Documento No. 64

Los Vectores Autorregresivos como Herramienta de Análisis Econométrico

por

Víctor M. Guerrero

Diciembre, 1987

Las ideas contenidas en el presente ensayo son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan la posición del Banco de México, S.A.

Los Vectores Autorregresivos como Herramienta de Análisis Econométrico por Víctor M. Guerrero^{*/}

1. Introducción.

En los modelos econométricos estructurales (tradicionales), que hacen uso de información en forma de series de tiempo, comúnmente se requiere imponer restricciones a los parámetros involucrados para obtener formas reducidas que puedan ser estimadas con las técnicas estadísticas conocidas; también resulta necesario hacer supuestos acerca de la dinámica del sistema económico, mediante la imposición de restricciones sobre el número de retrasos con que una variable afecta a las demás. Es requisito asimismo, conocer cuáles de las variables involucradas son exógenas y cuáles son endógenas; por otro lado, existe también el problema en algunos modelos de que se requiere tener en cuenta las expectativas del comportamiento de algunas variables (lo que ha dado origen en particular a los modelos de expectativas racionales). Este tipo de restricciones han sido subrayadas en especial por Sims (1980) y por Hendry y Richard (1983), entre otros autores de literatura econométrica.

No obstante la arbitrariedad de las restricciones impuestas a priori, ya sea por teoría económica o por necesidades de cómputo, los modelos estructurales han probado ser útiles en la práctica para obtener pronósticos y para realizar análisis de política económica. Este hecho conduce a pensar entonces que son las formas reducidas las que realmente importan en la práctica, aun cuando se hayan obtenido con restricciones derivadas de supuestos falsos; por este motivo, es conveniente tener representaciones en forma reducida, aunque no se tenga el modelo estructural completo, y esto es precisamente lo que se logra con un vector autorregresivo (VAR): una forma reducida que pudo haberse derivado de algún modelo estructural. Esto es, un VAR es una herramienta de análisis econométrico que permite a los datos hablar por ellos mismos, sin que exista necesariamente una teoría económica que guíe o restrinja la estructura de un modelo.

^{*/} Se agradece el apoyo brindado por Carlos Noriega para la elaboración de este trabajo. Asimismo se agradece a Ana Adela Velázquez la mecanografía del documento. Una versión más amplia del mismo aparece como Documento de Investigación Económica No. 11 de la Escuela de Economía de la Universidad Anáhuac.

2. Metodología de Vectores Autorregresivos.

Supóngase que se tiene interés en estudiar k series de tiempo de manera simultánea, con el fin primordial de esclarecer sus posibles interrelaciones dinámicas y construir un modelo que permita, entre otras cosas, obtener pronósticos de las k variables. Así pues, sea W_t un vector (columna) k -variado de series de tiempo o sea $W_t = (W_{1t}, W_{2t}, \dots, W_{kt})'$, donde $t = 1, \dots, N$ observaciones. Si $G(B)$ denota a la matriz de polinomios de retraso.

$$G(B) = \begin{bmatrix} g_{11}(B) & g_{12}(B) & \dots & g_{1k}(B) \\ g_{21}(B) & g_{22}(B) & \dots & g_{2k}(B) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{k1}(B) & g_{k2}(B) & \dots & g_{kk}(B) \end{bmatrix} \quad (1)$$

con

$$g_{ij}(B) = g_{ij,1} + g_{ij,2}B + \dots + g_{ij,p}B^{p-1} \quad \text{para} \quad i, j = 1, \dots, k \quad \text{y} \quad p \geq 1 \quad (2)$$

en donde B denota al operador de retraso tal que $BW_{i,t} = W_{i,t-1}$ para toda i , entonces se obtiene la expresión alternativa

$$G(B) = \begin{bmatrix} g_{11,1} & g_{12,1} & \dots & g_{1k,1} \\ g_{21,1} & g_{22,1} & \dots & g_{2k,1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{k1,1} & g_{k2,1} & \dots & g_{kk,1} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} g_{11,p} & g_{12,p} & \dots & g_{1k,p} \\ g_{21,p} & g_{22,p} & \dots & g_{2k,p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{k1,p} & g_{k2,p} & \dots & g_{kk,p} \end{bmatrix} B^{p-1} = G_1 + \dots + G_p B^{p-1} \quad (3)$$

Un vector autorregresivo viene a ser entonces un modelo que sirve para explicar el comportamiento de W_t y que admite la representación vectorial

$$W_t = G(B)W_{t-1} + D + a_t \quad (4)$$

en la cual, el hecho de que el vector W_{t-1} aparezca como regresor, indica que todas las variables del vector W son consideradas como potencialmente endógenas y explicadas por ellas mismas. D representa a un vector de factores deterministas, que comúnmente incluye a la constante y/o variables artificiales para capturar los efectos estacionales. Además $\{a_t\}$ denota a un proceso multivariado de ruido blanco normal con media cero, es decir $(a_1, a_2, \dots)$ son vectores aleatorios independientes y con distribución normal multivariada $N_k(0, \Sigma)$, donde Σ es la matriz de varianza-covarianza.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1k} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{1k} & \sigma_{2k} & \dots & \sigma_k^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

De hecho, la expresión (4) engloba un sistema de k ecuaciones del tipo

$$W_{i,t} = g_{i1}(B)W_{1,t-1} + \dots + g_{ik}(B)W_{k,t-1} + D_i + a_{it} = g_{i1,1}W_{1,t-1} + g_{i1,2}W_{1,t-2} + \dots + g_{i1,p}W_{1,t-p} + g_{i2,1}W_{k,t-1} + g_{i2,2}W_{k,t-2} + \dots + g_{i2,p}W_{k,t-p} + D_i + a_{it}$$

$$\text{para } i = 1, \dots, \quad (6)$$

en donde se aprecia explícitamente que todas y cada una de las ecuaciones contienen el mismo conjunto de regresores.

Supóngase ahora que W_t tiene media cero y covarianza estacionaria, de tal manera que ni su media ni su función de autocovarianza dependen del tiempo; por el teorema de Wold (1954) se sabe que debe existir una descomposición lineal del proceso que sigue $\{W_t\}$ en la cual pueda representarse su parte no-determinista como un proceso de promedios móviles, así pues, de (4) se tiene que

$$\Phi(B)W_t = [I - G(B)B]W_t = D + a_t \quad (7)$$

y

$$W_t = \Phi^{-1}(B)D + \Phi^{-1}(B)a_t \quad (8)$$

de donde

$$\cap_t = W_t - \Phi^{-1}(B)D = \Phi^{-1}(B)a_t \quad (9)$$

expresión, esta última, que da origen a la REPRESENTACIÓN DE PROMEDIOS MÓVILES

$$\cap_t = \Theta(B)a_t = (I + \Theta_1 B + \Theta_2 B^2 + \dots)a_t \quad (10)$$

para algunas matrices $\Theta_1, \Theta_2, \dots$ que pueden ser obtenidas a partir de la relación

$$\Theta(B)\Phi(B) = I \quad (11)$$

la cual conduce a tener (si se hace $\Theta_0 = I$ y $\Theta_j = 0$ para $j < 0$)

$$\Theta_j = \Theta_{j-1}G_1 + \dots + \Theta_{j-p}G_p \quad \text{para } j = 1, 2, \dots \quad (12)$$

por ejemplo, si el orden del vector autorregresivo es $p = 3$, se tendrá $\Phi(B) = I - G(B)B = I - G_2B^2 - G_3B^3$ y, por lo tanto

$$I = \Theta(B)\Theta(B)$$

$$= I - G_1B - G_2B^2 - G_3B^3 + \Theta_1B - \Theta_1G_1B^2 - \Theta_1G_2B^3 - \Theta_1G_3B^4 + \Theta_2B^2 - \dots$$

implica que

$$\Theta_1 = G_1$$

$$\Theta_2 = G_1^2 + G_2$$

$$\Theta_3 = G_1^3 + G_2G_1 + G_1G_2 + G_3$$

$$\Theta_4 = G_1^4 + G_2G_1^2 + G_1G_2G_1 + G_3G_1 + G_1^2G_2 + G_2^2 + G_1G_3$$

...

Una vez planteadas las ecuaciones (7) y (10) asociadas respectivamente con las representaciones autorregresiva y de promedios móviles, es natural concebir una representación mixta del tipo ARMA vectorial, así como se hace con las series univariadas. Aunque en teoría un modelo ARMA para series múltiples sería preferible para representar el comportamiento dinámico simultáneo de los elementos de W_t , en la práctica la construcción de tales modelos presenta todavía serias dificultades, tanto en la identificación del modelo como en su estimación y verificación de supuestos; por esta razón, los analistas econométricos interesados en el estudio de series de tiempo múltiples han preferido emplear el modelo (4), el cual podría pensarse que corresponde a una aproximación de un posible modelo ARMA vectorial, pero que puede construirse y analizarse más fácilmente que dicho modelo ARMA.

El método de estimación de los parámetros involucrados en el vector autorregresivo es el de MAXIMA VERISIMILITUD, para el cual se requiere de los supuestos de que $\{a_1, \dots, a_N\}$ son independientes y distribuidos como normal multivariada, así la función de densidad conjunta de $\{a_1, \dots, a_N\}$ resulta ser

$$p(a_1, \dots, a_N) = (2\pi)^{-kN/2} (\Sigma)^{-N/2} \exp \left(- \sum_{t=1}^N a_t' \Sigma^{-1} a_t / 2 \right) \quad (13)$$

ahora bien, de (7) se tiene

$$\begin{aligned} a_t &= \Phi(B)W_t - D \\ &= W_t - G_1 W_{t-1} - \dots - G_p W_{t-p} - D \end{aligned} \quad (14)$$

de tal manera que $a_1, \dots, a_p$ no están definidos, puesto que no se cuenta con las observaciones de $W_{1-p}, \dots, W_0$. Por este motivo, conviene considerar a la densidad conjunta de $\{a_1, \dots, a_N\}$, en el supuesto de que $W_{1-p}, \dots, W_0$ son valores fijos y conocidos; en este caso (14) define una transformación que

permite obtener la distribución condicional de $\{W_1, \dots, W_N | W_{1-p}, \dots, W_0\}$, en donde el Jacobiano de la transformación es unitario, entonces se obtiene

$$p(W_1, \dots, W_N | W_{1-p}, \dots, W_0) = p(a_1, \dots, a_N) \quad (15)$$

Por lo tanto, la función de verosimilitud de $\{G_1, \dots, G_p, D, \Sigma | W_{1-p}, \dots, W_N\}$ se obtiene como

$$\begin{aligned} L(G_1, \dots, G_p, D, \Sigma | W_{1-p}) &= p(W_{1-p}, \dots, W_N) \\ &= p(W_1, \dots, W_N | W_{1-p}, \dots, W_0) p(W_{1-p}, \dots, W_0) \\ &= p(a_1, \dots, a_N) p(W_{1-p}, \dots, W_0) \end{aligned} \quad (16)$$

Para proceder a maximizar la función de verosimilitud (16) con respecto a los parámetros, se requiere conocer la densidad de $W_{1-p}, \dots, W_0$. En su lugar, se acostumbra trabajar con una función de verosimilitud aproximada, que ignora dicha densidad, es decir, en la práctica se maximiza la función de log-verosimilitud aproximada.

$$\begin{aligned} \log[p(a_1, \dots, a_N)] &= -kN \log(2\pi) / 2 - N \log[\det(\Sigma)] / 2 - \\ &\quad \sum_{t=1}^N a_t' \Sigma^{-1} a_t / 2 \end{aligned} \quad (17)$$

esta función se maximiza respecto a Σ al hacer (véase Johnson y Wichern, 1982 sec. 4.3)

$$\hat{\Sigma} = \sum_{t=1}^N \hat{a}_t \hat{a}_t' / N \quad (18)$$

con

$$\hat{a}_t = W_t - \hat{G}_1 W_{t-1} - \dots - \hat{G}_p W_{t-p} - \hat{D}, t = 1, \dots, N \quad (19)$$

de tal forma que el problema se reduce a maximizar

$$\log[p(\hat{a}_{p+1}, \dots, \hat{a}_N)] = -kN \log(2\pi)/2 - N \log[\det(\hat{\Sigma})]/2 \quad (20)$$

Lo cual se logra al minimizar $\det(\hat{\Sigma})$ respecto a $\hat{G}_1, \dots, \hat{G}_p$ y $\hat{D}$.

Como se hizo notar en la expresión (6), las ecuaciones para cada una de las variables contienen al mismo conjunto de regresores, por esta razón los estimadores eficientes que surjan de minimizar $\det(\hat{\Sigma})$ serán idénticos a lo que se obtienen por mínimos cuadrados ecuación por ecuación (una demostración de esto se encuentra en Johnson y Wichern 1982, sec. 7.7). En conclusión, el método que generalmente se aplica en la práctica es el de minimizar la suma de cuadrados de los residuales de cada ecuación por separado, lo cual es equivalente al método de máxima verosimilitud cuando se usa la función de verosimilitud aproximada (17). Sobre este aspecto, importa señalar que Litterman (1979) realizó diversos experimentos de simulación Monte Carlo, de los cuales concluye que el uso de la función de verosimilitud aproximada en lugar de (16) no distorsiona notablemente los resultados y por ello se justifica su empleo en la práctica.

Como resultado de la estimación de un VAR se deben obtener desde luego, los coeficientes de regresión estimados y los errores estándar correspondientes a cada uno de dichos coeficientes; además, conviene calcular los estadísticos F que sirven para determinar la significación estadística de cada una de las variables (con todos sus retrasos), para explicar a la variable dependiente de la ecuación en turno. Estas pruebas F sirven para determinar posibles direcciones de causalidad, según la definición de causalidad dada por Granger (1969), que se verá más adelante.

En general, las ecuaciones estimadas que forman el VAR son difíciles de interpretar, pues intervienen demasiados coeficientes de interpretar, pues intervienen demasiados coeficientes y no es razonable suponer que un cierto retraso de una variable se mueve mientras que los demás retrasos permanecen constantes, como es requerido para interpretar los coeficientes de una regresión. Por este motivo, es preferible hacer uso de la representación de promedios móviles correspondientes al VAR estimado, ya que así podrá observarse la respuesta del sistema de variables de las variables a una innovación (es decir, a un choque inesperado) en cualquiera de las variables consideradas; así pues, la respuesta de la variable i a una innovación unitaria en la variable m , j periodos antes, viene dada por el elemento im de la matriz Θ_j . Tales respuestas, vistas como función de retrasos en el tiempo, es a lo que se conoce como FUNCIONES DE IMPULSO-RESPUESTA, a las cuales se hará mención en la

sección siguiente; por lo pronto se presentará un algoritmo relativamente sencillo que permite obtener las matrices $\hat{\Theta}_j, j = 0, 1, \dots$, de la representación de promedios móviles, asociada con la matriz de polinomios de retraso estimada $\hat{G}(B)$.

Sea $\hat{\Theta}_j = (\hat{\Theta}_{j,1}, \hat{\Theta}_{j,2}, \dots, \hat{\Theta}_{j,k})$ con $\hat{\Theta}_{j,i} = 0$ para $j < 0, i = 1, \dots, k$, entonces, la columna i de $\hat{\Theta}_j$ se obtiene como

$$\begin{aligned}\hat{\Theta}_{j,i} &= \hat{G}(B)\hat{\Theta}_{j-1,i} + a_{j,i} \\ &= \hat{G}_1\hat{\Theta}_{j-1,i} + \hat{G}_2\hat{\Theta}_{j-2,i} + \dots + \hat{G}_p\hat{\Theta}_{j-p,i} + a_{j,i} \\ &\text{para } j = 0, 1, \dots, \text{ e } i = 1, \dots, k\end{aligned}\quad (21)$$

donde $\alpha_{0,i}$ es la i -ésima columna de la matriz identidad y $\alpha_{j,i} = 0$ para $j = 1, 2, \dots$, e $i = 1, \dots, k$. Como verificación de que (21) en realidad sí genera la representación de promedios móviles, obsérvese que

$$\begin{aligned}\hat{\Theta}_{0,i} &= \alpha_{0,i} \\ \hat{\Theta}_{1,i} &= \hat{G}_1\hat{\Theta}_{0,i} = \hat{G}_1\alpha_{0,i} \\ \hat{\Theta}_{2,i} &= \hat{G}_1\hat{\Theta}_{1,i} + \hat{G}_2\hat{\Theta}_{0,i} = (\hat{G}_1^2 + \hat{G}_2)\alpha_{0,i} \\ \hat{\Theta}_{3,i} &= \hat{G}_1\hat{\Theta}_{2,i} + \hat{G}_2\hat{\Theta}_{1,i} + \hat{G}_3\hat{\Theta}_{0,i} \\ &= (\hat{G}_1^3 + \hat{G}_1\hat{G}_2 + \hat{G}_2\hat{G}_1 + \hat{G}_3)\alpha_{0,i} \\ &\dots\end{aligned}$$

de donde se obtienen las matrices

$$\hat{\Theta}_0 = I, \hat{\Theta}_1 = \hat{G}_1, \hat{\Theta}_2 = \hat{G}_1^2 + \hat{G}_2, \hat{\Theta}_3 = \hat{G}_1^3 + \hat{G}_1\hat{G}_2 + \hat{G}_2\hat{G}_1 + \hat{G}_3, \dots$$

las cuales satisfacen la relación (12), como era requerido.

También conviene examinar las correlaciones contemporáneas entre los residuales de las diversas ecuaciones, con las cuales se forma de hecho una matriz de correlaciones; esto es, ya que se estimaron las ecuaciones se tiene

$$W_t = \hat{G}(B)W_{t-1} + \hat{D} + \hat{a}_t \quad (22)$$

en donde $\hat{a}_t = (\hat{a}_{1t}, \dots, \hat{a}_{kt})'$ es el vector de residuales en el período t, además

$$\hat{\sigma}_{ij} = \sum_{t=1}^N \hat{a}_{it} \hat{a}_{jt} / N \quad (23)$$

proporciona el elemento ij-ésimo de la matriz de varianza-covariana estimada, $\hat{\Sigma}$. También se requiere la matriz de desviaciones estándar $\hat{\delta}$, definida como la matriz diagonal de dimensión k cuyos elementos son precisamente las desviaciones estándar de las variables que aparecen en el sistema, es decir,

$$\hat{\delta} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_k) \quad (24)$$

la cual se estima simplemente sustituyendo a $\hat{\sigma}_j$ por σ_j para $j=1, \dots, k$. A partir de $\hat{\Sigma}$ y de $\hat{\delta}$ se estima la matriz de correlaciones contemporáneas como

$$r = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{12} & 1 & \dots & r_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{ik} & r_{2k} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \hat{\delta}^{-1} \hat{\Sigma} \hat{\delta}^{-1} \quad (25)$$

en donde

$$r_{ij} = \hat{\sigma}_{ij} / \hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j \text{ para } i, j = 1, \dots, k \quad (26)$$

En lo que toca ya a la construcción de un vector autorregresivo, uno de los primeros aspectos que debe ser considerado es la forma en la cual se expresan las variables (en niveles, flujos, variaciones, proporciones, etcétera), para esto conviene tener en mente que las series deben cumplir con el requisito de estacionariedad y además deben admitir una interpretación razonable; lograr ambas cosas en la práctica es sumamente difícil y por lo mismo quizá deberá sacrificarse algo de rigor estadístico para hacer que las variables ingresen al VAR con una expresión que permita interpretar los resultados posteriormente. A este respecto, recuérdese que muchas veces conviene expresar a las variables en logaritmos, ya que al tomar posteriormente una diferencia se obtiene como aproximación la tasa de crecimiento de la variable. En general, si el vector de variables observadas se denota por $Z_t = (Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{kt})'$, el vector de variables transformadas será denotado por

$$T(Z_t) = (T_1(Z_{1t}), T_2(Z_{2t}), \dots, T_k(Z_{kt}))' \quad (27)$$

en donde $T_i = (Z_{it})$ expresa cualquier transformación que se aplique a la serie Z_{it} , $i=1, \dots, k$ y que en particular puede ser una transformación potencia^{*/}. Tal transformación se puede elegir, según se indica en Guerrero (1983), con el fin de estabilizar la varianza de cada una de las series por separado.

Para conseguir la estacionariedad es necesario también estabilizar el nivel de las series, para eso conviene entonces aplicar el operador diferencia un número apropiado de veces (lo cual equivale a eliminar una posible tendencia polinomial adaptativa) y esto conduce a obtener el vector

$$W_t = (W_{1t}, W_{2t}, \dots, W_{kt})' \text{ con } W_{it} = (1 - B)^{d_i} T_i(Z_{i,t}), i = 1, \dots, k \quad (28)$$

nótese en esta expresión que se puede tener $T_i(\bullet) \neq T_m(\bullet)$ y/o $d_i \neq d_m$ para $i \neq m$. Otra manera que a veces se utiliza en la práctica para estabilizar el nivel, consiste en incluir una tendencia polinomial en el VAR, de tal forma que en la expresión (4) se tenga, por ejemplo, $D = D_t = \alpha + \beta t$ como vector de

^{*/} La transformación potencia de la serie $\{Z_{it}\}$ es de la forma

$$T_i(Z_{it}) = Z_{it}^{\tau_i} \text{ si } \tau_i = 0$$

$$\text{para } Z_{it} > 0$$

factores deterministas dependientes del tiempo. Adviértase también que en (28) no aparecen diferencias estacionales, desde luego que dichas diferencias si pueden incluirse, pero para evitar complicaciones con la interpretación de resultados, en la práctica se acostumbra sustituirlas por variables artificiales que pretenden capturar los efectos estacionales. Ahora bien, el aplicar transformaciones y estabilizar niveles comúnmente se realiza con las series consideradas individualmente y con ello quizá se logre la estacionariedad individual de cada serie $\{W_{it}\}$, pero debe notarse que, aunque bueno, eso no garantiza la estacionariedad de todo el vector de series $\{W_t\}$, puesto que no sólo las medias y las autocovarianzas deben ser independientes del tiempo, sino que tampoco las covarianzas cruzadas^{*/} deben depender de t.

Otro aspecto que debe mencionarse explícitamente es el de la selección del orden de la autorregresión (p). Antes que nada, es recomendable tener en mente el hecho de que a mayor número de retrasos, mayor será la posibilidad de que se presente multicolinealidad en el modelo (lo cual tenderá a inflar las varianzas de los coeficientes autorregresivos), menor será el número de grados de libertad con que se cuente (en un VAR para series mensuales con 6 variables, 4 retrasos, constante y variables artificiales para capturar los efectos estacionales, deben estimarse por cada ecuación 36 parámetros de regresión, más la varianza residual, lo cual requiere datos de al menos 4 años completos para conseguir solamente 11 grados de libertad) y desde luego, menos parsimonioso será el modelo resultante. Por otro lado, considérese también que si el valor de p es pequeño, se corre el riesgo de no conseguir una representación autorregresiva que se razonablemente válida, ya

sea como aproximación a la forma reducida de un modelo estructural subyacente o de un posible modelo de ARMA vectorial. Desde el punto de vista estadístico, Tjostheim (1981) cita varios criterios que pudieran ser empleados para determinar el orden del VAR, dentro de ellos, uno relativamente simple y que produce estimaciones consistentes del “verdadero” orden (suponiendo que dicho orden exista) es el propuesto por Hannan y Quinn para modelos univariados y generalizado por Quinn (1980) a modelos de series múltiples. El criterio que debe minimizarse en función del valor de p es

$$\log(Z_{it}) \text{ si } \tau_i = 0$$

^{*/} La covarianza entre $\{W_t\}$ y $\{W_{t-m}\}$ es una función matricial (simétrica cuando m=0) definida como

$$\Gamma(m) = E(W_t W_{t-m}') \text{ para } m = 0, 1, 2, \dots$$

que satisface $\Gamma(m) = \Gamma'(-m)$ y cuyo elemento ij-ésimo proporciona la covarianza cruzada entre $W_{i,t}$ y $W_{j,t-m}$.

$$HQ(P) = \log[\det(\hat{\Sigma})] + 2pk^2 \log[\log(N)]/N \quad (29)$$

con $\hat{\Sigma}$ dada por (23), k el número de variables y N el total de observaciones disponibles para el vector de series.

Conviene subrayar que el criterio (29) considera el ajuste simultáneo de las k ecuaciones que forman el VAR, por ello es factible que criterios para autorregresiones univariadas (por ejemplo el coeficiente de determinación ajustado por grados de libertad) conduzcan a otro tipo de especificaciones al nivel de cada una de las ecuaciones por separado. Asimismo, es de esperar que otros criterios, como podrían ser simulaciones en períodos postmuestrales, conduzcan también a decisiones distintas de la que se obtiene con el uso de (29), en esos casos es responsabilidad del analista optar por la decisión que más convenga a los fines del modelo.

3. Análisis del VAR

Una vez que se ha construido un vector autorregresivo, es factible utilizarlo para, entre otras cosas, esclarecer los canales de transmisión que siguen los efectos de las variables que aparecen en el VAR, lo cual puede lograrse mediante lo que se conoce como un ANÁLISIS DE CAUSALIDAD, complementado con el análisis de las funciones de impulso-respuesta; otra utilidad, que puede considerarse como tradicional, es la que se refiere a PRONÓSTICO.

El problema del pronóstico se refiere básicamente a estimar el valor futuro del vector de series, a partir de las observaciones $W_1, \dots, W_N$ y de una representación VAR razonablemente válida. Sea $\hat{W}_N(h)$ el pronóstico puntual de W_{N+h} a partir del origen N (h períodos hacia delante), de tal forma que $W_{N+h} - \hat{W}_N(h)$ representa al error de pronóstico respectivo. El criterio de optimalidad que se emplea para determinar el “mejor” pronóstico, es el de ERROR CUADRÁTICO MEDIO mínimo, el cual conduce, como en el caso univariado, al empleo de la esperanza condicional para obtener $\hat{W}_N(h)$; es decir, una vez que se tiene estimada la expresión (4) y haciendo caso omiso de las variaciones aleatorias a que están sujetos los estimadores $\hat{G}_1, \dots, \hat{G}_p$ y $\hat{D}$, se obtiene.

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_N(h) &= E_N(W_{N+h}) \\ &= \hat{G}_1 E_N(W_{N+h-1}) + \dots + \hat{G}_p E_N(W_{N+h-p}) + \hat{D} + E_N(a_{N-h}) \end{aligned} \quad (30)$$

donde, para $h = 1, 2, \dots$, se tiene

$$E_N(W_{N+h}) = E(W_{N+h} | W_N, W_{N-1}, \dots) \text{ y } E_N(a_{N+h}) = 0 \quad (31)$$

así que el pronóstico óptimo se comporta de acuerdo con la ecuación en diferencia

$$\hat{W}_N(h) = \hat{G}(B)\hat{W}_N(h-1) + \hat{D}, \text{ para } h = 1, 2, \dots \quad (32)$$

con $\hat{W}_N(j) = W_{N+j}$ si $j \geq 0$.

La expresión (32) permite obtener los pronósticos en forma recursiva y muestra además que los primeros p pronósticos $W_N(1), \dots, W_N(p)$ están completamente determinados por las últimas observaciones $W_{N-p+1}, \dots, W_N$. En términos de la representación de promedios móviles se tiene que

$$W_{N+h} = a_{N-h} + \Theta_1 a_{N+h-1} + \dots + \Theta_{h-1} a_{N+1} + \Theta_h a_N + \dots + \Theta(B)D$$

por lo tanto, el error de pronóstico viene dado por

$$\begin{aligned} W_{N+h} - \hat{W}_N(h) &= a_{N+h} + \Theta_1 a_{N+h-1} + \dots + \Theta_{h-1} a_{N+1} \\ &= \sum_{j=0}^{h-1} \Theta_j a_{N+h-j} \quad \text{con } \Theta_0 = I \end{aligned} \quad (34)$$

así que la matriz de varianza-covarianza de los errores de pronóstico viene a ser

$$\begin{aligned} \text{Var}[W_{N+h} - \hat{W}_N(h)] &= E\{[W_{N+h} - \hat{W}_N(h)][W_{N+h} - \hat{W}_N(h)]'\} \\ &= \sum_{j=0}^{h-1} \Theta_j \Sigma \Theta_j' \end{aligned} \quad (35)$$

a partir de (32), (35) y el supuesto de distribución normal para a , podrían deducirse entonces regiones de confianza simultáneas para los valores futuros W , así como intervalos de confianza individual para cada $W_{i,N+h}$, $i = 1, \dots, k$ y $h = 1, 2, \dots$. Además, los pronósticos de $\{Z_t\}$ pueden obtenerse a partir de los pronósticos de $\{W_t\}$.

En lo que toca al análisis de causalidad, conviene señalar que la definición de causalidad que se emplea en la práctica es la que proporcionó Granger (1969) y que se ha dado en llamar precisamente “causalidad de Granger”. Dicha definición ha sido objetada porque deja a un lado las explicaciones teóricas que se puedan tener sobre las relaciones entre variables y se basa exclusivamente en la información provista por las series que se estudian; además, la idea que está detrás de la definición es que lo que ocurre primero no puede tener como causa algo que ocurre después, es decir, lo que Granger define es en esencia una CAUSALIDAD TEMPORAL Y EMPÍRICA. Estas dos críticas que se le hacen a la definición de Granger, podrían ser empleadas también como argumentos a favor de su empleo para verificar la existencia de causalidad con datos del tipo de series de tiempo, ya que de hecho esta definición puede operacionalizarse de manera directa.

De acuerdo con Granger y en pocas palabras, una serie de tiempo $\{W_{1,t}\}$ es causada por la serie $\{W_{k,t}\}$ si el pronóstico de $W_{1,t+1}$ es más preciso (tiene menor varianza) al incluir la información histórica de $W_{k,t}$ que si no se incluye dicha información (y en ambos casos se utiliza la información histórica de $\{W_{1,t}, \dots, W_{k-1,t}\}$).

A partir de un proceso de proceso de series múltiples que tenga covarianza estacionaria y que admita la presentación autorregresiva (4), el problema de probar si la serie $\{W_{k,t}\}$ digamos, causa a la serie $\{W_{1,t}\}$, equivale a probar la hipótesis de que el polinomio de retraso $g_{ik}(B)$ es igual a cero, como podría apreciarse en la relación (6) para $i=1$, ya que dicho polinomio es el que se asocia con la información W_k . Entonces, la hipótesis de no causalidad de $W_{k,t}$, a $W_{1,t}$, equivaldría a la hipótesis nula

$$H_0 : g_{1k,1} = \dots = g_{1k,p} = 0 \quad (36)$$

la cual puede probarse mediante una prueba F del tipo convencional en análisis de regresión múltiple. La validez de esta prueba, sin embargo, no es del todo clara como se verá a continuación: supónganse que se desea probar causalidad de W_1 , en este caso se estudiaría la ecuación

$$W_{1,t} = g_{11}(B)W_{1,t-1} + g_{12}(B)W_{2,t-1} + \dots + g_{1k}(B)W_{k,t-1} + D_1 + a_{1,t} \quad (37)$$

sin embargo, en la construcción del VAR no solamente esta ecuación sino en particular la siguiente, también tuvo que haberse estimado

$$W_{2,t} = g_{21}(B)W_{2,t-1} + g_{22}(B)W_{2,t-1} + \dots + g_{2k}(B)W_{k,t-1} + D_2 + a_{2,t} \quad (38)$$

así pues, si se sustituye (38) en (37), se tiene

$$\begin{aligned} W_{i,t} = & [g_{11}(B) + g_{12}(B)g_{21}(B)B]W_{1,t-1} + g_{12}(B)g_{22}(B)BW_{2,t-1} + \dots + \\ & [g_{1k}(B) + g_{12}(B)g_{2k}(B)B]W_{k,t-1} + g_{12}(B)D_2 + D_1 + \\ & g_{12}(B)a_{2,t-1} + a_{1,t-1} \end{aligned} \quad (39)$$

esta última expresión muestra que aparecen simultáneamente $W_{2,t-1}$ y $a_{2,t-1}$, es decir, la variable W_2 estará correlacionada con el error; por este motivo la prueba F proporcionará resultados inexactos, que deberán verse con mucha reserva y básicamente como guías para análisis posteriores.

Debe tenerse en mente además, que si la hipótesis (36) no es rechazada, la causalidad (temporal) de W_{kt} a W_{it} puede ser ocasionada por una correlación no descubierta de W_k y W_1 con una VARIABLE OMITIDA, que podría ser el eslabón o la causa de ambas. Asimismo, recuérdese que para que exista causalidad se debe tener cierta precedencia temporal, de tal forma que no debería existir la CAUSALIDAD CONTEMPORÁNEA o instantánea, sin embargo ésta se presenta en la práctica con frecuencia, debido fundamentalmente a los métodos de recolección de la información. Respecto a este último punto, Sims (1980) sugiere estudiar la matriz de correlaciones contemporáneas (25); dicha matriz no permite identificar causalidad a menos que se tengan como apoyo algunas condiciones impuestas a priori, esto se debe al hecho de que si, por ejemplo, r_{12} fuese positiva y grande, no se sabría si esto es porque los residuales de W_1 crecen de manera autónoma y hacen a los residuales de W_2 los que inducen al cambio; el problema radica entonces en la existencia de esas correlaciones contemporáneas y, para resolverlo, Sims sugiere examinar tentativamente diversos ordenamientos causales de las variables en estudio, para lo cual pueden utilizarse como guía los resultados de las pruebas F. Debe señalarse que Sims prefiere referirse a pruebas de EXOGENEIDAD más que de causalidad ya que considera este término más apropiado y porque permite señalar graduaciones de

mayor o menor intensidad en la exogeneidad; de hecho, Sims (1972) estableció que la variable W_1 es exógena con respecto a $W_2, \dots, W_k$ si y sólo si $W_2, \dots, W_k$ no causan a W_1 .

Nótese que la causalidad se prueba entre las series del vector W , pero en realidad se desea obtener conclusiones acerca del vector Z ; por este motivo debe cuidarse que la transformación $T(\cdot)$ que se haya empleado (véase (27)) admita inverso y que, de preferencia, el grado de diferenciación (véase (28)) sea el mismo para todas las series, ya que así la causalidad de W_1 a W_j se mantiene de Z_i a Z_j , para $i, j = 1, \dots, k$.

Supóngase que un ordenamiento es $W_{it} \gg W_{2t} \gg \dots \gg W_{kt}$ de tal manera que W_{it} resulta ser exógena y los residuales asociados con ella son autónomos (denótese como e_{1t}); en este caso, los residuales de W_{2t} , es decir a_{2t} , estarán correlacionados solo con a_{1t} y al cancelar dicha correlación se obtienen ahora unos nuevos residuales e_{2t} ortogonales a e_{1t} ; lo mismo se hace entonces con los residuales a_{3t} que se ortogonalizan respecto a e_{1t} y e_{2t} , y dan por resultado e_{3t} ; de esta manera se continúa y se obtiene un nuevo conjunto de residuales $\{e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{kt}\}$ a los residuales ortogonales $\{e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{kt}\}$ mediante las relaciones (válidas para $t=1, \dots, N$)

$$\begin{aligned}
 e_{1t} &= \hat{a}_{1t} \\
 e_{2t} &= \hat{a}_{2t} - u_{2,1}e_{1t} \\
 &\dots \\
 e_{kt} &= \hat{a}_{kt} - u_{k,1}e_{1t} - \dots - u_{k,k-1}e_{k-1,t}
 \end{aligned} \tag{40}$$

en donde

$$u_{i,j} = \sum_{t=1}^N \hat{a}_{it} e_{jt} / \sum_{t=1}^N e_{jt}^2 \text{ para } i=2, \dots, k \text{ y } j=1, \dots, i-1 \tag{41}$$

En términos matriciales, las relaciones (40) definen una transformación del tipo

$$\hat{a}_t = Ue_t \text{ con } \text{Var}(\hat{a}_t) = U\text{Var}(e_t)U' = \Sigma \quad (42)$$

de tal forma que

$$e_t = U^{-1}\hat{a}_t \text{ con } E(e_t) = 0 \quad (43)$$

y

$$\begin{aligned} \text{Var}(e_t) &= E(e_t e_t') \\ &= E[\text{diag}(e_{1t^2}, e_{2t^2}, \dots, e_{kt^2})] \\ &= \text{diag}[E(e_{1t^2}), E(e_{2t^2}), \dots, E(e_{kt^2})] \\ &= \text{diag}[\text{Var}(e_{1t}), \text{Var}(e_{2t}), \dots, \text{Var}(e_{kt})] \\ &= U^{-1} \Sigma U^{-1} \end{aligned} \quad (44)$$

Para poder estimar esta matriz de varianza-covarianza se requiere usar $\hat{\Sigma}$ (véase (23)) y obtener la matriz U^{-1} , que viene dada, en este caso particular del ordenamiento (40), por

$$U^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ u_{2,1} & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{k,1} & u_{k,2} & \dots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (45)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ -u_{2,1} & 1 & 0 & 0 \dots 0 \\ -u_{3,1} + u_{3,2}u_{2,1} & -u_{3,2} & 1 & 0 \dots 0 \\ -u_{4,1} + u_{4,2}u_{3,1} - u_{4,3}u_{3,2}u_{2,1} & -u_{4,2} + u_{4,3}u_{3,2} & -u_{4,3} & 1 \dots 0 \end{bmatrix}$$

Al probar diversos ordenamientos puede verse la sensibilidad de los resultados y deducir de esta manera qué tanto influye el ordenamiento impuesto en las variables, desde luego, el ordenamiento no tendrá efecto prácticamente si los residuales originales presentan correlaciones muy cercanas a cero (lo cual se refleja en que las u 's de (41) sean prácticamente iguales a cero).

Una vez ortogonalizados los residuales, la representación de promedios móviles (10) puede describirse en términos de residuales ortogonales, dando por resultado

$$W_t - \hat{\Theta}(B)D = \hat{\Theta}(B)\hat{a}_t = \hat{\Theta}(B)Ue_t \quad (46)$$

recuérdese que esta representación de promedios móviles genera las funciones de impulso-respuesta para W_t y las matrices $\hat{\Theta}_1, \hat{\Theta}_2, \dots$ adquieren entonces el nombre de MULTIPLICADORES DINÁMICOS, ya que transmiten las respuestas (actuales y subsecuentes) de las variables, a choques en cualquiera de los elementos de a y equivalentemente, las matrices $\hat{\Theta}_1 U, \hat{\Theta}_2 U, \dots$ serán los multiplicadores dinámicos que transmiten las respuestas a choques en e .

Debido a las posiblemente distintas unidades de las variables empleadas, la interpretación de un choque inesperado de tamaño empleadas, la interpretación de un choque inesperado de tamaño unitario en alguna de ellas se complica y por esta razón se acostumbra generar versiones a escala de las funciones de impulso-respuesta que muestren las respuestas de todo el sistema de variables, a un choque con magnitud de una desviación estándar, de tal manera que el lugar de trabajar directamente con las $\hat{\Theta}_1$'s de (46) se trabaja con

$$\hat{M}_t = \hat{\Theta}_t \hat{\delta} \quad (47)$$

Es importante advertir que no es de esperar que los choques aleatorios ocurran de manera independiente y por el contrario, la matriz (25) indica cuáles choques se dan simultáneamente. Ahora bien, los patrones dinámicos marcados por las funciones de impulso-respuesta están afectados por variaciones muestrales y, para determinar la significación estadística de tales patrones, dado que se desconocen sus distribuciones de probabilidades, podría utilizarse el método de Monte Carlo (para generar diversas realizaciones de tales patrones) como lo hace Fischer (1982), sin embargo este procedimiento es muy costoso por el tiempo de cómputo que requiere. Otra manera de visualizar,

aunque sea de manera burda, los posibles efectos significativos de tales patrones dinámicos, es mediante la comparación directa de los efectos contra la matriz de desviaciones estándar $\hat{\delta}$ de (24); a este respecto, Fischer (1981) atribuye el siguiente argumento a Sims: “como no se usaron estadísticos t o pruebas de significación como guía, en la búsqueda de un modelo apropiado para usarse, los cocientes de coeficientes entre desviaciones estándar, con valores menores a los niveles convencionales de significación resultan ser de interés”, por este motivo conviene subrayar de alguna manera como importantes a los cocientes que excedan los valores 0.5, 1.0 y 2.0.

Por otro lado, la importancia de los efectos mostrados por las funciones de impulso-respuesta, se puede medir de manera alternativa mediante lo que se conoce como DESCOMPOSICIÓN DE LA VIARIANZA DEL PRONÓSTICO h-períodos hacia delante. Esta descomposición sirve para obtener proporciones de varianza que sean atribuibles a choques inesperados (o innovaciones) en cada variable del VAR, de hecho lo que se tiene es lo siguiente: el error de pronóstico de W_t , dada la información hasta t-h viene a ser

$$\begin{aligned} W_t - \hat{W}_{t-h}(h) &= a_t - \Theta_1 a_{t-1} - \Theta_2 a_{t-2} - \dots - \Theta_{h-1} a_{t-h+1} \\ &= Ue_t - \Theta_1 Ue_{t-1} - \Theta_2 Ue_{t-2} - \dots - \Theta_{h-1} Ue_{t-h+1} \end{aligned} \quad (48)$$

con varianza

$$\begin{aligned} Var(W_t - \hat{W}_{t-h}(h)) &= \sum_{m=0}^{h-1} \Theta_m U \Sigma U' \Theta_m' \\ &= \sum_{m=0}^{h-1} C_m \Sigma C_m' \end{aligned} \quad (49)$$

con $C_m = \Theta_m U$ para $m = 1, 2, \dots, h-1$ y $C_0 = U$.

Si $C_{m,ij}$ denota al elemento ij-ésimo de la matriz C_m , entonces la varianza del error de pronóstico h-períodos hacia delante, de la variable i-ésima, está dada por

$$\sum_{i=0}^{h-1} (c_{m,il}^2 \sigma_1^2 + \dots + c_{m,ik}^2 \sigma_k^2) \quad (50)$$

por lo tanto, la proporción de varianza atribuible a innovaciones ortogonales en la variable j , digamos, se obtiene al dividir a $\sum_{m=0}^{h-1} c_{m,kj}^2 \sigma_j^2$ entre la expresión (50). Debido a que las matrices $C_1, \dots, C_{h-1}$ dependen de la ortogonalización (40), para cada distinto ordenamiento que se tenga, la matriz U de (42) será distinta y se obtendrá también una diferente descomposición de la varianza del pronóstico. El examen de estas descomposiciones de varianza permite observar niveles de exogeneidad de las variables en estudio ya que, mientras más exógena sea una variable, una mayor proporción de la varianza de su pronóstico será atribuible a innovaciones en ella misma, para diferentes horizontes (h) en consideración.

Es importante hacer notar también que los resultados de las pruebas de causalidad y las relaciones dinámicas en general, no son invariantes a la agregación temporal de series, como lo demuestran Tiao y Wei (1976) y, por ejemplo, relaciones de causalidad unidireccional en series mensuales pueden transformarse en retroalimentaciones cuando se consideran series trimestrales; así pues, la unidad temporal de observación de las series resulta ser de importancia y deberá tomarse una decisión acerca de cuál será la que se utilice desde el inicio del estudio, dependiendo básicamente de la disponibilidad de la información; desde luego, existe entonces la posibilidad de que dos estudios en donde aparezcan las mismas variables, pero con diferente unidad temporal de observación, lleguen a conclusiones discrepantes. Por estas razones, conviene hacer explícitas las definiciones de variables, sus métodos de agregación, sus unidades temporales de observación y sus fuentes de información.

REFERENCIAS

- Fischer, S. (1981) “Relative Shocks, Relative Price Variability, and Inflation” Brooking Papers on Economic Activity 2, 381-441.
- Fischer, S. (1982) “Relative Prive Variability and Inflation in the United States and Germany”, European Economic Review 18, 171-196.
- Granger, C.W.J. (1969) “Investigating Causal Relations by Econometric Models an Cross-Spectral Methods”, Econometrica 37, 424-438.
- Guerrero, G.V.M. (1983) Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas. Libro no-publicado, Mineo.
- Hendry, D.F. y Richard J.F. (1983) “The Econometric Analysis of Economic Time Series”, International Statistical Review 51, 111-163.
- Johnson, R.A. y Wichern, D.W. (1982) Applied Multivariate Statistical Analysis. New Jersey: Prentice Hall.
- Litterman, R.B. (1979) “Techniques of Forecasting Using Vector Autoregressions”, Working Paper No. 115, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- Quinn, B.C. (1980) “Order Determination for a Multivariate Autoregression”, Journal of the Royal Statistical Society – B 42, 182-185.
- Sims, Ch. A. (1972) “Money Income and Causality”. American Economic Review 62, 540-552.
- Sims, Ch. A. (1980) “Macroeconomics and Reality”, Econometrica 48, 1-48.
- Tiao, G.C. y Wei, W. S. (1976) “Effect of temporal aggregation on the dynamic relationship of two time series variables”, Biometrika 63, 513-523.

Tjöstheim, D. (1981) “Granger Causality in Multiple Time Series”, Journal of Econometrics 17, 157-176.

Wold, H. (1954) A Study in the Analysis of Stationary Time Series. Uppsala: Almqvist and Witsell (2ª. Edición).

SERIE DOCUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

1. ESTRUCTURA FINANCIERA Y EXPERIENCIA CAMBIARIA: MÉXICO 1954-1977.
Guillermo Ortiz. Octubre, 1978.
2. EL FINANCIAMIENTO DEL GASTO PÚBLICO EN UNA ECONOMÍA EN CRECIMIENTO: EL CASO DE MÉXICO.
Alain Ize. Noviembre 1978.
3. ALGUNOS ASPECTOS DEL ENDEUDAMIENTO PÚBLICO EXTERNO DE MÉXICO.
Ernesto Zedillo. Diciembre 1978.
4. UNA APLICACIÓN DEL MODELO BAYESIANO DE DECISIÓN EN EL ANÁLISIS DE FUNCIONES DE PRODUCCIÓN AGRÍCOLA.
Héctor E. González M. Diciembre, 1978.
5. POLÍTICA MACROECONÓMICA EN EL CORTO PLAZO: UNA RESEÑA.
Alain Ize. Marzo, 1979.
6. ESTUDIOS DE MONEDA Y BANCA Y POLÍTICA MONETARIA SOBRE MÉXICO: SELECCIÓN BIBLIOGRÁFICA DE 1943 A 1978.
Abril, 1979.
7. COMERCIO EXTERIOR MÉXICO-ESTADOS UNIDOS: PROBLEMAS DE COMPARABILIDAD ESTADÍSTICA.
Jorge Carriles Rubio. Mayo, 1979.
8. EXPLOTACIÓN ÓPTIMA DE RESERVAS PETROLERAS EN UN CONTEXTO MACROECONÓMICO.
José Córdoba. Mayo, 1979.
9. ASPECTOS DEFLACIONARIOS DE LA DEVALUACIÓN DEL PESO MEXICANO DE 1976.
José Córdoba y Guillermo Ortiz. Mayo, 1979.
10. EXTRACCIÓN ÓPTIMA DE PETRÓLEO Y ENDEUDAMIENTO EXTERNO: EL CASO DE MÉXICO.
Ernesto Zedillo. Junio, 1979.
11. IMPUESTOS DIRECTOS: PROGRESIVIDAD ÓPTIMA.
Jesús Seade. Septiembre, 1979.
12. OPCIONES DE POLÍTICA ECONÓMICA 1979-1982.
Sócrates Rizzo y Leopoldo Solís. Septiembre, 1979.
13. INTERMEDIARIOS FINANCIEROS Y MERCADOS IMPERFECTOS DE CAPITAL.
Guillermo Ortiz. Septiembre, 1979.

14. ESTIMACIONES DE EQUILIBRIO GENERAL DE LOS EFECTOS DE LAS DISTORSIONES EN LOS MERCADOS DE FACTORES: EL CASO DE MÉXICO.
José J. Sidaoui y Richard H. Sines. Octubre, 1979.
15. UN ANÁLISIS DE LA INFLACIÓN EN MÉXICO.
Alain Ize. Octubre, 1979.
16. ANÁLISIS DE LOS COMPONENTES DEL CAMBIO ESTRUCTURAL CON UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL, 1970-75.
José J. Sidaoui y Richard H. Sines. Enero, 1980.
17. TIPOS DE CAMBIO FLOTANTES Y DESLIZ CAMBIARIO: LAS EXPERIENCIAS DE ALGUNOS PAÍSES EN DESARROLLO.
Guillermo Ortiz y Leopoldo Solís. Enero, 1980.
18. UN MODELO DE INFLACIÓN Y CRECIMIENTO EN UNA ECONOMÍA CAPITALISTA EN DESARROLLO.
Alain Ize. Enero, 1980.
19. CRECIMIENTO E INFLACIÓN: ALTERNATIVAS CAMBIARIAS PARA MÉXICO.
Guillermo Ortiz y Leopoldo Solís. Febrero, 1980.
20. COMPORTAMIENTO DE LA CAPTACIÓN BANCARIA EN MÉXICO.
Héctor E. González Méndez. Mayo, 1980.
21. LA ENCUESTA DE TURISMO RECEPTIVO. REPORTE METODOLÓGICO.
Alberto Vargas Aguayo. Junio, 1980.
22. AJUSTE ESTACIONAL DE UNA SERIE DE TIEMPO MEDIANTE EL USO COMPLEMENTARIO DE MÉTODOS TRADICIONALES Y LA TÉCNICA DE BOX-JENKINS.
Gabriel Vera Ferrer y Víctor M. Guerrero. Julio, 1980.
23. DISTRIBUCIÓN DEL FINANCIAMIENTO OTORGADO POR EL SISTEMA BANCARIO MEXICANO A LA BANCA PRIVADA Y MIXTA.
Víctor M. Guerrero y Gabriel Vera Ferrer. Julio, 1980.
24. LA MIGRACIÓN INDOCUMENTADA A ESTADOS UNIDOS: UN NUEVO ENFOQUE.
Juan Díez Canedo. Julio, 1980.
25. UN MODELO FINANCIERO DE DESEQUILIBRIO A CORTO PLAZO PARA LA ECONOMÍA MEXICANA.
Alain Ize. Julio, 1980.
26. ESTIMACIÓN DE LA FUNCIÓN DE IMPORTACIONES PARA MÉXICO.
Javier Salas. Agosto, 1980.

27. UNA ALTERNATIVA PARA LA MEDIA ARITMÉTICA EN EL CÁLCULO DE PROMEDIOS SIMPLES DE RELATIVOS DE PRECIOS: LA MEDIA GEOMÉTRICA.
Gabriel Vera Ferrer y Víctor M. Guerrero. Agosto, 1980.
28. LA DEMANDA DE DINERO EN MÉXICO: PRIMERAS ESTIMACIONES.
Guillermo Ortiz. Septiembre, 1980.
29. ECONOMÍAS DE ESCALA Y CONCENTRACIÓN BANCARIA: EL CASO DE MÉXICO.
Héctor E. González Méndez. Octubre, 1980.
30. LA ESTABILIDAD DE LA DEMANDA DE DINERO EN MÉXICO.
Guillermo Ortiz. Noviembre, 1980.
31. EL TAMAÑO DE LA FAMILIA Y LA DISTRIBUCIÓN DEL INGRESO EN MÉXICO: UN ENSAYO EXPLORATORIO.
Gabriel Vera Ferrer. Diciembre, 1980.
32. PROMEDIOS PARAMÉTRICOS: SU SELECCIÓN Y EMPLEO EN LA DETERMINACIÓN DE ÍNDICES DE PRECIOS.
Víctor M. Guerrero. Enero, 1981.
33. UNA APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DE INTERVANCIÓN A SERIES DE TIEMPO DE LA ECONOMÍA MEXICANA.
Víctor M. Guerrero y Gabriel Vera Ferrer. Marzo, 1981.
34. ALGUNOS ASPECTOS DE LA CONCENTRACIÓN EN EL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO.
Héctor E. González Méndez. Marzo, 1981.
35. ANÁLISIS DEL TURISMO RECEPTIVO Y EGRESIVO EN MÉXICO.
Alberto Vargas Aguayo. Agosto 1981.
36. COMPORTAMIENTO DE LA FUNCIÓN DE COSTOS DE LA BANCA MÚLTIPLE Y ALTERNATIVAS SOBRE LA EVOLUCIÓN.
Héctor E. González Méndez. Septiembre, 1981.
37. DISTRIBUCIÓN DEL INGRESO EN MÉXICO 1977.
Juan Díez Canedo y Gabriel Vera. Septiembre, 1981.
38. CUENTAS NACIONALES Y ANÁLISIS MACROECONÓMICO.
Jesús Reyes Heróles G. y José J. Sidaoui D. Septiembre, 1981.
39. UNA NOTA SOBRE LA EVOLUCIÓN DE LA ESTRUCTURA DE INGRESOS Y GASTOS BANCARIOS 1966-1979.
Alain Ize. Octubre, 1981.
40. LA DOLARIZACIÓN EN MÉXICO: CAUSAS Y CONSECUENCIAS.
Guillermo Ortiz. Octubre, 1981.

41. UN ANÁLISIS DEL MERCADO DE CRÉDITO EN MÉXICO.
Angel Calderón, Javier Cárdenas y Alain Ize. Octubre, 1981.
42. SUBSTITUCIÓN DE MONEDAS E INDEPENDENCIA MONETARIA: EL CASO DE MÉXICO.
Guillermo Ortiz y Leopoldo Solís. Noviembre, 1981.
43. ESTABILIZACIÓN Y SUBSTITUCIÓN DE ACTIVOS EN UN SISTEMA FINANCIERO CON DOS MANEDAS Y CON EXPECTATIVAS DEDEVALUACIÓN.
Alain Ize. Noviembre, 1981.
44. LA DISTRIBUCIÓN DE LOS INGRESOS POR TRABAJO EN MÉXICO.
Jesús Reyes Heróles G.G. Enero, 1982.
45. DISTRIBUCIÓN REGIONAL DE LA CAPTACIÓN Y EL FINANCIAMIENTO DE LA BANCA PRIVADA Y MIXTA (1950-1980).
Héctor E. González Méndez. Abril, 1982.
46. COMPORTAMIENTO REGIONAL DE LA CAPTACIÓN Y EL CRÉDITO DE LA BANCA PRIVADA Y MIXTA EN MÉXICO.
Héctor E. González Méndez. Abril, 1982.
47. EVOLUCIÓN Y PERSPECTIVAS DE LAS EXPORTACIONES DE MANUFACTURAS.
Javier Salas y José J. Sidaoui D. Mayo, 1982.
48. UN ANÁLISIS DE LA INFLACIÓN EN MÉXICO.
Jesús Marcos Yacamán. Julio, 1982.
49. EL PROCESO INFLACIONARIO EN MÉXICO. TEORÍA Y APLICACIONES DEL ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN.
Víctor M. Guerrero. Julio, 1982.
50. ESTRUCTURA ECONÓMICA Y LOS ÍNDICES DE PRECIOS PRODUCTOR.
Marín Maydón Garza y Luis H. Villalpando. Noviembre, 1982.
51. PRECIOS Y PRODUCTO EN EL CORTO PLAZO: ENFOQUES TEÓRICOS ALTERNATIVOS.
Alain Ize. Noviembre, 1982.
52. ESTRUCTURA DE MERCADO, COMPORTAMIENTO Y POLÍTICAS DE LA BANCA PRIVADA Y MIXTA MEXICANAS, 1970-1980.
Rubén Yesin Toledo. Noviembre, 1982.
53. EL COMPORTAMIENTO MACROECONÓMICO DE LA ECONOMÍA MEXICANA ENTRE 1961 Y 1981: ESPECIFICACIONES ALTERNATIVAS Y PRUEBAS DE HIPÓTESIS.
Alain Ize y Javier Salas. Agosto, 1983.
54. DESESTABILIZACIÓN DE SERIES DE TIEMPO ECONÓMICAS: PARTE I. UNA INTRODUCCIÓN A LA METODOLOGÍA.

- Víctor M. Guerrero. Agosto, 1983.
55. DESESTACIONALIZACIÓN DE SERIES DE TIEMPO ECONÓMICAS: PARTE II. AJUSTES PREVIOS A LA DESESTACIONALIZACIÓN.
Víctor M. Guerrero. Agosto, 1983.
56. SOLUCIÓN A UNA CLASE GENERAL DE MODELOS LINEALES EN DIFERENCIAS CON EXPECTATIVAS RACIONALES.
Juan Manuel Pérez Porrúa. Abril, 1984.
57. ANÁLISIS, EVALUACIÓN Y PRONÓSTICO DE LA INFLACIÓN EN MÉXICO, MEDIANTE UN MODELO UNIVARIADO DE SERIES DE TIEMPO.
Víctor M. Guerrero. Enero, 1984.
58. LAS TRANSACCIONES FRONTERIZAS EN EL NORTE DE MÉXICO. Marco Conceptual y Metodología de Medición.
Alberto Vargas Aguayo. Noviembre, 1984.
59. LAS TRANSACCIONES FRONTERIZAS EN EL PRIMER SEMESTRE DE 1984.
Gabriel Vera Ferrer. Noviembre, 1984.
60. CARACTERÍSTICAS DE UN RÉGIMEN DE PROMOCIÓN DE EXPORTACIONES.
Raúl Miguel Ramos Tercero y Jaime Zabłudowsky Kuper. Enero, 1985.
61. ANÁLISIS DE CRUCES FRONTERIZOS CON MODELOS LINEALES GENERALIZADOS.
Lorenzo Moreno Navarro. Abril, 1987.
62. ANÁLISIS DE LOS EFECTOS DEL CALENDARIO SOBRE EL ÍNDICE DE VOLUMEN DE LA PRODUCCIÓN INDUSTRIAL EN MÉXICO
Víctor M. Guerrero. Julio, 1987.
63. DESESTACIONALIZACIÓN DE SERIES DE TIEMPO ECONÓMICAS: APLICACIÓN A LOS INDICADORES DE LA ACTIVIDAD INDUSTRIAL.
Víctor M. Guerrero y Fco. Javier Rojas. Agosto, 1987.
64. LOS VECTORES AUTORREGRESIVOS COMO HERRAMIENTA DEL ANÁLISIS ECONOMETRICO.
Víctor M. Guerrero. Diciembre, 1987.