los choques más relevantes que afectan dichas economías. Mendoza (1995) fue el primero en analizar la importancia cuantitativa de choques en los términos de intercambio para determinar los ciclos económicos, utilizando un modelo dinámico y estocástico para una economía pequeña y abierta. Su trabajo se enfoca en fluctuaciones de producto agregado y encuentra que las perturbaciones en los términos de intercambio explican el 56 por ciento del producto en países en desarrollo. Kose (2002) estudia el papel de choques en los precios mundiales – fluctuaciones en los precios de bienes de capital, intermedios y primarios, y en la tasa de interés mundial – en la generación y propagación de ciclos económicos en los países en desarrollo pequeños y abiertos. Kose (2002) encuentra que los choques en los precios mundiales desempeñan un papel importante en la determinación de ciclos económicos en economías emergentes

¹Goldman Sachs (2000) entre otros.

²Banco Mundial Notas PREM No.13.

pequeñas y abiertas: se puede explicar aproximadamente 88 por ciento de las fluctuaciones de producto agregado mediante estos choques.

Antes de la dolarización de la economía en enero de 2000, en 1999 el Ecuador no pagó su deuda después de un deterioro considerable de las condiciones macroeconómicas. Antes de la crisis, el país experimentó un deterioro significativo de sus términos de intercambio. La caída en los precios de petróleo y materias primas y una base tributaria no petrolera baja tomaron un papel crucial, indicando la relevancia de choques en los precios de materias primas.³ El Ecuador y Venezuela, y especialmente sus exportaciones dependen mucho de sólo algunas materias primas.⁴ Además, existe una correlación fuerte y positiva entre los cambios en los términos de intercambio con rezago de un año y las fluctuaciones en el PIB. Esta evidencia es consistente con los resultados de Broda (2003), quien observa que los choques en los términos de intercambio son una fuente sustancial de fluctuaciones económicas y pueden interrumpir severamente al crecimiento del producto en las economías en desarrollo, especialmente en países con regímenes de tipo de cambio fijo. Esta evidencia también es consistente con el estudio empírico de Broda y Tille (2003) para Argentina y el Ecuador.

Los estudios empíricos recientes de Caballero (2003), Caballero y Panageas (2003) y Calvo, Izquierdo y Mejia (2004) también encuentran que una caída en los precios de materias primas aumenta la probabilidad de una interrupción repentina en los flujos de capital, un evento que está acompañado por fuertes alzas en las tasas de interés. Estos autores destacan el episodio reciente de la crisis en Rusia en agosto de 1998, cuando las economías emergentes, tales como Argentina, Chile, Colombia, Ecuador, Corea y Perú, sufrieron de las interrupciones abruptas en los flujos de capital y del aumento en la prima de riesgo. El cuadro 1 muestra un comovimiento fuerte y positivo en los términos de intercambio para muchos países latinoamericanos durante la última década. Esto puede sugerir que las variaciones en los términos de intercambio en la

³Reporte del Banco Mundial sobre el Ecuador (Mayo 2003) y S. Fischer, FMI (2000).

⁴Petróleo y plátanos en conjunto representan el 59 por ciento de las exportaciones del Ecuador en 2001. El petróleo representa 70 por ciento de las exportaciones de Venezuela en 1998.

región posiblemente toman un papel en explicar el comovimiento positivo de los spreads, característica mencionada en algunos de los estudios empíricos.

El hecho de que los spreads soberanos sean mayores en recesiones indica que los ciclos económicos en las economías emergentes están negativamente correlacionados con las tasas de interés, las cuales enfrentan estas economías en los mercados de crédito internacionales. En estudios recientes con datos para diferentes economías emergentes, Neumeyer y Perri (2001) y Uribe y Yue (2004) han documentado que los costos de crédito externo son mayores en recesiones que en auge. Las economías emergentes también presentan tasas de interés más volátiles que los países desarrollados. El comportamiento contracíclico de las tasas de interés y su mayor volatilidad están bien relacionados con las probabilidades del default, las cuales los acreedores externos perciben de estos países. Estudios empíricos han estimado estas probabilidades, resultando que los incentivos a hacer default son mayores en recesiones.⁵ Por lo tanto, se puede considerar que una economía emergente en recesión enfrenta mayores tasas de interés, precisamente porque en esta etapa del ciclo los acreedores externos perciben mayores probabilidades de default y por lo tanto, requieren mayores primas de riesgo.

En adición, Cantor y Packer (1996) han encontrado que mayores calificaciones de crédito soberano están asociadas con menores tasas de interés. También, observaron que las clasificaciones, que son valuaciones de la probabilidad de que un deudor pague sus deudas, responden fuertemente a los factores macroeconómicos, tales como la tasa de crecimiento del PIB e ingresos per cápita. Estos factores también sugieren que el comportamiento contracíclico del riesgo de default soberano puede explicar el comportamiento contracíclico de las tasas de interés. Por lo tanto, la probabilidad de no repago, que está percibida por los acreedores internacionales, puede desempeñar un papel importante en explicar el comportamiento de las tasas de interés que las economías emergentes enfrentan. Esta evidencia sugiere que el análisis de mercados de crédito internacionales y el estudio conjunto de riesgo de default, de tasas de interés y de choques en precios

⁵Véase Marcel Peter (2002) para una investigación sobre estudios econométricos de la probabilidad de default soberano en mercados emergentes.

externos son un tema de investigación relevante para los aspectos macroeconómicos de mercados emergentes.

En modelos estándar de equilibrio general para economías pequeñas y abiertas, Mendoza (1991), se asume que existe acceso perfecto a los mercados de crédito internacionales, por lo que los países pedirán prestado a una tasa internacional libre de riesgo dada, hasta el monto que les permite su nivel de riqueza. Estos países participan en mercados de crédito internacionales con el fin de suavizar su consumo y asegurarse contra choques adversos, enfrentando no restricciones en acceder a los mercados de crédito internacionales. Dado que su tasa de interés internacional es exógena, es decir, no está determinada dentro del modelo, estos modelos no pueden explicar el comportamiento de las tasas de interés que las economías emergentes enfrentan: las tasas de interés no dependen de decisiones internas que toman estas economías.

Con el objetivo de generar tasas de interés endógenas que varían con el ciclo económico, este documento introduce una fricción crediticia en un modelo dinámico y estocástico para una economía pequeña y abierta. La fricción aparece porque el gobierno tiene la opción de default en su deuda externa. Por lo tanto, la tasa de interés que el país enfrenta resulta de la interacción entre el gobierno y los acreedores externos.

El presente artículo considera una fricción crediticia basada en la voluntad de pagar del deudor, quien decidirá óptimamente acerca de hacer default en su deuda, cuando el valor descontado esperado de default exceda el valor descontado esperado de pagar. Arellano y Mendoza (2002) discuten cómo se puede usar esta fricción crediticia para explicar características de mercados emergentes. Los modelos de voluntad de pagar provienen del trabajo pionero de Eaton y Gerzovitz (1981) y utilizando este enfoque, Chatterjee, Corbae, Nakajima y Rios Rull (2002) desarrollan un modelo cuantitativo de crédito no asegurado de consumidor con el riesgo de default, donde modelan el default en equilibrio en un mercado incompleto.

Este estudio analiza la relación entre las fluctuaciones de términos de intercambio y las probabilidades de default endógeno en una economía de producción y así extiende el enfoque desarrollado por Eaton y Gersovitz (1981) y su investigación principal sobre

préstamos internacionales. El modelo considera un costo de default que está limitado a autarquía financiera temporal e introduce una tecnología de producción. En un ejercicio cuantitativo, el modelo se aplica a un conjunto de economías de mercados emergentes.

El modelo en el presente documento está especialmente relacionado con Arellano (2003), que desarrolla un modelo cuantitativo basado en el enfoque de voluntad de pagar con el fin de estudiar el producto, los tipos de cambio reales y los spreads en mercados emergentes. Sin embargo, su análisis no considera una economía con producción o insumos intermedios externos y no considera la cuestión de fluctuaciones de términos de intercambio. Aguiar y Gopinath (2004) analizan el efecto de tendencia de productividad estocástica para mejorar los pronósticos empíricos del modelo con respecto al comportamiento contracíclico de la cuenta corriente. Yue (2004) desarrolla un modelo cuantitativo de una economía pequeña y abierta para estudiar el default soberano considerando un proceso de renegociación de la deuda.

Mendoza (1995) destaca la importancia de los términos de intercambio en un modelo estocástico de equilibrio general de una economía pequeña y abierta, pero este autor no modela el default en equilibrio endógeno. Kose (2002), Broda (2003) y Broda y Tille (2003) también estudian la importancia de términos de intercambio y de las fluctuaciones económicas utilizando varios enfoques, pero sus modelos no consideran las primas de riesgo de default endógeno ni los spreads.

3. El Modelo

Se considera un modelo estándar neoclásico de una economía pequeña y abierta con cuatro agentes, hogares, empresas, gobierno y acreedores externos, donde el único activo negociado en los mercados financieros internacionales es un bono descontado real de un periodo no contingente que está a disposición del gobierno.⁶ El gobierno tiene la opción de hacer default sobre su deuda. Cuando se deja de pagar la deuda externa, el gobierno es temporalmente excluido de los mercados de crédito. Los acreedores externos cobran

⁶La mayoría de la deuda externa en los países en desarrollo representa deuda pública. Por ejemplo, en Argentina y el Ecuador, la deuda del gobierno representa casi 70% del total de la deuda externa.

una prima por la probabilidad de que el gobierno doméstico decida no pagarles. Los hogares consumen bienes de exportación e importación y ocio, y el gobierno suaviza su consumo mediante la transferencia de pagos únicos. Las empresas producen bienes comerciables utilizando trabajo e insumos externos.

El modelo en el presente documento enfrenta choques en los términos de intercambio P_t con una función de transición estacionaria y monótona de Markov. $Q_{s_{it}}(P_{t+1}|P_t)$ denota la función de transición de Markov para P .

3.1. Hogares

Hay un agente representativo con preferencias dadas por el valor presente de la suma de las funciones instantáneas de utilidad, el cual quiere maximizar:

$$\max_{\{x_t, m_t, l_t\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C(x_t, m_t, l_t)) \quad (3.1)$$

donde $\beta \in (0, 1)$ es el factor de descuento. Los hogares obtienen utilidad del consumo de bienes y del ocio. C_t representa un bien compuesto que agrega el consumo del hogar de bienes de importación, de exportación y de ocio. Por lo tanto, x_t representa el consumo doméstico de bienes de exportación producidos en esta economía y m_t representa el monto de bienes de importación. l_t denota la cantidad de trabajo. La función de utilidad para el periodo es cóncava, estrictamente creciente y dos veces diferenciable y sigue la especificación GHH (1988):

$$u(C_t) = \frac{(c_t - \frac{l_t^{1+\Psi}}{1+\Psi})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

donde σ representa el coeficiente de aversión al riesgo, Ψ determina la elasticidad de oferta laboral y

$$c_t(x_t, m_t) = x_t^\alpha m_t^{1-\alpha}$$

es un bien compuesto con una función de agregación de Cobb Douglas para el consumo de hogares de productos de importación y exportación.

El consumidor representativo recibe salarios y un pago único del gobierno, por lo que maximiza 3.1 bajo la restricción presupuestal

$$Px_t + m_t = w_t l_t + T_t$$

donde P_t es el precio relativo de productos de exportación con respecto a los productos de importación, es decir, los términos de intercambio que enfrenta la economía. Los términos de intercambio son exógenos porque la economía es pequeña en los mercados de bienes internacionales. w_t representa el salario, y T_t refleja el pago único en unidades de importaciones que el gobierno otorga a los hogares para suavizar su consumo. Entonces, T_t positivo es un subsidio y un valor negativo representa un impuesto. Esta transferencia elige el gobierno, por lo tanto, es exógena para el consumidor individual. Dada la naturaleza de la restricción presupuestal del hogar representativo, éste enfrenta un problema estático de optimización.

3.2. Empresas

Las empresas son idénticas, perfectamente competitivas en los mercados de bienes de insumo y bienes finales y producen bienes domésticos utilizando trabajo L e insumos externos Z , con una tecnología CES. Las empresas contratan trabajo y compran bienes intermedios externos para producir un producto final de exportación.

El problema de la empresa representativa se puede expresar de la siguiente manera:

$$\max_{\{L_t, Z_t\}} P_t F(L_t, Z_t) - [w_t L_t + Z_t] \quad (3.2)$$

donde $F(\cdot)$ es estrictamente creciente en cada argumento y homogénea del grado uno, L_t y Z_t denotan la cantidad de trabajo y de bienes intermedios importados, respectivamente. Mientras que los países se encuentran en autarquía financiera temporal después de un episodio de default, Puhán y Sturzenegger (2003) estiman una caída promedio en el producto de 2 %, que puede reflejar reducciones en el apoyo externo e interrupciones en el comercio exterior y Rose (2003) encuentra una disminución de 8% en el comercio bilateral. La pérdida del producto en autarquía se captura en el modelo como caída exógena en la productividad de las empresas, $AP_t F(L_t, Z_t)$ donde $0 < A < 1$.

3.3. Gobierno

Existe un gobierno benevolente, en el sentido de que quiere maximizar la utilidad de los hogares en la economía. El gobierno tiene acceso a los mercados financieros internacionales, donde puede prestar y pedir prestado. Los mercados de crédito son incompletos, ya que solamente el gobierno puede ahorrar y endeudarse a través de la venta y compra de un bono de un periodo no contingente. El gobierno se endeuda con el exterior para dar pagos únicos T a los hogares (si $T < 0$, es un impuesto). Cada periodo, el gobierno tiene la opción de elegir entre pagar su deuda o declarar default. Esta decisión resulta de comparar los beneficios netos de ambas opciones, es decir, el gobierno compara el costo de la exclusión transitoria de los mercados externos, que depende de la imposibilidad de suavizar el consumo, contra el costo del repago de la deuda soberana, el cual depende de la desutilidad de corto plazo que resulta de pagar el préstamo no contingente.

El problema intertemporal, que el gobierno enfrenta, se expresa de una manera recursiva, usando las herramientas de programación dinámica. Condicional a tener acceso a los mercados de crédito internacionales, el gobierno tiene que decidir entre pagar su deuda o declarar default, el monto de transferencias y cuánto quiere ahorrar o cuánto endeudarse en cada periodo, dado los choques externos y el monto actual de activos o pasivos externos. Por lo tanto, las variables de estado para el gobierno son B_t, d_t y P_t , donde $d_t = 1$ si la economía tiene acceso a los mercados de crédito y $d_t = 0$, si no tiene acceso.

La función de valor, cuando el gobierno tiene acceso a los mercados internacionales e inicia el periodo con un nivel de activos externos de B y un choque P , es $V_0(B, P)$. El gobierno tiene que decidir entre pagar su deuda o declarar default, comparando el valor asociado con pagar su deuda y permanecer en los mercados de crédito $V^c(B, P)$, contra el valor asociado con hacer default e ir a autarquía temporalmente $V^d(P)$. El problema puede expresarse de la siguiente manera:

$$V_0(B, P) = \max\{V^c(B, P), V^d(P)\} \quad (3.3)$$

así que la decisión óptima del gobierno está caracterizada por

$$D(B, P) = \begin{cases} 1 & \text{si } V^c(B, P) > V^d(P) \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

que indica que el gobierno óptimamente declara default siempre y cuando el valor descontado de elegir default sea igual o mayor que el valor de continuar pagando. La regla de decisión para este problema determina un conjunto de repago $\Gamma(B)$, el cual se define como el conjunto de valores de choques exógenos, tal que pagar la deuda sea la decisión óptima, dado el nivel de activos externos B ,

$$\Gamma(B) = \{P \in \Upsilon : D(B, P) = 1\}$$

y un conjunto de default $F(B)$ definido como el conjunto de los valores de los choques exógenos, tal que declarar default es la decisión óptima dado el nivel de activos externos B ,

$$F(B) = \{P \in \Upsilon : D(B, P) = 0\}$$

Si el gobierno decide continuar pagando sus deudas, entonces puede emitir una nueva deuda y financiar sus gastos de acuerdo con la siguiente restricción:

$$T = B - q(B', P)B'$$

Un valor negativo de B implica que el gobierno tiene una deuda externa. $q(B', P)$ es el precio de un bono que paga una unidad del bien de consumo el siguiente periodo siempre que el gobierno no declare default sobre su deuda. Cuando el gobierno pide prestado, vende bonos en los mercados de crédito internacionales, y cuando presta, compra bonos de acreedores externos. Una venta de B' en bonos - un valor negativo de B' - implica que el gobierno recibe $q(B', P)B'$ unidades del bien de consumo de importación de acreedores externos en el periodo actual y promete que pagará B' unidades el siguiente periodo, condicional a no declarar default.

De la misma manera, una compra de bonos de valor B' implica que el gobierno presta recursos $q(B', P)B'$ unidades del bien de importación a los acreedores externos en

el periodo t y a cambio recibirá B' unidades del bien en el siguiente periodo. Se asume que los acreedores externos siempre pagan sus deudas, por eso, el único agente que puede decidir no comprometerse a pagar sus deudas es el gobierno doméstico. Cuando el gobierno emite bonos, el precio de los mismos refleja la probabilidad de default, por lo que este precio depende de B' (el monto de préstamo) y de P (ya que el choque actual afecta la distribución de probabilidad del choque del próximo periodo), porque los incentivos a hacer default dependen de ambos factores.

Por lo tanto, el problema del gobierno cuando participa en los mercados financieros internacionales se puede expresar como:

$$\begin{aligned}
V^c(B, P) &= \max_{T, B'} \{u(C(X, M, L)) + \beta \sum_{P'} V_0(B', P') Q(P'/P)\} & (3.4) \\
&\text{s.t.} \\
B &= q(B', P) B' + T \\
M &= M(T, P) \\
X &= X(T, P) \\
L &= L(T, P)
\end{aligned}$$

La primera restricción es aquella descrita anteriormente. Las últimas tres ecuaciones reflejan el hecho de que las decisiones del gobierno también dependen de la optimización del sector privado. X , M y L representan las reglas de decisiones óptimas sobre el consumo y el trabajo cuando el país tiene acceso a los mercados de crédito $d=1$. Nótese que los hogares optimizan, dadas las transferencias de gobierno T .

Cuando el gobierno declara default sobre su deuda, el país pierde acceso a los mercados de crédito internacionales durante un número estocástico de periodos, así que el país está temporalmente en autarquía financiera y no puede ahorrar, ni pedir prestado. Por lo tanto, el problema cuando el país está en autarquía es el siguiente:

$$V^d(P) = u(C_d(X_d, M_d, L_d)) + \beta \sum_{P'} [\mu V_0(0, P') + (1 - \mu) V^d(P')] Q(P'/P) \quad (3.5)$$

s.t.

$$T_d = 0$$

$$X_d = X_d(T_d, P)$$

$$M_d = M_d(T_d, P)$$

$$L_d = L_d(T_d, P)$$

que muestra que el gobierno ya no tiene instrumentos para suavizar el consumo de los hogares. X_d , M_d y L_d representan las reglas de decisiones óptimas sobre el consumo y el trabajo cuando el país está en autarquía $d=0$. μ denota la probabilidad de regresar a los mercados financieros internacionales en el próximo periodo. Cuando la economía retorna a los mercados, lo hace con un nivel de activos externo igual que cero, $B = 0$.

3.4. Acreedores Externos

Hay un gran número de acreedores externos idénticos. Cada uno de ellos puede prestar o pedir prestado a una tasa libre de riesgo r_f y puede participar en un mercado perfectamente competitivo con la economía pequeña y abierta.

El prestamista individual es neutral al riesgo y maximiza sus beneficios esperados, dados por la siguiente ecuación.

$$\Phi = -qB' + \frac{\lambda(B', P)}{1 + r_f}0 + \frac{(1 - \lambda(B', P))}{1 + r_f}B'$$

Como han señalado Cole y Kehoe (1996), el supuesto de neutralidad al riesgo de los acreedores captura la idea de que el análisis considera que, en relación con los mercados financieros, la economía doméstica es pequeña.

El primer término de la ecuación anterior muestra que cuando los acreedores otorgan crédito al gobierno en el periodo actual, lo hacen a través de la compra de bonos emitidos por el gobierno, los cuales tienen un precio q . En el siguiente periodo los prestamistas tal vez recibirán como pago el valor nominal del bono dependiendo de si el gobierno decide declarar default o no. Cuando el gobierno hace default, los acreedores reciben 0 unidades del bien de importación. $\lambda(B', P)$ es la probabilidad endógena de que el gobierno decida

no pagar su deuda soberana. Por lo tanto, con una probabilidad $1 - \lambda(B', P)$ los prestamistas recibirán como pago la cantidad B' .

Ya que hay competencia perfecta en el mercado de crédito, la condición de beneficios iguales a cero para el acreedor externo se satisface. Entonces, el precio del bono es:

$$q(B', P) = \frac{(1 - \lambda(B', P))}{1 + r_f} \quad (3.6)$$

donde $\lambda(B', P)$ es la probabilidad endógena de que el gobierno doméstico declare default sobre su deuda soberana. Por lo tanto, el precio del bono en equilibrio $q(B', P)$ refleja la probabilidad de default del gobierno, $\lambda(B', P)$, que resulta de

$$\lambda(B', P) = \sum_{P' \in F(B')} Q(P'/P)$$

de tal manera que la probabilidad de default es cero cuando $F(B') = \emptyset$ y es uno cuando $F(B') = \Upsilon$.

4. Equilibrio

En equilibrio los hogares eligen de manera óptima el consumo de bienes de importación y exportación, dados los precios y las transferencias del gobierno, las empresas optimizan dados los precios y el gobierno determina su política óptima de default y de mantenimiento de activos, sujeto a la optimización del sector privado y de acreedores externos, los cuales satisfacen la condición de beneficios iguales a cero, según el contrato de préstamo.

Definición 1

El equilibrio recursivo para esta economía pequeña y abierta se caracteriza por:

- i. un conjunto de funciones de valor V_0, V^c y V^d para el gobierno,*
- ii. un conjunto de reglas de decisión de los hogares para el consumo de bienes de exportación X , X_d de importación M , M_d y de oferta laboral l , l_d ,*
- iii. un conjunto de reglas de decisión para la demanda de empresas de insumos externos Z, Z_d y de trabajo L, L_d ,*

iv. un conjunto de reglas de decisión para el gobierno sobre cuando declarar default D , sobre el monto de activos externos B' y transferencias T , T_d ,

v. funciones de salario w , w_d

vi. una función de precio del bono q

tal que

1. La función de salarios es tal que el mercado laboral está en equilibrio, $L = l$ cuando el país participa en los mercados y $L_d = l_d$ cuando el país es en autarquía.

2. Dada la función de salarios, las reglas de decisión para las empresas solucionan 3.2:

$$\{Z, L\} \in \arg \max_{\{L, Z\}} PF(L, Z) - [wL + Z]$$

3. Dadas las reglas de decisión del gobierno y la función del precio del bono, la función de salario, las reglas de decisión de los hogares para el consumo y trabajo solucionan el problema de los hogares 3.1.

4. Dada la función del precio del bono q y las reglas de decisión de las empresas y de los hogares, las funciones de valor del gobierno V_0 , V^c y V^d y sus reglas de decisión D , B' y T solucionan 3.3, 3.4 y 3.5:

5. El precio del bono en equilibrio $q(B', s)$ es tal que todos los agentes están optimizando y para los acreedores externos se satisface la condición de beneficios esperados iguales a cero, satisfaciendo las condiciones en equilibrio del mercado de crédito.

4.1. Caracterización del Equilibrio

Proposición 1 Para cualquier realización del choque exógeno P , los incentivos a hacer default son mayores con un mayor nivel de deuda externa.

Demostración. Véase Apéndice. ■

La lógica es similar a la de Eaton y Gersovitz (1981). Si el default es óptimo para cierto nivel de activos B , para un choque dado en los términos de intercambio P , el valor de continuar con el contrato es menor que el valor de declarar default. Ya que el valor de default no depende de B y el valor del contrato incrementa monótonamente con

el monto de activos B , existe un nivel de activos $\underline{B}$ suficientemente negativo en el cual la economía óptimamente hace default, dada cualquier realización de los choques en los términos de intercambio. Si los activos aumentan, el conjunto de default disminuye. En un nivel de activos suficientemente alto $\overline{B} \leq 0$, la economía nunca hace defaults.

Esta proposición muestra cómo los precios de bonos dependen del monto de activos y de la realización de los choques. Para $B \geq \overline{B}$ y cualquier realización de choque, el default no es la resolución, así que el bono paga la tasa libre de riesgo. Dado que el conjunto de default disminuye con los activos, cuando la economía reduce su nivel de activos B' , tal que $\underline{B} < B' < \overline{B}$, las probabilidades de hacer default aumentan y la función de equilibrio de precios de bonos $q(B', P)$ disminuye con B' . Por lo tanto, mientras mayor sea el monto de la deuda, mayor será la probabilidad de default y menor será el precio de bonos. Si $B' \leq \underline{B}$, default es óptimo para cualquier realización de choques, que implica que la probabilidad de default es uno y por lo tanto, el precio de bonos es cero.

La gráfica 7 muestra la región de default para la economía calibrada, es decir, las combinaciones de los términos de intercambio y de los niveles de la deuda externa para los cuales el default es óptimo. Dado un choque en los términos de intercambio, si el default es óptimo para cierto nivel de deuda, también será óptimo para todos los niveles mayores de esta razón, mostrando el resultado de la Proposición 1.

Proposición 2 *Para cualquier nivel de la deuda externa, sin intervención del gobierno, una menor realización del choque exógeno P reduce el bienestar del hogar.*

Demostración. Véase Apéndice. ■

Un choque adverso en los términos de intercambio tiene dos efectos en la economía: por el lado de producción, cuando el precio relativo de producto disminuye con respecto a los precios de factores, producir el producto final de exportación es más costoso para la economía, por lo tanto, la demanda laboral y los insumos externos disminuyen. Esta disminución en el uso de insumos externos reduce el producto marginal de trabajo, por lo tanto, la demanda de este factor sigue decreciendo y los salarios también disminuyen. Entonces, los ingresos de los hogares se reducen, porque la economía produce menos bienes de exportación y porque el valor de estos productos producidos equivale

a menos productos de importación. Por el lado de consumo, los términos de intercambio adversos cambian el precio relativo de los componentes de la canasta de consumo, haciendo los productos de importación más caros, lo que tiende a reducir el consumo de importaciones. Al mismo tiempo, el efecto de sustitución tiende a incrementar el consumo de productos de exportación. Sin embargo, dado que ambos, los productos de exportación y de importación son bienes normales, la caída en los ingresos tiende a reducir el consumo de ambos productos. Dado que el segundo efecto es más fuerte, el consumo de ambos productos disminuye. La disminución del trabajo implica un monto mayor de ocio, lo que aumenta el bienestar, pero que también implica menores ingresos para el hogar que reduce más el consumo del producto, compensando el efecto de ocio. El efecto global neto es una caída en el consumo del bien compuesto y por lo tanto, en el bienestar del hogar.

Las siguientes proposiciones se derivan para el caso de choques independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.), autarquía permanente y no pérdida del producto en la autarquía, pero también se satisfacen en la especificación para el análisis cuantitativo.

Proposición 3 *Para cualquier nivel de deuda externa, mientras menor sea la realización del choque exógeno P , mayores serán los incentivos a hacer default.*

Demostración. Véase Apéndice. ■

De acuerdo con la Proposición 2, un choque adverso en los términos de intercambio reduciría el bienestar de los hogares, proporcionando un incentivo para el gobierno benevolente en la economía para implementar una transferencia positiva. Sin embargo, si el gobierno es un deudor neto tendría que pedir prestado para obtener los recursos para ambos, repagar su deuda externa y otorgar pago de transferencia a los consumidores, con eso necesariamente incrementando la deuda externa. Después de una secuencia de malos choques en los términos de intercambio, el gobierno podría llegar a un punto de alto endeudamiento. Bajo estas circunstancias, los contratos financieros no estarían disponibles y el gobierno no podría dar una transferencia positiva. Por lo tanto, en lugar de implementar una transferencia, el gobierno tendría que imponer un impuesto a los hogares para pagar su deuda. Eso implicaría un menor nivel de bienestar para los

consumidores y dado que la utilidad es cóncava y creciente con el producto compuesto, la reducción en el bienestar sería más costosa, mientras que los términos de intercambio fueran menores. Por lo tanto, si el gobierno ya está altamente endeudado y el país enfrenta un choque negativo, el bono no es un instrumento muy útil para asegurarse, porque con un choque bajo en los términos de intercambio, la economía quisiera pedir prestado pero no puede juntar suficientes recursos para suavizar el consumo. Entonces, el activo no es muy valioso para la economía y el default puede ser la elección óptima en una situación cuando el choque es menor y hacer default podría ser la decisión óptima. Entonces, dado un nivel de deuda externa, mientras peor sea el choque en los términos de intercambio, mayores serán los incentivos a hacer default.

Para una economía calibrada, dado el nivel de deuda, si el default es óptimo para cierto choque en los términos de intercambio, será óptimo para todos los valores menores del choque, implicando que los incentivos a declarar default son más fuertes, si la realización del choque es menor.

Proposición 4 *Las decisiones de mantener activos crecen con los términos de intercambio. El gobierno pide prestado más en recesiones que en auge. Dado un nivel actual de activos externos B , condicional a no hacer default, para todos $P_1 < P_2$, si $B'_1 = B'(B, P_1)$ y $B'_2 = B'(B, P_2)$, entonces $B'_1 < B'_2$.*

Demostración. Véase Apéndice. ■

Dado que el gobierno es benevolente, éste maximiza la utilidad de consumidores que implica suavizar el consumo de hogares. Para hacer eso, el gobierno pide prestado e implementa una transferencia positiva en tiempos malos e impone un impuesto y ahorra en tiempos buenos. El gobierno presta y pide prestado mediante la emisión y la compra de bonos no contingentes, respectivamente. Ya que no se puede comprometer a pagar su deuda externa, cuando pide prestado el gobierno enfrenta una tasa de interés que es posiblemente mayor que la tasa de interés internacional libre de riesgo. Esta prima de riesgo crece con la deuda externa porque los incentivos a hacer default son mayores si el gobierno tiene un nivel alto de endeudamiento. Por lo tanto, el precio de bonos aumenta con los activos externos. Por otro lado, si los choques en los términos de intercambio son

independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.), los precios de bonos no dependen de la realización actual de los términos de intercambio, porque la probabilidad de tener un choque adverso en el futuro no depende del nivel actual del choque. Por lo tanto, el gobierno enfrenta los mismos precios de bonos en todos los estados. Los contratos financieros disponibles para el gobierno son los mismos para todas las realizaciones posibles de los términos de intercambio. Suponiendo que el gobierno pide prestado más y da mayores transferencias al consumidor en auge que en recesiones, entonces, el consumo de hogares se volvería aún más volátil. En lugar de suavizar el consumo, el gobierno haría lo contrario. Ya que los contratos disponibles para el gobierno en tiempos buenos también lo están en tiempos malos, el gobierno podría cambiar sus decisiones acerca de los activos y así, suavizar el consumo de hogares, lo que mejoraría el bienestar de los consumidores, porque prefieren un suave camino de consumo en lugar de uno volátil. Por lo tanto, dado que los contratos están disponibles para el gobierno, pedir prestado más cuando la economía se expande no sería la decisión óptima.

Proposición 5 *Las tasas de interés no pueden ser procíclicas. Dado un nivel actual de activos externos B , para todos $P_1 < P_2$, si $B'_1 = B'(B, P_1)$ y $B'_2 = B'(B, P_2)$, entonces $q(B'_1) \leq q(B'_2)$.*

Demostración. Véase Apéndice. ■

Los gobiernos piden prestado más en malos tiempos a tasas de interés mayores. Si el país enfrenta un choque adverso, el gobierno emite bonos y transfiere recursos a los consumidores con el fin de evitar una reducción en el bienestar de los hogares. Mayores préstamos implican una mayor prima de riesgo, porque los incentivos a hacer default son mayores con un nivel de deuda mayor. Ya que las realizaciones adversas de términos de intercambio reducen el producto doméstico, el gobierno pediría prestado más en recesiones y pagaría mayores tasas de interés. Dados los choques en los términos de intercambio i.i.d., el gobierno enfrenta los mismos precios de bonos en buenos y malos tiempos. El precio de bonos es decreciente con la deuda externa porque la prima de riesgo es creciente con la probabilidad de default. Por lo tanto, mayores préstamos implican un movimiento a lo largo de un desarrollo único y decreciente de precios de

bonos. Por eso, las tasas de interés son contracíclicas.

4.2. Ecuación de Euler

La ecuación de Euler para el gobierno se obtiene de las condiciones de primer orden de su problema de programación dinámica y de la aplicación del teorema del envolvente:

$$\frac{\partial u(C)}{\partial C} \left[\frac{\partial C}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial T} + \frac{\partial C}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial T} \right] \left[q + \frac{\partial q}{\partial B'} B' \right] = \beta \sum_{F(B')} \frac{\partial u(C')}{\partial C'} \left[\frac{\partial C'}{\partial X'} \frac{\partial X'}{\partial T'} + \frac{\partial C'}{\partial M'} \frac{\partial M'}{\partial T'} \right] Q(P'/P).$$

La ecuación de Euler se interpreta en términos de los beneficios y costos marginales de cambiar el monto de activos externos, es decir, de incrementar o disminuir marginalmente ya sea el endeudamiento externo o el crédito otorgado en el exterior. Primero, se considera el caso en el cual el gobierno es un deudor neto. Nótese que prestar implica comprar bonos externos, así que el préstamo adicional implicaría compras de bonos adicionales: el gobierno impondría más impuestos a los hogares y con ellos financiaría las compras adicionales de los bonos externos. Ya que el país es pequeño en los mercados de crédito internacionales, todos los precios externos incluyendo la tasa de interés mundial son dados, así el gobierno no puede influenciar en los mercados de créditos, y prestar más no afectaría la tasa internacional libre de riesgo $\frac{\partial q}{\partial B'} = 0$. Por lo tanto, el precio de los bonos que el gobierno compró es simplemente la inversa de la tasa de riesgo $q = \frac{1}{1+r_f}$, y para cada unidad de préstamo adicional, el gobierno aumenta los impuestos y reduce los gastos actuales de hogares en q unidades. En el siguiente periodo, el gobierno recibiría una unidad de bienes externos, la cual el gobierno daría a los hogares como transferencia en un pago único.

Los beneficios y costos marginales se pueden describir de la siguiente manera:

En cuanto a los efectos en la utilidad presente, un incremento marginal en los préstamos actuales afecta el consumo de ambos bienes. El gobierno aumenta los impuestos y reduce el ingreso disponible del hogar por q unidades. Ya que ambos bienes son normales, los hogares finalmente consumen menos de ambos, productos de exportación e importación, lo que reduciría el bienestar presente. Por otro lado, en el siguiente

periodo el gobierno recibirá una unidad de bienes externos por cada unidad de préstamo adicional. El gobierno dará estos recursos a los hogares como transferencia de pago único, por lo tanto, el ingreso disponible en el futuro aumenta, permitiendo a los hogares consumir más y así aumentar el bienestar en el futuro.

En lo siguiente, se considera el caso más interesante, donde el gobierno es un deudor neto. Pedir prestado en mercados de capital internacionales implica emitir bonos y transferir recursos a los consumidores. Pedir prestado más afectaría las transferencias del gobierno a los hogares. Ya que el gobierno toma más créditos, podría dar mayores transferencias, pero al mismo tiempo, si el gobierno ya está altamente endeudado, aumentaría la tasa de interés que enfrenta en los mercados internacionales. Como se explicó antes, las probabilidades de default aumentan con la deuda externa. Por eso, si el gobierno quiere pedir prestado más, los acreedores externos requerirían una prima de riesgo mayor. La disminución en el precio del bono implica que el gobierno no recibe tantos recursos por vender sus bonos, como recibiría si el precio del bono fuera constante. Por lo tanto, al evaluar los beneficios y costos de tomar crédito externo adicional, el gobierno considera el hecho de que una emisión adicional de bonos resultaría en precios menores. Aunque el país es pequeño, el endeudamiento del gobierno puede afectar el precio idiosincrático del bono que enfrenta: si el gobierno emite más bonos, la probabilidad de default sería mayor y los prestamistas internacionales demandarían un menor precio, de otra manera no estarían dispuestos a comprar el bono.

En términos de efectos en el bienestar actual, para cada unidad de endeudamiento adicional el gobierno puede incrementar las transferencias a los consumidores por $q + \frac{\partial q}{\partial B'} B'$ unidades, dichos recursos adicionales permiten a los hogares consumir más de ambos productos, por lo tanto, la utilidad actual aumenta. En el próximo periodo, el gobierno tendría que repagar su deuda, lo que reduce el ingreso disponible y el consumo de los hogares. Sin embargo, solamente repaga su deuda si es óptimo. Entonces, los hogares sólo llegan a consumir menos en estos estados cuando el gobierno no declara default e impone un impuesto para pagar sus obligaciones. Es importante mencionar que el conjunto de repago $F(B')$ depende de B' , por lo tanto, el endeudamiento adi-

cional lo aumentaría. Con el fin de analizar los efectos de endeudamiento adicional sobre la utilidad en el próximo periodo, las realizaciones en el futuro de los términos de intercambio se pueden dividir en tres conjuntos: primero, los estados cuando el gobierno repaga su deuda, antes y después de aumentar B' . En estas situaciones, pedir prestado más reduciría el ingreso disponible y el consumo, ya que el gobierno tendría que imponer impuestos a los hogares para pagar su deuda. Segundo, los estados cuando el gobierno hace defaults, antes o después de aumentar B' . En estas situaciones, los hogares consumen simplemente sus ingresos, por lo tanto, el endeudamiento adicional no tendría ningún efecto en el bienestar. Finalmente, los estados cuando el gobierno no declara default antes de incrementar B' , pero sí lo hace después de emitir bonos adicionales. En estos estados, si los hogares tienen que pagar impuestos antes del cambio en B' , entonces, no tendrían que pagar impuestos después del endeudamiento adicional. Por ello, el bienestar aumentaría en estos casos.

5. Calibración

5.1. Datos

El modelo de referencia se calibra a un conjunto de economías de mercados emergentes considerando datos trimestrales para el periodo 1994-2004. Los datos se obtuvieron de fuentes diferentes: los términos de intercambio se construyeron con datos de FMI y los datos del PIB se obtuvieron del FMI. Los spreads corresponden al Índice Plus de Bonos de Mercados Emergentes (*Emerging Markets Bond Index Plus (EMBI+)*) construido por J.P.Morgan.⁷ El PIB y los términos de intercambio están en logaritmos y todas las series se calcularon utilizando el filtro de Hodrick-Prescott. Los países incluidos en la muestra son Argentina, Colombia, Ecuador, Perú y Venezuela.

El cuadro 1 en el apéndice muestra la volatilidad de términos de intercambio para cada país y la correlación entre los países. Venezuela destaca como el país con la

⁷Con respecto al *EMBI* spread, la muestra varía entre los países: Argentina 1994:1-2004:4, Colombia 1999:3-2004:4, Ecuador 1995:2-2004:4, Perú 1997:2-2004:4 y Venezuela 1998:1-2004:4.

mayor volatilidad de términos de intercambio, principalmente debido a su dependencia extremadamente alta al petróleo. Argentina, el país con la mayor diversificación en la producción (aunque todavía muy dependiente de ciertos bienes, tales como carne de res y productos agrícolas), presenta la menor volatilidad en los términos de intercambio. Todos los valores de la correlación entre los países son positivos y, en promedio, casi 0.4, con la mayor correlación entre Ecuador y Venezuela, siendo 0.85. El cuadro 1 muestra la volatilidad en los términos de intercambio, el producto y los spreads, y las correlaciones entre el producto y los spreads para distintos países.

El cuadro 3 representa el impacto con rezago de choques en los términos de intercambio en el producto para las cinco economías. Se consideraron rezagos de hasta cuatro trimestres. Mientras que la correlación contemporánea es, en general, no tan fuerte, los valores con rezago de los términos de intercambio presentan valores altos para la mayoría de los países. El mayor valor corresponde al Ecuador con 0.72 y a un rezago de cuatro trimestres, mientras que Perú es el país donde la correlación más fuerte ocurre con un rezago de un trimestre, y un valor de 0.59.

5.2. El Modelo de Referencia

La calibración del modelo implica elegir las formas funcionales y los valores de los parámetros, estos últimos se escogieron ya sea en base a trabajos empíricos sobre mercados emergentes, o con el propósito de replicar regularidades empíricas de estas economías.

La función de utilidad tiene la especificación GHH (1988). Esta especificación de preferencias tiene la propiedad de que la tasa marginal de sustitución entre consumo y trabajo es independiente del nivel de consumo. Por lo tanto, la oferta laboral no depende del nivel de consumo. El bien compuesto de consumo c_t se obtiene utilizando una función de agregación de Cobb Douglas para el consumo de bienes de importación y exportación, donde α representa la proporción de productos de exportación. Esta

especificación de preferencias genera las siguientes decisiones óptimas.

$$\begin{aligned} m_t &= (1 - \alpha)(w_t L_t + T_t) \\ x_t &= \frac{\alpha(w_t L_t + T_t)}{P_t} \\ L_t &= \left[\alpha^\alpha (1 - \alpha)^{1-\alpha} \frac{w_t}{P_t^\alpha} \right]^{\frac{1}{\Psi}} \end{aligned}$$

Las empresas en la economía de referencia producen el producto final de exportación con una función de producción Cobb Douglas,

$$F(L_t, Z_t) = L_t^\theta Z_t^{1-\theta}$$

una tecnología estándar en los modelos dinámicos de equilibrio general, donde $1 - \theta$ corresponde a la proporción de productos intermedios. Por lo tanto, la demanda de insumos resulta de condiciones de primer orden para L y Z , respectivamente:

$$\begin{aligned} P_t \theta L_t^{\theta-1} Z_t^{1-\theta} &= w_t \\ P_t (1 - \theta) L_t^\theta Z_t^{-\theta} &= 1 \end{aligned}$$

Algunos de los valores de los parámetros que se utilizaron son estándar para modelos de ciclos económicos en mercados emergentes. El parámetro σ , el coeficiente de aversión al riesgo relativo toma el valor 2, un valor estándar. El parámetro Ψ toma el valor 0.455, según Mendoza (1991). Este parámetro determina la elasticidad de la oferta laboral, la cual es igual a $\frac{1}{\Psi}$.

El factor de descuento toma el valor 0.85 y ayuda a replicar el límite de deuda máxima libre de riesgo/PIB de 16%. De acuerdo con Reinhart, Rogoff y Savastano (2003) este límite corresponde a niveles de deuda que, como proporción del producto, representan entre 15% y 20% del PIB.

La parte de exportaciones α toma el valor 0.85, implicando que el consumo de productos finales de importación representa 15% del gasto total en productos de consumo. Este valor proviene de los datos del Ecuador para el periodo bajo estudio, donde la fracción de bienes finales de importación en el consumo total de hogares varió entre 13

% y 16 %. El parámetro μ refleja la probabilidad exógena de reentrar a los mercados de capital internacionales después de un default y toma el valor 0.1. Este valor implica que un país que declara default regresará a los mercados financieros en alrededor de 10 trimestres después de default en su deuda externa. Esto coincide con el periodo de autarquía observado en los datos de Gelos (2003), que calculó que los países que declararon default durante el periodo 1980 - 1999 fueron excluidos, en promedio, aproximadamente 3 años de los mercados financieros internacionales.

El parámetro A determina la pérdida del producto en autarquía y toma el valor 0.98, de acuerdo con estudios empíricos. Puhán y Sturzenegger (2003) estiman una caída promedio del PIB de 2% anual después de un default para los casos de default en los 1980s. La parte de insumos externos $1 - \theta$ toma el valor 0.39, según Kose (2002). Él encuentra un valor promedio de 0.39 para este parámetro utilizando datos de 28 países en desarrollo. Los choques en los términos de intercambio siguen procesos $AR(1)$, de tal forma que, si $p_t = \log P_t$, entonces

$$p_{t+1} = \rho_p p_t + \varepsilon_{t+1}^p, \quad (5.1)$$

donde ε_{t+1}^p es un choque normal estándar i.i.d. Se utilizan datos de mercados emergentes para estimar los procesos autorregresivos para los choques en los términos de intercambio. Una vez que se obtienen los parámetros para los choques en los términos de intercambio, el proceso autorregresivo de primer orden se aproxima a una cadena de Markov de primer orden, usando el procedimiento propuesto por Hussey y Tauchen (1991). Los parámetros para el modelo de referencia se presentan en el cuadro 4.

5.3. Resultados

Esta sección muestra los resultados principales del artículo y analiza las propiedades estadísticas del modelo cuando ocurren choques en los términos de intercambio.

Las propiedades cíclicas de la calibración del modelo se presentan en el cuadro 5. Los estadísticos son promedios sobre 100 simulaciones, cada una de las cuales tiene 100

periodos. Los datos simulados están expresados en logaritmos y, al igual que a los datos empíricos, se les aplicó el filtro Hodrick-Prescott. El producto medio se normaliza a uno. El modelo es capaz de replicar varias características de las economías emergentes.

La correlación del producto con los spreads es consistente con los datos de mercados emergentes, aunque de menor magnitud. El resultado de que el producto tiene una correlación negativa con los spreads se debe a la estructura de los activos en el modelo. Los mercados de los activos son incompletos porque solamente hay un activo disponible, un bono de un periodo no contingente. Dada esta estructura del mercado, el default puede ser una opción cuando el producto y el consumo son bajos, ya que pagar la deuda reduce la utilidad más fuerte en estas situaciones. Los incentivos a hacer default son más fuertes cuando el producto es bajo, porque el repago de préstamos no contingentes es más costoso en malos estados de naturaleza. Los acreedores neutrales al riesgo están dispuestos a ofrecer créditos que en malos tiempos resultarán en default, dado que cobran una prima de riesgo mayor. Así, el modelo puede generar spreads contracíclicos.

Los precios de bonos son una función de activos y de los valores de los términos de intercambio. Se puede observar que los precios de bonos son una función creciente de activos externos. Para niveles bajos de la deuda externa, el gobierno siempre repaga su deuda, por lo que pide prestado al mercado internacional a la tasa de interés global libre de riesgo. En este rango de deuda, el precio del bono es simplemente la inversa de la tasa bruta libre de riesgo. Para valores de la deuda externa hasta 16.07 % del producto medio, el gobierno no tiene ningún incentivo de hacer default, así que todavía enfrenta la tasa de interés libre de riesgo. Sin embargo, cuando la deuda externa aumenta, en un cierto nivel deuda/PIB los precios de bonos empiezan a decrecer. Este umbral aumenta con la magnitud del choque. Mientras mayores sean los niveles de la deuda externa, menores serán los precios de los bonos, porque los incentivos a declarar default son mayores para gobiernos fuertemente endeudados. En niveles de deuda por arriba de 20.29 % del producto medio, el gobierno siempre declara default, independientemente de la realización de términos de intercambio. En este punto, el precio de los bonos es cero, ya que la probabilidad de default es uno.

Para cada uno de los valores de los términos de intercambio, existe un rango de niveles de endeudamiento para los cuales el default es una opción posible. Para estas posiciones de activos, el precio del bono es entre la inversa de la tasa libre de riesgo y cero. Para un valor de activos dado, mientras mayores sean los términos de intercambio, mayor será el precio de bonos. Eso implica que los incentivos a hacer default son más fuertes cuando la economía sufre un choque adverso en los términos de intercambio. Por lo tanto, el modelo predice que default es más probable en malos tiempos.

La región de default para la economía calibrada corresponde a las combinaciones de los niveles de los términos de intercambio y los niveles de la deuda externa para los cuales el default es óptimo. Dado un choque en los términos de intercambio, si el default es óptimo para cierto nivel de deuda, será óptimo para todos niveles mayores de la deuda externa.

Aunque default ocurre en el equilibrio, no es un evento frecuente ya que ocurre en promedio solamente 32 veces en 10,000 periodos, implicando que el país declare defaults cada 78 años. Este resultado está estrechamente relacionado con la trayectoria de precio del bono. La curva está extremadamente empinada sobre el rango de niveles de deuda externa que tienen primas de riesgo positivas y finitas. Suponiendo que el nivel actual de los términos de intercambio es bajo, entonces el choque adverso reduce el producto doméstico a través de los efectos en insumos importados y reduce las posibilidades de consumo, ya que el poder adquisitivo de los hogares es menor. Bajo estas circunstancias, el gobierno intentaría pedir prestado en los mercados internacionales con el fin de suavizar el consumo de agentes privados. Si el gobierno pide prestado, el precio de bonos empieza a disminuirse y en cierto nivel decrece muy bruscamente. En esta situación, si el gobierno quisiera pedir prestado cualquier monto adicional, tendría que pagar una tasa de interés mucho mayor, es decir, el costo marginal de endeudarse incrementa fuertemente. El gobierno considera el efecto de deuda adicional en la tasa de interés que tiene que pagar y por lo tanto, decide no suavizar tanto el consumo de los hogares.

El pronto y repentino aumento en la tasa de interés significa que los bonos ya no

son buenos instrumentos para proporcionar seguro y suavizar el consumo. Por ello, el gobierno pide prestado en mercados de capital pagando una prima de riesgo baja o ninguna prima. Ya que niveles bajos de la prima de riesgo están relacionados con probabilidades muy bajas de default, puede ser que el default sea un evento no muy frecuente. Esta característica también explica la alta volatilidad del consumo obtenida en el modelo: la razón de $\frac{\sigma_c}{\sigma_{PIB}} \approx 0.98$ obtenida en la simulación presenta evidencia de que los bonos no son buenos instrumentos para suavizar el consumo.

La volatilidad de spread es menor que la observada en los datos del Ecuador. La desviación estándar de los spreads obtenida en el modelo de referencia es 0.69. La ausencia de volatilidad en los spreads en el modelo se debe al hecho de que el default no es un evento frecuente.

La secuencia simulada muestra que el spread de la tasa de interés aumenta cuando los términos de intercambio deterioran en la economía: durante los periodos dos hasta cinco el deterioro persistente en los términos de intercambio causa un incremento de más de dos puntos porcentuales en el spread, aunque en el próximo periodo los términos de intercambio ya se recuperan y el spread disminuye. Sin embargo, la mayor caída en los términos de intercambio en los periodos 10 a 16 lleva a spreads crecientes y el default óptimo en la economía. Como se puede observar, los términos de intercambio y los spreads tienen una correlación negativa y default ocurre en tiempos malos, igual como se observó en los datos empíricos.

5.4. Análisis de Sensibilidad

Esta sección estudia cómo los cambios en las características tecnológicas y en la canasta de hogares de consumo en el modelo de referencia afectan los spreads de la tasa de interés, los límites de deuda y las tasas de default en una economía pequeña y abierta. Dado que la proporción de los bienes de importación en la canasta de hogares de consumo se vuelve más importante, los spreads en equilibrio y las tasas de default son mayores y el rango de la deuda para el cual existe una prima de riesgo positiva y finita se vuelve más amplio. La economía empieza a pagar una prima en un nivel menor de la deuda, pero

el límite de la deuda para la economía aumenta. Un efecto similar se observa cuando la participación de los insumos externos en el producto aumenta.

El cuadro 6 reporta los resultados del análisis de sensibilidad y se consideraron distintos valores para la proporción de insumos externos y la proporción de bienes domésticos.

Como muestra el cuadro 6, un cambio en la proporción de insumos externos afecta los spreads en equilibrio y los niveles de deuda sustentable para cualquier choque en los términos de intercambio. Mientras mayor sea la proporción de insumos externos en la producción, más volátil será el producto doméstico. Considerando un deterioro en los términos de intercambio, las empresas intentarían producir menos productos de exportación, para hacer eso, contratarían menos trabajo y comprarían menos insumos externos. Por lo tanto, las tasas salariales se reducirían sin afectar los precios de los insumos externos. Una tasa salarial menor moderaría la caída del producto, sin embargo, este efecto es menos relevante si la participación de trabajo en la producción es menor. Por ello, para cualquier choque adverso en los términos de intercambio, una mayor participación de Z en el producto implica una recesión más profunda que dejaría los hogares peor, requiriendo que el gobierno se endeude más para suavizar el consumo.

Existen dos efectos en los incentivos a declarar default: primero, una mayor parte de insumos externos implica un producto más volátil, así en ausencia de pedir prestado y prestar, las fluctuaciones en el consumo de los hogares serán mayores y debido a eso, tener acceso a mercados de crédito internacionales será más importante. Porque el valor de participación es mayor, la economía puede tender a pedir prestado más sin tener incentivos a hacer default. Segundo, bajo un choque adverso, las recesiones son más severas si el peso de insumos externos es mayor, así el repago de deuda no contingente es más costoso en estos estados, y tiende a aumentar las probabilidades de default y los spreads de tasas de interés, es decir, los incentivos para la economía pequeña y abierta de declarar default inician en menores niveles de deuda.

El límite de la deuda libre de riesgo es menor, reflejando el hecho de que el segundo efecto domina en el modelo. De esta manera, una mayor parte de insumos externos y un producto más volátil implicarían mayores spreads y menores niveles de deuda

sustentable. Estos resultados son consistentes con los datos y estudios empíricos: Catao y Sutton (2002), quienes encuentran que los países que experimentan mayor volatilidad de términos de intercambio y del PIB enfrentan mayores probabilidades de default. Gelos y Shahay (2003) encuentran que los países con mayor volatilidad de términos de intercambio y del PIB tienen menos acceso a los mercados de crédito internacionales.

Cuando el producto y el consumo total se vuelven más volátiles, el choque es más importante para esta economía relativo al monto de la deuda, así la trayectoria de precios de bonos es menos empinada. Entonces, la región de default para esta economía se vuelve más amplia. Como se mencionó antes, para un choque en los términos de intercambio dado, el producto doméstico es más volátil si la proporción de insumos externos es mayor. Por ello, una parte pequeña de Z implica diferencias pequeñas entre el producto y el consumo en buenos y malos tiempos. Ya que la diferencia en la utilidad entre un choque grande y un choque pequeño será menor para cualquier nivel de deuda externa, el monto de deuda se convierte en un factor más importante con respecto a la decisión de default, implicando una curva de precios de bonos más empinada. Al contrario, una participación mayor de insumos externos en la producción causa un efecto relativo más fuerte en los choques de términos de intercambio en comparación con la deuda, y por lo tanto, una curva de precios de bonos más aplanada y una región más amplia con primas de riesgo positivas y finitas.

En el cuadro 6 también se puede observar que un empeoramiento dado en los términos de intercambio debería inducir una mayor disminución en el bienestar y mayores spreads, si la parte de los productos de importación en las preferencias de hogares respecto al consumo aumentan. Un choque adverso en los términos de intercambio tiene dos efectos: primero, un precio más alto de los insumos importados implica un producto más bajo e ingresos laborales de hogares más bajos. Además, el poder adquisitivo de los bienes de exportación producidos en el país será menor, por lo tanto, el valor de ingresos laborales en términos de productos de importación también decrece y el conjunto original de los conjuntos de consumo ya no está disponible para el hogar representativo. Por lo tanto, mientras mayor sea la proporción de productos de importación en

las preferencias de hogares, más severo será el último efecto, ya que el producto, que los hogares valoran más, será más caro. Por lo tanto, para un choque en los términos de intercambio y una pérdida de producto dados, los efectos negativos en el bienestar de los hogares serán más fuertes. Así como con la proporción de los insumos externos en el producto, una mayor participación de productos de importación en el consumo hace que la participación en los mercados de crédito sea más importante y por lo tanto, un mayor endeudamiento tienda a ser apoyado sin tener incentivos a hacer default. Sin embargo, como se mencionó antes, un choque adverso en los términos de intercambio reduce ambos, el producto y el poder adquisitivo de cada unidad de bienes domésticos. Si la parte de productos de importación aumenta, el segundo efecto se vuelve más importante, así que cualquier choque en los términos de intercambio tiene mayores efectos en el bienestar de los hogares. Eso implica que el repago en estos estados es más costoso, por lo tanto, los incentivos a hacer default tienden a aumentar, el monto de deuda sustentable se reduce y las probabilidades de default y los spreads aumentan. Como en el caso de insumos externos en la producción, los resultados de simulación muestran que el último mecanismo claramente domina en el modelo calibrado. Por lo tanto, el efecto global de una parte mayor de productos de importación es un aumento en los spreads y una disminución en el nivel de la deuda sustentable, para niveles dados de producto, ingreso laboral y volatilidad.

6. Conclusiones

El presente documento analiza la importancia de las fluctuaciones en los términos de intercambio para los spreads y los incentivos a hacer default en los mercados emergentes mediante un modelo estocástico de equilibrio general en una economía pequeña y abierta donde el default es el resultado de un equilibrio. Las probabilidades de default son endógenas en los incentivos de la economía a hacer default y afectan las tasas de interés en equilibrio que enfrenta la economía. Los mercados son incompletos, lo que genera riesgo de default contracíclico ya que es más costoso repagar préstamos no contingentes

en tiempos cuando los términos de intercambio son bajos y por lo tanto, el producto y el consumo son bajos, que en auge.

En tiempos cuando el gobierno está altamente endeudado, un choque negativo en los términos de intercambio puede inducir al gobierno a hacer default en su deuda soberana. Un deterioro en los términos de intercambio puede provocar una contracción económica en forma de una disminución del valor real del producto y por lo tanto, una reducción del consumo. Esto puede inducir a un gobierno altamente endeudado a decidir óptimamente no aumentar los impuestos para repagar su deuda, así agravando la caída en el consumo de hogares, pero en lugar de eso el gobierno decide declarar default en su deuda soberana con el fin de evitar esta caída en el consumo. A través de estos choques, el modelo genera spreads en la tasa de interés contracíclicos, explica una parte considerable del nivel y de la volatilidad del spread y replica en gran medida las correlaciones del PIB con los spreads en el análisis cuantitativo.

El modelo también analiza cómo los cambios en la estructura de producción de estas economías afectarían los spreads de estos países. La tecnología de producción en el presente documento permite explorar los efectos de proporciones de insumos en los incentivos a hacer default y por lo tanto, en los spreads en estas economías. En particular, se observa que una mayor dependencia del sector productivo de insumos externos puede resultar en mayores spreads y menores niveles de endeudamiento. De manera similar, al analizar los cambios en la estructura de consumo entre bienes de importación y de exportación, el modelo predice que, para cualquier nivel de fluctuaciones en el producto, mientras mayor sea el peso de bienes importados en la canasta de consumo de hogares, mayores y más volátiles serán los spreads y menor será el nivel de deuda sustentable. Mientras mayor sea la parte de productos de importación que los hogares quieren mantener, más severa será la caída en su consumo total, ya que se volvió más caro y sus ingresos disminuyeron. De la misma manera, mientras mayor sea la parte de insumos externos en la producción, peor será la recesión para cualquier realización adversa de los términos de intercambio, así que el repago es más costoso, proporcionando mayores incentivos a hacer default. Los acreedores externos perciben este mayor grado de riesgo

en la economía, por lo tanto, prestan a mayores tasas de interés en equilibrio y reducen el monto de préstamos a economías pequeñas para cualquier spread dado en la tasa de interés: se observan mayores spreads en la tasa de interés y menores niveles de deuda en equilibrio.

Ante los resultados anteriores, es posible derivar algunas lecciones para la política: dados los efectos fuertes de choques en los términos de intercambio en los incentivos de gobierno a hacer default y por lo tanto, en los spreads de tasa de interés, para muchos países en desarrollo parece importante que los gobiernos proporcionen incentivos al sector privado para diversificar su estructura de exportaciones y proporcionar instrumentos financieros para suavizar las fluctuaciones en los precios. Este último puede incluir el desarrollo de mercados de crédito para bonos indexados en precios de materias primas, que aseguraría, como dice la teoría de eficiencia, que en buenos tiempos los países pagan más que en malos tiempos.

7. Apéndice

7.1. Algoritmo

Dada la regla de decisión óptima de hogares con respecto al trabajo y las condiciones de primer orden de la empresa, wl , se calcula para cada realización de choques posible. Dado el equilibrio en el mercado laboral, la expresión para la oferta laboral se sustituye en las condiciones de primer orden del problema de empresas. Para resolver para Z , l y w para cada estado de la economía, se resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{aligned} P\theta(L)^{\theta-1}Z^{1-\theta} &= w \\ P(1-\theta)(L)^{\theta}Z^{-\theta} &= 1 \\ L = l &= [\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}\frac{w_t}{P^{\alpha}}]^{\frac{1}{\psi}} \end{aligned}$$

Una vez que se resolvió este sistema para todos los valores posibles de choques, se utiliza el siguiente algoritmo:

1. Se asume una función inicial para el precio de bonos $q_0(B', P)$. Se utiliza la inversa de la tasa de interés libre de riesgo para calcular el valor inicial del bono.

2. Se utiliza q_0 y los valores iniciales de V_0 y V^d (por ejemplo, se empieza con 0 matrices) para iterar sobre las ecuaciones Bellman y resolver para las funciones de valores y las funciones de política.

3. Dado el precio inicial de bonos q_0 , se calcula la función de default $D_0(B, P)$, y después se actualiza el precio del bono utilizando la siguiente ecuación:

$$q_1 = \frac{(1 - D_0(B, P))}{1 + r_f}$$

4. Se utiliza el precio del bono actualizado q_1 para repetir los pasos 1, 2 y 3 hasta que se cumpla la siguiente condición:

$$q_i - \frac{(1 - D_i(B, P))}{1 + r_f} < \epsilon$$

donde i representa el número de iteraciones y ϵ es un número pequeño.

7.2. Propositiones

Proposición 1 *Para cualquier realización del choque exógeno P , los incentivos a hacer default son mayores con un mayor nivel de deuda externa B .*

Demostración. Para cualquier realización de P , los incentivos a hacer default son mayores, si el valor de activos externos es menor. Eso se deriva del hecho de que V^c , el valor de permanecer en los mercados, es estrictamente creciente en los activos externos, mientras que V^d , el valor de default, no depende del nivel de activos. Por lo tanto, existe un valor único para los activos $B^*(P)$ donde $V^c = V^d$, tal que dado P el gobierno siempre repagará su deuda si los activos externos son mayores que $B^*(P)$, y declara default en el caso contrario.

Por lo tanto, la única prueba que se requiere es que V^c sea estrictamente creciente en los activos externos, $\frac{\partial V^c}{\partial B} > 0$. Se usa el teorema del envolvente en V^c para derivar

este resultado y se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial V^c}{\partial B} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial B} + \frac{\partial u}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial B} + \frac{\partial u}{\partial l} \frac{\partial l}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial B}.$$

Dada la especificación GHH para la utilidad de hogares, la oferta laboral no depende del nivel de consumo, $l = [\alpha^\alpha(1 - \alpha)^{1-\alpha} \frac{w}{P^\alpha}]^{\frac{1}{\Psi}}$, por lo tanto $\frac{\partial l}{\partial T} = 0$. En adición, la transferencia que los hogares reciben del gobierno, $T = B - q(B', s)B'$ crece con el nivel de activos externos, $\frac{\partial T}{\partial B} = 1$ por lo que

$$\frac{\partial V^c}{\partial B} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial T} + \frac{\partial u}{\partial m} \frac{\partial m}{\partial T}.$$

Los ingresos disponibles de hogares $y = wl + T$ son crecientes en las transferencias, $\frac{\partial y}{\partial T} = 1$. Entonces, un aumento en B induce un incremento en T y por lo tanto, en y , y ya que ambos x y m son bienes normales, $\frac{\partial x}{\partial T} > 0$ y $\frac{\partial m}{\partial T} > 0$. Por eso, $\frac{\partial V^c}{\partial B} > 0$. ■

Proposición 2 *Para cualquier B dado, una menor realización de los términos de intercambio P reduce el consumo de hogares $C(P, T)$ (y su bienestar) si el gobierno no interviene en los mercados de activos, $T = 0$: Si $P_1 < P_2$, entonces $u(C(P_1, 0)) < u(C(P_2, 0))$.*

Se considera una disminución en P . Se tiene que probar que $\frac{dC(P, 0)}{dP} > 0$.

Para probar la Proposición 2, se demuestra Lema 2.1.

Lema 2.1 *Los salarios y los insumos en equilibrio son crecientes con los choques en los términos de intercambio: $\frac{dw(P)}{dP}, \frac{dL(P)}{dP}, \frac{dZ(P)}{dP} > 0$.*

Demostración. Dada la especificación GHH para las preferencias de hogares, las decisiones laborales no dependen del nivel de activos externos. Por lo tanto, los salarios e insumos solamente dependen de los términos de intercambio: $w(P), L(P), Z(P)$.

Al combinar la elección laboral óptima para los hogares $l = [\alpha^\alpha(1 - \alpha)^{1-\alpha} \frac{w}{P^\alpha}]$ y la condición de primer orden para las empresas $P \frac{\partial F(L, Z)}{\partial L} = w$, $P \frac{\partial F(L, Z)}{\partial Z} = 1$, se obtiene un sistema con dos ecuaciones

$$\begin{aligned} P \frac{\partial F(L, Z)}{\partial L} &= P^\alpha G(L), \\ P \frac{\partial F(L, Z)}{\partial Z} &= 1 \end{aligned}$$

con L y Z no conocidos, donde $G(L) = \frac{L^\Psi}{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}$. Nótese que $\frac{\partial G(L)}{\partial L} > 0$ ya que $\Psi > 0$.

Estas dos ecuaciones se pueden reescribir como:

$$H_1(L(P), Z(P), P) = 0,$$

$$H_2(L(P), Z(P), P) = 0.$$

Utilizando la regla de Crammer, se puede mostrar que $\frac{dL(P)}{dP} > 0$, $\frac{dZ(P)}{dP} > 0$:

$$dH_1(\cdot) = \frac{\partial H_1}{\partial L} \frac{dL(P)}{dP} + \frac{\partial H_1}{\partial Z} \frac{dZ(P)}{dP} + \frac{\partial H_1}{\partial P} = 0,$$

$$dH_2(\cdot) = \frac{\partial H_2}{\partial L} \frac{dL(P)}{dP} + \frac{\partial H_2}{\partial Z} \frac{dZ(P)}{dP} + \frac{\partial H_2}{\partial P} = 0.$$

Una condición necesaria y suficiente para resolver $\frac{dL(P)}{dP}$ y $\frac{dZ(P)}{dP}$ es que:

$$J = \frac{\partial H_1}{\partial L} \frac{\partial H_2}{\partial Z} - \frac{\partial H_1}{\partial Z} \frac{\partial H_2}{\partial L} \neq 0.$$

Los elementos de J tienen las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial H_1}{\partial L} = P \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial L^2} - P^\alpha \frac{\partial G(L)}{\partial L} < 0,$$

$$\frac{\partial H_1}{\partial Z} = P \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial L \partial Z} > 0,$$

$$\frac{\partial H_2}{\partial L} = P \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z \partial L} > 0,$$

$$\frac{\partial H_2}{\partial Z} = P \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z^2} < 0$$

tal que

$$J = [P \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial L^2} - P^\alpha \frac{\partial G(L)}{\partial L}] P \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z^2} - P \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial L \partial Z} P \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z \partial L}.$$

Ya que

$$\frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial L^2} \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z^2} - \left(\frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial L \partial Z} \right)^2 = 0.$$

entonces

$$J = -P^{1+\alpha} \frac{\partial G(L)}{\partial L} \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z^2} \neq 0.$$

Sigue que

$$\begin{aligned} \frac{dL(P)}{dP} &= \frac{-\frac{\partial H_1}{\partial P} \frac{\partial H_2}{\partial Z} + \frac{\partial H_2}{\partial P} \frac{\partial H_1}{\partial Z}}{J}, \\ \frac{dZ(P)}{dP} &= \frac{-\frac{\partial H_1}{\partial L} \frac{\partial H_2}{\partial P} + \frac{\partial H_1}{\partial P} \frac{\partial H_2}{\partial L}}{J}, \end{aligned}$$

donde

$$\frac{\partial H_2}{\partial P} = \frac{\partial F(L, Z)}{\partial Z} > 0.$$

y dado que $\alpha \in (0, 1)$, resulta de

$$H_1(L(P), Z(P), P) \equiv P \frac{\partial F(L, Z)}{\partial L} - P^\alpha G(L) = 0.$$

que

$$\frac{\partial H_1}{\partial P} = \frac{\partial F(L, Z)}{\partial L} - \alpha P^{\alpha-1} G(L) > 0.$$

entonces

$$\begin{aligned} \frac{dL(P)}{dP} &= \frac{[\frac{\partial F(L, Z)}{\partial L} - \alpha P^{\alpha-1} G(L)] \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z^2} - \frac{\partial F(L, Z)}{\partial Z} \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial L \partial Z}}{P^\alpha \frac{\partial G(L)}{\partial L} \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z^2}} > 0, \\ \frac{dZ(P)}{dP} &= \frac{[\frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial L^2} - P^{\alpha-1} \frac{\partial G(L)}{\partial L}] - [\frac{\partial F(L, Z)}{\partial L} - \alpha P^{\alpha-1} G(L)] \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z \partial L}}{P^\alpha \frac{\partial G(L)}{\partial L} \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z^2}} > 0. \end{aligned}$$

Por lo tanto, dado el salario en equilibrio $w = P^\alpha G(L)$ y $\frac{\partial G(L)}{\partial L} > 0$ y $\frac{dL(P)}{dP} > 0$.

$$\frac{dw(\cdot)}{dP} = P^\alpha \frac{\partial G(L)}{\partial L} \frac{dL(P)}{dP} + \alpha G(L) P^{\alpha-1} > 0.$$

Se usan estos resultados para demostrar la Proposición 2, $\frac{dC(P, 0)}{dP} > 0$.

$$\begin{aligned}
C(P, 0) &= X(P, 0)^\alpha M(P, 0)^{1-\alpha} - \frac{L(P)^{1+\Psi}}{1+\Psi}, \\
X(P, 0) &= \frac{\alpha}{P} w(P) L(P), \\
M(P, 0) &= (1-\alpha) w(P) L(P), \\
L(P)^\Psi &= \alpha^\alpha (1-\alpha)^{(1-\alpha)} \frac{w(P)}{P^\alpha}.
\end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
\frac{dC(P, 0)}{dP} &= \alpha \left[\frac{M(P, 0)}{X(P, 0)} \right]^{1-\alpha} \left[\frac{\alpha}{P} \left(w(P) \frac{dL(P)}{dP} + L(P) \frac{dw(P)}{dP} \right) - \frac{\alpha}{P^2} w(P) L(P) \right] + \\
&\quad (1-\alpha)^2 \left[\frac{X(P, 0)}{M(P, 0)} \right]^\alpha \left[w \frac{dL(P)}{dP} + L(P) \frac{dw(P)}{dP} \right] - L(P)^\Psi \frac{dL(P)}{dP}
\end{aligned}$$

y después de sustituir para X, M y L :

$$\frac{dC(P, 0)}{dP} = \alpha^\alpha (1-\alpha)^{(1-\alpha)} \left[\frac{L(P)}{P^\alpha} \frac{dw(P)}{dP} - \alpha \frac{w(P) L(P)}{P^{1+\alpha}} \right].$$

Ya que

$$F(Z, L) = Z^\gamma L^{1-\gamma}$$

y

$$\frac{dw}{dP} = \frac{\partial F(L, Z)}{\partial L} - \frac{\frac{\partial F(L, Z)}{\partial Z} \frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial L \partial Z}}{\frac{\partial^2 F(L, Z)}{\partial Z \partial Z}}$$

resulta que:

$$\frac{dw}{dP} = Z^\gamma L^{-\gamma}.$$

Por lo tanto, después de sustituir $\frac{dw}{dP}$ en $\frac{dC(P, 0)}{dP}$:

$$\frac{dC(P, 0)}{dP} = \alpha^\alpha (1-\alpha)^{(1-\alpha)} \left[\frac{Z^\gamma L^{1-\gamma}}{P^\alpha} - \alpha w L \right]$$

y dado que $wL = \gamma P F(L, Z)$, $\alpha \in (0, 1)$ y $\gamma \in (0, 1)$, después de algunas aplicaciones algebraicas, se obtienen los resultados deseados:

$$\frac{dC(P, 0)}{dP} = \frac{\alpha^\alpha (1-\alpha)^{(1-\alpha)}}{P^\alpha} [1 - \alpha \gamma] F(L, Z) > 0.$$

■

Proposición 3 *Para cualquier nivel de la deuda externa dada, mientras menores sean los términos de intercambio, mayores serán los incentivos a hacer default. Para todos $P_1 < P_2$, si $P_2 \in F(B)$ entonces $P_1 \in F(B)$.*

Para probar la Proposición 3, se demuestra Lema 3.1.

Lema 3.1 *Si para algún B , el conjunto de default no está vacío $F(B) \neq 0$, entonces no existen contratos financieros disponibles para el gobierno $\{q(B'), B'\}$, tal que el gobierno podría escoger una transferencia positiva a los hogares $T = B - q(B') B' > 0$.*

Demostración. Lo anterior se puede comprobar mediante una contradicción. Se supone que existen contratos disponibles para el gobierno, tal que $B - q(B') B' > 0$, pero el gobierno elige B^* y $T^* = B - q(B^*) B^* < 0$ para maximizar $V^c(B, P)$. También si se supone que el gobierno decide que el default sea óptimo porque $V^d(P) > V^c(B, P)$. Entonces,

$$\begin{aligned} V^d(P) &= u(C(P, 0)) + \beta EV^d(P'), \\ V^c(B, P) &= u(C(P, T^*)) + \beta EV_0(B^*, P'), \\ V^d(P) &> V^c(B, P), \\ u(C(P, 0)) + \beta EV^d(P') &> u(C(P, T^*)) + \beta EV_0(B^*, P'). \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} C(P, T) &= X(P, T)^\alpha M(P, T)^{1-\alpha} - \frac{L(P)^{1+\Psi}}{1+\Psi}, \\ X(P, T) &= \frac{\alpha}{P} [w(P) L(P) + T], \\ M(P, T) &= (1-\alpha) [w(P) L(P) + T], \\ L(P) &= \left[\alpha^\alpha (1-\alpha)^{(1-\alpha)} \frac{W(P)}{P^\alpha} \right]^{\frac{1}{\Psi}}. \end{aligned}$$

Nótese que sin pérdida del producto en autarquía, $C^d(P) = C(P, 0)$, ya que $w(P) = w^d(P)$ y $L(P) = L^d(P)$. Nótese que si existen contratos financieros $\{q(B'), B'\}$ a disposición del gobierno, tal que $B - q(B') B' > 0$, entonces el default no puede ser la decisión óptima, porque es posible que el gobierno escoga un contrato que implique

una transferencia positiva $T > 0$ tal que $V^c(B, P) > V^d(P)$, dado que $EV_0(B', P) \geq EV^d(P')$ y $u(C(P, T)) > u(C(P, 0))$. La primera expresión resulta del hecho que $V_0(B', P') = \max\{V^c(B', P'), V^d(P')\}$ y la segunda expresión se mantiene porque la transferencia es positiva y $C(P, T)$ es creciente en T , dado que ambos son productos normales.

$$\begin{aligned}\frac{dC(P, T)}{dT} &= \alpha \left[\frac{M(P, T)}{X(P, T)} \right]^{(1-\alpha)} \frac{dX(P, T)}{dT} + (1-\alpha) \left[\frac{X(P, T)}{M(P, T)} \right]^\alpha \frac{dM(P, T)}{dT} > 0, \\ \frac{dX(P, T)}{dT} &= \frac{\alpha}{P} > 0, \\ \frac{dM(P, T)}{dT} &= (1-\alpha) > 0.\end{aligned}$$

Por lo tanto, B^* no puede ser el nivel de activos externos que maximiza $V^c(B, P)$ y entonces el default resulta óptimo. Existen contratos disponibles para el gobierno, tal que el valor de permanecer en los mercados es mayor que el valor de hacer default e ir a la autarquía. Por lo tanto, si $F(B) \neq 0$, entonces $\exists$ algunos P , tal que $V^d(P) > V^c(B, P)$ por lo tanto, si B' se escogió para maximizar $V^c(B, P)$ y el default es la decisión óptima, tiene que ser el caso de que no existen contratos financieros $\{q(B'), B'\}$ que permitan que el gobierno de transferencias positivas a los hogares, entonces $T = B - q(B') B' < 0$ para todos los contratos financieros $\{q(B'), B'\}$.

Entonces, se puede comprobar la Proposición 3, que dice que para todos $P_1 < P_2$, si $P_2 \in F(B)$ entonces $P_1 \in F(B)$. Si $P_2 \in F(B)$, entonces $V^d(P_2) > V^c(B, P_2)$.

$$\begin{aligned}u(C(P_2, 0)) + \beta EV^d(P') &> u(C(P_2, T_2)) + \beta EV_0(B_2, P'), \\ \{T_2, B_2\} &\in \arg \max V^c(B, P_2), \\ T_2 &< 0.\end{aligned}$$

La transferencia T_2 es negativa en el Lema 3.1. Si se mantiene la siguiente desigualdad 7.1, entonces $P_2 \in F(B)$ implica $P_1 \in F(B)$.

$$V_c(B, P_2) - V_c(B, P_1) > V^d(P_2) - V^d(P_1). \quad (7.1)$$

Donde

$$\begin{aligned}
V_c(B, P_2) - V_c(B, P_1) &= u(C(P_2, T_2)) + \beta EV_0(B_2, P') - .. \\
&\quad .. - \{u(C(P_1, T_1)) + \beta EV_0(B_1, P')\} .. \\
V^d(P_2) - V^d(P_1) &= u(C(P_2, 0)) + \beta EV^d(P') - .. \\
&\quad .. - \{u(C(P_1, 0)) + \beta EV^d(P')\}.
\end{aligned} \tag{7.2}$$

La condición 7.1 implica que, dados los activos externos, el default también es óptimo si los términos de intercambio son menores que P_2 .

$$V^d(P_1) - V_c(B, P_1) > V^d(P_2) - V_c(B, P_2) > 0.$$

Para probar la Proposición 3, se prueba que se mantiene la condición 7.1. Dado que los choques en los términos de intercambio son i.i.d., la parte derecha de la ecuación 7.2 se simplifica a:

$$V^d(P_2) - V^d(P_1) = u(C(P_2, 0)) - u(C(P_1, 0)).$$

Dados B y P_2 , $\{T_2, B_2\}$ son las decisiones óptimas para la transferencia y activos externos, por lo que tiene que ser el caso de que:

$$u(C(P_2, T_2)) + \beta EV_0(B_2, P') \geq u(C(P_2, T_1)) + \beta EV_0(B_1, P').$$

Si se mantiene la siguiente condición 7.3, entonces 7.1 cumple debido a la transitividad

$$\begin{aligned}
u(C(P_2, 0)) - u(C(P_1, 0)) &< u(C(P_2, T_1)) + \beta EV_0(B_1, P') - .. \\
&\quad .. - \{u(C(P_1, T_1)) + \beta EV_0(B_1, P')\}.
\end{aligned} \tag{7.3}$$

Se puede simplificar 7.3 para obtener 7.4:

$$u(C(P_2, T_1)) - u(C(P_1, T_1)) > u(C(P_2, 0)) - u(C(P_1, 0)). \tag{7.4}$$

Ya que $u(C)$ es creciente en C y cóncavo, 7.4 se mantiene si se satisface la siguiente condición:

$$C(P_2, T_1) - C(P_1, T_1) \geq C(P_2, 0) - C(P_1, 0). \tag{7.5}$$

Dado que $\frac{dC(P,T)}{dT} > 0$, 7.5 se mantiene para $T_1 < 0$.

$$\begin{aligned} C(P_2, T_1) - C(P_1, T_1) &= X(P_2, T_1)^\alpha M(P_2, T_1)^{1-\alpha} - X(P_1, T_1)^\alpha M(P_1, T_1)^{1-\alpha}, \\ C(P_2, 0) - C(P_1, 0) &= X(P_2, 0)^\alpha M(P_2, 0)^{1-\alpha} - X(P_1, 0)^\alpha M(P_1, 0)^{1-\alpha}. \end{aligned}$$

Después de algunas aplicaciones algebraicas y sustituir las expresiones en equilibrio para X y M , se obtiene el siguiente resultado

$$\begin{aligned} C(P_2, T_1) - C(P_1, T_1) &= \alpha^\alpha (1-\alpha)^{(1-\alpha)} \left[\frac{w(P_2)L(P_2) + T_1}{P_2^\alpha} - \frac{w(P_1)L(P_1) + T_1}{P_1^\alpha} \right], \\ C(P_2, 0) - C(P_1, 0) &= \alpha^\alpha (1-\alpha)^{(1-\alpha)} \left[\frac{w(P_2)L(P_2)}{P_2^\alpha} - \frac{w(P_1)L(P_1)}{P_1^\alpha} \right]. \end{aligned}$$

Por lo tanto, ya que $P_1 < P_2$, se mantiene 7.1 si $T_1 < 0$.

$$C(P_2, T_1) - C(P_1, T_1) - \{C(P_2, 0) - C(P_1, 0)\} = \alpha^\alpha (1-\alpha)^{(1-\alpha)} \left[\frac{1}{P_2^\alpha} - \frac{1}{P_1^\alpha} \right] T_1 > 0.$$

Por ello, se mantiene 7.1 que implica que $P_1 \in F(B)$. ■

Proposición 4 *Las decisiones acerca de activos son crecientes con los términos de intercambio. El gobierno pide prestado más en recesiones que en auge. Dado un nivel actual de activos externos B y condicional a seguir pagando la deuda, para todos $P_1 < P_2$, si $B'_1 = B'(B, P_1)$ y $B'_2 = B'(B, P_2)$, entonces $B'_1 < B'_2$.*

Demostración. Esta proposición se puede comprobar mediante una contradicción. Se supone que $P_1 < P_2$ y $B'_1 \geq B'_2$. El gobierno, bajo la condición de no declarar default, pide prestado más en buenos tiempos que en malos.

$$\begin{aligned} \{T_1, B_1\} &\in \arg \max V^c(B, P_1), \\ \{T_2, B_2\} &\in \arg \max V^c(B, P_2). \end{aligned}$$

Dada la maximización de utilidad:

$$u(C(P_1, T_1)) + \beta EV_0(B'_1, P') \geq u(C(P_1, T_2)) + \beta EV_0(B'_2, P'), \quad (7.6)$$

$$u(C(P_2, T_2)) + \beta EV_0(B'_2, P') \geq u(C(P_2, T_1)) + \beta EV_0(B'_1, P'). \quad (7.7)$$

Si $B'_1 \geq B'_2$, entonces $EV_0(B'_1, P') \geq EV_0(B'_2, P')$ porque

$$V_0(B'_i, P') = \max \left\{ V^c(B'_i, P'), V^d(P') \right\}.$$

y el valor de no declarar default es estrictamente creciente en los activos externos. En adición, si $EV_0(B'_1, P') \geq EV_0(B'_2, P')$, entonces la expresión 7.7 implica que $C(P_2, T_2) \geq C(P_2, T_1)$. Dado que $C(P, T)$ aumenta con las transferencias, T_2 sería mayor que T_1 .

$$T_2 = B - q(B'_2) B'_2 \geq B - q(B'_1) B'_1 = T_1.$$

Añadiendo las expresiones 7.6 y 7.7, se deriva lo siguiente:

$$\begin{aligned} u(C(P_2, T_2)) + u(C(P_1, T_1)) &\geq u(C(P_2, T_1)) + u(C(P_1, T_2)), \\ u(C(P_2, T_2)) - u(C(P_2, T_1)) &\geq u(C(P_1, T_2)) - u(C(P_1, T_1)). \end{aligned}$$

Dado que $\frac{\partial C(P, T)}{\partial P} > 0$ según la Proposición 2, y la utilidad es cóncava y creciente en $C(P, T)$, la última expresión no se mantiene si

$$C(P_2, T_2) - C(P_2, T_1) \leq C(P_1, T_2) - C(P_1, T_1)$$

Para demostrar la Proposición 4 es suficiente probar que la ecuación anterior 7.8 se mantiene para todos $P_1 < P_2$ y $T_1 \leq T_2$.

$$\begin{aligned} C(P_2, T_2) - C(P_2, T_1) &= X(P_2, T_2)^\alpha M(P_2, T_2)^{1-\alpha} - X(P_2, T_1)^\alpha M(P_2, T_1)^{1-\alpha}, \\ C(P_1, T_2) - C(P_1, T_1) &= X(P_1, T_2)^\alpha M(P_1, T_2)^{1-\alpha} - X(P_1, T_1)^\alpha M(P_1, T_1)^{1-\alpha}. \end{aligned}$$

Después de algunas aplicaciones algebraicas y sustituir las expresiones en equilibrio para X y M , se obtiene el siguiente resultado

$$\begin{aligned} C(P_2, T_2) - C(P_2, T_1) &= \alpha^\alpha (1 - \alpha)^{(1-\alpha)} \frac{1}{P_2^\alpha} [T_2 - T_1], \\ C(P_1, T_2) - C(P_1, T_1) &= \alpha^\alpha (1 - \alpha)^{(1-\alpha)} \frac{1}{P_1^\alpha} [T_2 - T_1]. \end{aligned}$$

Por lo tanto, dado que $P_1 < P_2$, se mantiene la expresión 7.8 si $T_1 \leq T_2$.

$$C(P_2, T_2) - C(P_2, T_1) - \{C(P_1, T_2) - C(P_1, T_1)\} = \alpha^\alpha (1 - \alpha)^{(1-\alpha)} \left[\frac{1}{P_2^\alpha} - \frac{1}{P_1^\alpha} \right] [T_2 - T_1] \leq 0.$$

Por ello, la condición 7.8 se mantiene, lo que implica que $B'_1 \leq B'_2$. ■

Proposición 5 *Las tasas de interés no pueden ser procíclicas. Dado el nivel de activos externos B , para todos $P_1 < P_2$, si $B'_1 = B'(B, P_1)$ y $B'_2 = B'(B, P_2)$, entonces $q(B'_1) \leq q(B'_2)$.*

Demostración. Se puede demostrar esta proposición mediante una contradicción. Se supone que $P_1 < P_2$ y $q(B'_1) > q(B'_2)$. Dado que se supone que los choques son i.i.d., el precio del bono no depende del nivel actual de los términos de intercambio. De acuerdo con el Lema 2.1, $PIB(P_1) < PIB(P_2)$ ya que ambos insumos crecen con los términos de intercambio. Por lo tanto, los precios de bonos serían menores en auges, significando que las tasas de interés, que equivalen a la inversa de los precios de bonos, son procíclicas. Dado que los precios de bonos son decrecientes en las probabilidades de default, un mayor precio de bonos en recesiones implica una probabilidad de default procíclico.

$$\begin{aligned} q(B'_i) &= \frac{(1 - \lambda_i(B'_i))}{1 + r_f}, \\ q(B'_1) &> q(B'_2), \\ \lambda_1(B'_1) &< \lambda_2(B'_2). \end{aligned}$$

Las probabilidades de default dependen de conjuntos de default

$$\sum_{F(B'_1)} \pi(P) < \sum_{F(B'_2)} \pi(P).$$

De acuerdo con las Proposiciones 4 y 1, si $P_1 < P_2$, entonces $B'_1 \leq B'_2$, y $F(B'_2) \subset F(B'_1)$, que significa que las expresiones anteriores no se pueden mantener, por ello, las tasas de interés no pueden ser procíclicas. ■

7.3. Cuadros

Cuadro 1 Términos de Intercambio, 1994.1 - 2004.4						
Desv. Est.		Correlaciones				
		Argentina	Colombia	Ecuador	Perú	Venezuela
Argentina	4.22		0.18	0.55	0.47	0.39
Colombia	6.35	0.18		0.38	0.39	0.16
Ecuador	11.27	0.55	0.38		0.31	0.85
Perú	8.70	0.47	0.39	0.31		0.21
Venezuela	24.93	0.39	0.16	0.85	0.21	

Cuadro 2 Datos de Economías Emergentes, 1994.1 - 2004.4				
	Desv. Est.(TOT)	Desv. Est.(PIB)	Desv. Est.(Spread)	Corr(PIB-Spread)
Argentina	4.22	4.98	10.17	-0.65
Colombia	6.35	2.05	1.15	0.02
Ecuador	11.27	3.01	6.92	-0.70
Perú	8.70	2.32	1.06	-0.47
Venezuela	24.93	6.22	2.45	-0.55

Cuadro 3 Correlaciones Cruzadas, 1994.1 - 2004.4					
	Correlaciones del PIB(t) con				
	TOT(t)	TOT(t-1)	TOT(t-2)	TOT(t-3)	TOT(t-4)
Argentina	0.20	0.31	0.33	0.32	0.20
Colombia	0.17	0.30	0.33	0.25	0.11
Ecuador	-0.27	-0.06	0.23	0.51	0.72
Perú	0.53	0.59	0.40	0.18	0.01
Venezuela	0.01	0.07	0.08	0.47	0.55

Cuadro 4 Valores de Parámetros de Referencia		
Factor de Descuento	β	0.85
Aversión al Riesgo	σ	2
Proporción Bienes Domésticos	α	0.85
Elasticidad de Oferta Laboral	$\frac{1}{\Psi}$	2.22
Probabilidad de Reentrar	μ	0.1
Proporción Insumos Externos	$1 - \theta$	0.39
Términos de Intercambio	σ_{ε^p}	0.079
	ρ_p	0.68
Tasa Interés Real EE.UU.	r_f	0.01
Factor Productividad en Autarquía	A	0.98

Cuadro 5 Resultados de Simulación			
	Desv. Est.	Correlación con PIB	Correlación con Spread
PIB	5.10		-0.38
Consumo	4.98	0.98	-0.36
Términos de Intercambio	10.89	1	-0.38
Spread	0.69	-0.38	
Tasa Default	0.0032		
Límite Deuda Libre Riesgo	16.07		
Spread Máximo	2.25		

Cuadro 6 Análisis de Sensibilidad					
	Desv. Est. Spread	Máximo Spread	Correlación (PIB-Spread)	Tasa Default	Límite Deuda Libre Riesgo
Proporción Insumos (Producción)					
0.2	0.31	0.99	-0.25	0.0010	0.2014
0.39	0.69	2.25	-0.38	0.0032	0.1607
0.5	0.98	5.94	-0.42	0.0047	0.1222
Proporción Bienes Domésticos (Utilidad)					
0.95	0.52	1.47	-0.27	0.0019	0.1703
0.85	0.69	2.25	-0.38	0.0032	0.1607
0.75	0.81	2.37	-0.36	0.0035	0.1496

8. Referencias

1. Aguiar, M. y G. Gopinath, 2004. Defaultable Debt, Interest Rates and the Current Account, Working Paper, Chicago Graduate School of Business.
2. Arellano Cristina, 2004. Default Risk, the Real Exchange Rate and Income Fluctuations in Emerging Economies, Working Paper, Duke University.
3. Arellano, Cristina y Enrique Mendoza, 2002. Credit Frictions and Sudden Stops in Small Open Economies: An Equilibrium Business Cycle Framework for Emerging Markets Crises, NBER Working Paper 8880
4. Arora, V. y M. Cerisola, 2001. How Does U.S. Monetary Policy Influences Sovereign Spreads in Emerging Markets?, IMF Staff papers 46, No. 3.
5. Broda, C. y C. Tille, 2003. Coping with Terms of Trade in Developing Countries, Current Issues in Economics and Finance; Federal Reserve Bank of New York.
6. Broda, Christian, 2004. Terms of Trade and Exchange Rate in Developing Countries, Journal of International Economics 63, 31-58.
7. Bulow, J. y K. Rogoff, 1989. Sovereign Debt: Is to Forgive to Forget?, American Economic Review 78, 43-50.
8. Calvo, G., A. Izquierdo y L. Mejia, 2004. On the Empirics of Sudden Stops: The Relevance of Balance-Sheet Effects, Working paper No 509, BID.
9. Cantor, R. y F. Packer, 1996. Determinants and Impact of Sovereign Credit Ratings, Economic Policy Review, Federal Reserve Bank of New York.
10. Catao, L. y B. Sutton, 2002, Sovereign Defaults: The Role of Volatility, Working Paper, IMF.

11. Chatterjee, S., D. Corbae, M. Nakajima y V. Rios-Rull, 2002, A Quantitative Theory of Unsecured Consumer Credit with Risk of Default, Working Paper, University of Pennsylvania.
12. Cole, H. y T. Kehoe, 2000. Self-fulfilling Debt Crises, *Review of Economic Studies* 67, 92-116.
13. Eaton, J. y M. Gerzovitz, 1981. Debt with Potential Repudiation: Theoretical and Empirical Analysis, *Review of Economic Studies* 48, 289-309.
14. Gelos, G., R. Shahay y G. Sandleris, 2003. Sovereign Borrowing by Developing Countries: What Determines Market Access?, Working Paper, IMF.
15. Greenwood, J., Z. Hercowitz y G. W. Huffman, 1988. Investment, Capacity Utilization and Real Business Cycle, *American Economic Review* 78, 402-417.
16. Hamann, Franz, 2002. Sovereign Risk and Macroeconomic Fluctuations, Working Paper, North Carolina State University.
17. Hussey, R., y G. Tauchen, 1991. Quadrature-Based Methods for Obtaining Approximate Solutions to Nonlinear Asset Pricing Models, *Econometrica* 59, 371-396.
18. Marcet, Peter, 2002. Estimating Default Probabilities of Emerging Market Sovereigns: A new Look at a Not-So-New Literature, Working Paper, The Graduate Institute of International Studies, Geneva.
19. Mendoza, Enrique, 1991. Real Business Cycles in a Small Open Economy, *American Economic Review* 81, 797-889.
20. Mendoza Enrique, 1995. The Terms of Trade, the Real Exchange Rate and Economic Fluctuations, *International Economic Review* 36, 101-137.
21. Min, Hong G., 1998. Determinants of Emerging Markets Bond Spreads- Do Economic Fundamentals Matter?, The World Bank, Policy Research Paper No. 1899.

22. Min, H., D. Lee, C. Nam y M. Park, 2003. Determinants of Emerging Market Bond Spreads: Cross-Country Evidence, *Global Finance Journal* 14, 217-286.
23. Neumeyer, P. y F. Perri, 2001. Business Cycles in Emerging Economies: The Role of Interest Rates, Working Paper, New York University.
24. Puhon, C. y F. Sturzenegger, 2003. Default Episodes in the 1990's: What have we learned?, *Handbook of Managing Volatility* (próximo a publicarse).
25. Reinhart, C., K. Rogoff y M. Savastano, 2003. Debt Intolerance, NBER Working Paper 9908.
26. Rose, Andrew, 2003. One Reason Countries Pay Their Debts: Renegotiation and International Trade, NBER Working Paper 8853.
27. Uribe, M. y V. Yue, 2003. Country Spreads and Emerging Countries: Who Drives Whom?, NBER Working Paper 10018.
28. Yue, Vivian, 2004. Sovereign Default and debt renegotiation, Working Paper, University of Pennsylvania.