Documento No. 56

Solución a una Clase General de Modelos Lineales en Diferencias con Expectativas Racionales

Por

Juan Manuel Pérez Porrúa

Abril 1984.

Las ideas contenidas en el presente ensayo son responsabilidad exclusiva del autor y no reflejan la posición del Banco de México.

Agradezco a Francisco Arreola, haberse molestado en correr la primera prueba numérica del método propuesto en este trabajo con un modelo relativamente grande. Agradezco también a la Subgerencia del Sector Productivo del Banco de México, en especial a Miguel A. Peimbert, por la asistencia computacional que me brindaron.

1. El Algoritmo de Solución Propuesto

En esta nota presentamos un algoritmo para obtener la solución en forma reducida a una clase general de modelos lineales con expectativas racionales, que abarca una variedad de sistemas de ecuaciones de Euler procedentes de programas cuadrático lineales de optimización dinámica estocástica, así como otros modelos que no consideran explícitamente los microfundamentos del comportamiento de los agentes económicos involucrados, pero que postulan una formación de expectativas racional.

La clase general de modelos que estaremos analizando se puede escribir en la siguiente forma compacta:

$$\alpha E_t X_{t+1} + \beta_1 E_{t-1} X_t + \beta_2 X_t + \gamma X_{t-1} + \delta + \sum_{i=0}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} = 0 \quad (1)$$

donde:

X_t es un vector columna de n variables

ε_t es un vector columna de m ruidos blancos

α, β_1, β_2 y γ son matrices cuadradas de orden $n \times n$

δ es un vector columna de n constantes

$\theta_i \ i = 0, 1, \dots, q$ son matrices de orden $n \times m$

E_t es el operador de esperanza matemática condicional en toda la información disponible hasta el periodo t , que incluye a todos los valores X_{t-j} y ε_{t-j} con $j=0, 1, 2, \dots$ y es compartida por todos los agentes económicos.

Dado que el modelo es lineal postulamos una solución también lineal con coeficientes indeterminados del siguiente tipo:

$$X_t = \pi X_{t-1} + \mu + \sum_{i=0}^q \Phi_i \varepsilon_{t-i} \quad (2)$$

donde:

π, μ y $\Phi_i \ i=0, 1, 2, \dots, q$ son $q+3$ matrices de orden $n \times n$, $n \times 1$ y $n \times m$ aún por determinar.

Empleando la solución propuesta (2) podemos obtener las siguientes expresiones para $E_{t-1} X_t$ y $E_t X_{t+1}$

$$E_{t-1} X_t = \pi X_{t-1} + \mu + \sum_{i=1}^q \Phi_i \varepsilon_{t-i} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} E_t X_{t+1} &= \pi X_t + \mu + \sum_{i=1}^q \Phi_i \varepsilon_{t+1-i} \\ &= \pi^2 X_{t-1} + (I + \pi) \mu + \sum_{i=0}^q (\pi \Phi_i + \Phi_{i+1}) \varepsilon_{t-i} \end{aligned} \quad (4)$$

Si la ecuación (2) es efectivamente una solución de expectativas racionales a la ecuación (1), al sustituir las expresiones (2), (3) y (4) para X_t , $E_{t-1} X_{t-1}$ y $E_t X_{t+1}$ en (1), esta se transforma en una identidad, independientemente de la realización del proceso entero que genera a ε_t . Haciendo esta sustitución e igualando a cero los coeficientes resultantes de X_{t-1} y ε_{t-i} $i=0,1,2,\dots,q$, se obtienen las identidades:

$$\alpha \Pi^2 + (\beta_1 + \beta_2) \pi + \gamma = 0 \quad (5)$$

$$\{ \alpha (I + \pi) + \beta_1 + \beta_2 \} \mu + \delta = 0 \quad (6)$$

$$\alpha (\pi \Phi_0 + \Phi_1) + B_2 \Phi_0 + \theta_0 = 0 \quad (7)$$

$$\alpha (\pi \Phi_i + \Phi_{i+1}) + (\beta_1 + \beta_2) \Phi_i + \theta_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (8)$$

$$\Phi_{q+1} = 0 \quad (9)$$

que forman un sistema de $q + 3$ ecuaciones matriciales en los parámetros desconocidos que determinan la solución (2).

Una vez conocido el valor de π , las ecuaciones (6), (7) y (8) no ofrecen ningún problema puesto que son lineales en las incógnitas. De hecho las ecuaciones (7) y (8) son recursivas partiendo de la condición (9). Sin embargo, la ecuación (5), que determina el valor de π , es una ecuación matricial de segundo grado con coeficientes matriciales de orden $n \times n$. A continuación describimos un algoritmo para encontrar la solución que nos interesa para π .

Definimos la siguiente secuencia para $k = 1, 2, 3, \dots$

$$\pi_k = -(\alpha \pi_{k-1} + \beta_1 + \beta_2)^{-1} \gamma \quad \text{con } \pi_0 = 0 \quad (10)$$

que si converge, evidentemente nos da una solución a la ecuación (5), es decir

$$\pi = \lim_{k \rightarrow \infty} \pi_k \quad (11)$$

Posteriormente analizaremos para ciertas estructuras especializadas las condiciones bajo las que la secuencia (10) converge, así como las propiedades de la solución obtenida para π .

Dado π , el valor de los restantes parámetros que determinan la solución propuesta se obtienen de (6), (7) y (8)

$$\mu = -\{\alpha(I + \pi) + \beta_1 + \beta_2\}^{-1} \delta \quad (12)$$

$$\Phi_0 = -(\alpha\pi + \beta_2)^{-1} (\alpha\Phi_1 + \theta_0) \quad (13)$$

$$\Phi_i = -(\alpha\pi + \beta_1 + \beta_2)^{-1} (\alpha\Phi_{i+1} + \theta_i) \quad (14)$$

$$\text{Con } \Phi_{q+1} = 0 \quad i = q, q-1, q-2, \dots, 1$$

Las ecuaciones (10), (11), (12), (13) y (14) caracterizan totalmente el algoritmo de solución. Regresamos ahora a la cuestión de la convergencia de la secuencia (10).

2. Convergencia del Algoritmo

Analizaremos las condiciones de convergencia del algoritmo bajo ciertas estructuras especializadas, sin embargo, posteriormente presentamos algunos ejemplos numéricos en los que se aprecia como la convergencia es eficiente en condiciones más generales.

caso 1 : $n = 1$

Este caso es el más simple ya que α , β_1 , β_2 , y γ son escalares y la ecuación (10) se reduce a una ecuación en diferencias de primer orden lineal, pero no matricial, del siguiente tipo:

$$\pi_k = -\frac{\gamma}{\alpha \pi_{k-1} + \beta_1 + \beta_2} \quad (15)$$

o bien, empleando la siguiente factorización de (5)

$$\alpha \pi^2 + (\beta_1 + \beta_2) \pi + \gamma = \alpha (\pi - r_1)(\pi - r_2) \quad (16)$$

tenemos que (15) equivale a

$$r_1 \quad r_2$$

$$\pi_k = \frac{r_1 + r_2 - \pi_{k-1}}{r_1 + r_2 - \pi_{k-1}} \quad (17)$$

donde r_1 y r_2 son las raíces de (5), que en este caso es una ecuación común de segundo grado.

La ecuación (17) tiene dos puntos de equilibrio, para los que $\pi_k = \pi_{k-1}$ uno en cada una de estas raíces. La estabilidad de estos dos puntos de equilibrio y por lo tanto la convergencia del algoritmo que estamos proponiendo depende de la naturaleza de estas raíces. A continuación analizamos cuatro sub-casos.

Subcaso 1.1 r_1 y r_2 son reales y distintas

Las condiciones de convergencia se pueden analizar examinando la pendiente de (17) en un diagrama de fase

$$\frac{d\pi_k}{d\pi_{k-1}} = \begin{cases} r_1 / r_2, \pi_{k-1} = r_1 \\ r_2 / r_1, \pi_{k-1} = r_2 \end{cases} \quad (18)$$

Sin pérdida de generalidad podemos suponer que:

$$|r_1| < |r_2| \quad (19)$$

lo cual implica que:

$$\left| \frac{d\pi_k}{d\pi_{k-1}} \right|_{\pi_{k-1} = r_1} < 1 < \left| \frac{d\pi_k}{d\pi_{k-1}} \right|_{\pi_{k-1} = r_2} \quad (20)$$

es decir que el punto de equilibrio que corresponde a la menor de las raíces en valor absoluto es localmente estable, mientras que el otro punto de equilibrio es inestable. Las iteraciones sucesivas sobre la ecuación (17) o su equivalente (10) convergen en este caso a la menor de las raíces en valor absoluto de (16).

Subcaso 1.2: r_1 y r_2 son iguales

Este caso presenta el problema de que la pendiente del diagrama de fase según (19) es igual a uno en el punto de equilibrio, sin embargo, es fácil demostrar que para valores de π_{k-1} menores en valor absoluto que el valor absoluto de r_1 y r_2 la pendiente del diagrama de fase es menor que

uno. Así que empezando las iteraciones en la ecuación (17) o su equivalente (10) desde $\pi_0 = 0$, el algoritmo converge a una vecindad arbitrariamente pequeña de la raíz de (16), si bien esta convergencia será lenta comparada con la del subcaso anterior. La velocidad de convergencia se puede aumentar en este caso calculando π_k mediante (17) ó (10) y luego recalculando este valor mediante la fórmula

$$\pi_k = a\pi_k + (1 - a) \pi_{k-1} \quad (21)$$

para algún $a > 1$. Si se selecciona a muy grande el algoritmo puede ser explosivo.

Subcaso 1.3: r_1 y r_2 son reales y suman cero

En este caso $\beta_1 + \beta_2$ también suman cero así que empezando a iterar en (17) o (10) desde $\pi_0 = 0$ causaría una división por cero. El problema no se soluciona empezando las iteraciones desde $\pi_0 \neq 0$. En este caso el algoritmo da como resultado oscilaciones no amortiguadas. Existe la posibilidad de estabilizar el algoritmo para obtener convergencia procediendo como en el subcaso anterior, pero aplicando (21) con algún $0 < a < 1$. Este procedimiento converge a la raíz con igual signo que π_0 .

Subcaso 1.4: r_1 y r_2 son complejas

En este caso no existe una solución al modelo (1) de la forma (2). El algoritmo (17) no converge en el campo de los números reales, sino que presenta oscilaciones no explosivas y no amortiguadas. Aun cuando en este caso la solución (2) no existe, el modelo (1) tiene otras soluciones que el algoritmo que presentamos no detecta^{1/}.

El análisis del caso 1 en que $n = 1$ es ilustrativo. Su importancia no es de índole práctica, uno puede solucionar analíticamente cualquier ecuación común de segundo grado. La importancia de este caso es que el mismo algoritmo que aplicamos a este sencillo caso escalar, se aplica al caso en que la ecuación de segundo grado es matricial de orden $n \times n$ equivalente a un sistema n^2 ecuaciones no lineales en n^2 incógnitas. Pasamos ahora a analizar las condiciones de convergencia en un caso especial cuando $n > 1$.

^{1/} Véase Whiteman (1982)

Caso 2: $n > 1$ y y no singular es un múltiplo escalar de α . Este caso se presenta en problemas de optimización dinámica estocástica del cálculo de variaciones y en modelos de equilibrio competitivo en los que los agentes económicos involucrados resuelven este tipo de problemas^{2/}.

Para el caso que estamos analizando la ecuación (10) toma la forma:

$$\pi_k = -p (\alpha \pi_{k-1} + \beta_1 + \beta_2)^{-1} \alpha \text{ con } \pi_0 = 0 \quad (22)$$

donde p es un escalar. La ecuación matricial (22) se puede reducir a n ecuaciones escalares de la forma de las que ya analizamos en el caso 1, como veremos a continuación.

Consideramos la descomposición espectral de $\alpha^{-1} (\beta_1 + \beta_2)$

$$\alpha^{-1} (\beta_1 + \beta_2) = P D P^{-1} \quad (23)$$

donde P es una matriz de orden $n \times n$ cuyas columnas corresponden a los vectores característicos asociados por la derecha $\alpha^{-1} (\beta_1 + \beta_2)$ y D es una matriz diagonal cuyos n elementos son las raíces características de $\alpha^{-1} (\beta_1 + \beta_2)$, que suponemos diferentes. Utilizando (23) en (24) tenemos:

$$\lambda_k = -p (\lambda_{k-1} + D)^{-1} \quad \text{con } \lambda_0 = 0 \quad (24)$$

donde definimos λ_k como:

$$\lambda_k = P^{-1} \pi_k P \quad (25)$$

Es fácil convencerse de que λ_k es una matriz diagonal dado que D es también diagonal y partimos de $\lambda_0 = 0$. Esta propiedad es sumamente conveniente, puesto que las iteraciones sobre la ecuación (22) equivalen a las de la ecuación (24), que se han reducido a n iteraciones sobre los elementos diagonales de λ_k de la siguiente forma:

$$\lambda_k^i = -\frac{p}{\lambda_{k-1}^i + D_i} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (26)$$

^{2/} Sargent (1980) y Pérez Porrúa (1982) analizan modelos de equilibrio competitivo y problemas de optimización con esta característica.

donde λ_k^i y D_i son los elementos diagonales de λ_k y D respectivamente. La ecuación (26) es de la misma forma que la (15) para la que ya analizamos las condiciones de convergencia en el caso 1.

Aplicando las condiciones de convergencia del caso 1 tenemos que λ_k converge a una matriz diagonal cuyos elementos son las menores de las raíces en valor absoluto de las ecuaciones de segundo grado comunes

$$\lambda^2 + D_i \lambda + p = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

si estas son reales y no suman cero, (subcasos 1.1 y 1.2).

Las raíces características de la matriz π que se obtiene iterando en la ecuación (22) en los casos en que hay convergencia son precisamente las n menores raíces en valor absoluto de las ecuaciones (27) ya que de (25) tenemos que

$$\pi = P \lambda P^{-1} \quad (28)$$

En conclusión, el algoritmo sencillo que proponemos para solucionar ecuaciones de segundo grado funciona para las ecuaciones matriciales del caso 2, bajo las condiciones de convergencia que hemos establecido. Posteriormente presentamos algunos ejemplos numéricos de ecuaciones matriciales de segundo grado más generales para las que el algoritmo propuesto también trabaja eficientemente.

3. Aumento de la Eficiencia del Algoritmo

En esta sección veremos como se puede aprovechar algunas veces la estructura particular del modelo (1) para mejorar la eficiencia del algoritmo que estamos proponiendo. La filosofía general que se aplica para lograr este aumento de eficiencia consiste en aprovechar el hecho de que la matriz que hay que invertir en cada iteración con (10), $\alpha \lambda_{k-1} + \beta_1 + \beta_2$, podría tener muchos ceros, según la estructura que tome el modelo (1) y por lo tanto se puede invertir esta matriz de orden $n \times n$ mediante una partición apropiada que implique la inversión de una matriz de menor dimensión en cada iteración.

Ilustramos mejor este punto con un ejemplo concreto. Supongamos que el modelo (1) toma la forma especializada.

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_{1t+1} \\ X_{2t+1} \\ X_{2t} \\ \vdots \\ X_{2t+2-p} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \beta_{11}^1 & \beta_{12}^1 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \dots 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \\ X_{2t-1} \\ \vdots \\ X_{2t+1-p} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \beta_{11}^2 & \beta_{12}^2 & 0 \dots 0 \\ 0 & -I & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & -I \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \dots -I \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_{it} \\ X_{2t} \\ X_{2t-1} \\ \vdots \\ X_{2t+1-p} \end{vmatrix} +$$

$$\begin{vmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 & \dots 0 \\ 0 & \gamma_{22} & \gamma_{23} & \dots \gamma_{2p+1} \\ 0 & I & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_{1t-1} \\ X_{2t-1} \\ X_{2t-1} \\ \vdots \\ X_{2t-p} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{vmatrix} \quad (29)$$

donde X_{1t} y X_{2t} son dos vectores de orden $h \times 1$ y $g \times 1$ respectivamente y p es el orden del proceso auto-regresivo que genera a X_{2t} . Aquí $n = h + pg$ es un número posiblemente grande aun cuando h sea pequeño.

El modelo (29) esta constituido por h ecuaciones que forman un modelo lineal de expectativas racionales que determina X_{1t} en términos de la variable exógena X_{2t} que se supone esta gobernada por un proceso autorregresivo g -variado de orden p . El resto de las ecuaciones que aparecen en (29), a parte de estas $h+g$, son identidades del tipo $X_{2t-i} = X_{2t-i}$ $i = i, 2, \dots, p-1$ que se utilizan para escribir el modelo en la forma canónica (1).

Aplicando el algoritmo que forman las ecuaciones (10), (11), (12), (13) y (14), pero invirtiendo la matriz $\alpha\pi_{k-1} + \beta_1 + \beta_2$ particionando conforme a los primeros h renglones y columnas, se obtiene el siguiente algoritmo equivalente. Primero se define la secuencia para $k = 1, 2, 3, \dots$

$$\pi_{11k} = -(\alpha_{11} \pi_{11k-1} + \beta_{11}^1 + \beta_{11}^2)^{-1} \gamma_{11} \quad \text{con } \pi_{110} = 0 \quad (30)$$

que es de la misma forma que (10), pero aquí sólo hay que invertir una matriz de $h \times h$ en cada iteración en lugar de una matriz de $n \times n$. Se itera sobre (30) hasta obtener convergencia por separado, dado que π_{11} no depende de otras π_s

$$\pi_{11} = \lim_{k \rightarrow \infty} \pi_{11k} \quad (31)$$

Posteriormente, con el valor π_{11} obtenido en (31), se aprovecha a iterar Sobre las ecuaciones siguientes para $k = 1, 2, 3, \dots$

$$M_1 = -(\alpha_{11} \pi_{11} + \beta_{11}^1 + \beta_{11}^2)^{-1} \quad (32)$$

$$M_{2k} = \alpha_{11} \pi_{12_{k-1}} + \alpha_{12} \gamma_{22} + \beta_{12}^1 + \beta_{12}^2 \text{ con } \pi_{12_0} = 0 \quad (33)$$

$$\pi_{1ik} = M_1 (M_{2k} \gamma_{2i} + \alpha_{11} \pi_{1i+1k} + \alpha_{12} \gamma_{2i+1}) \quad (34)$$

$$\text{con } i = p+1, p, p-1, \dots, 3; \pi_{1p+2k} = 0$$

$$\pi_{12_k} = M_1 (\gamma_{12} + M_{2k} \gamma_{22} + \alpha_{11} \pi_{13_k} + \alpha_{12} \gamma_{23}) \quad (35)$$

Una vez que converge la secuencia de ecuaciones (33), (34) y (35), obtenemos los siguientes valores

$$\pi_{li} = \lim_{K \rightarrow \infty} \pi_{lik} \quad \text{con } l = 2, 3, \dots, P+1 \quad (36)$$

Finalmente definimos

$$\mu_1 = M_1 (\delta_1 + M_2 \delta_2) \quad (37)$$

$$\Phi_{11} = M_1 \quad (38)$$

$$\Phi_{12} = M_1 M_2 \quad (39)$$

donde:

$$M_2 = \lim_{K \rightarrow \infty} M_{2k}$$

Los valores (31), (36), (37), (38) y (39) caracterizan totalmente la forma reducida para X_{1t}

$$X_{1t} = \pi_{11} X_{1t-1} + \sum_{i=1}^p \pi_{1i+1} X_{2t-i} + \mu_1 + \Phi_{11} \varepsilon_{1t} + \Phi_{12} \varepsilon_{2t} \quad (40)$$

que es del tipo de la solución propuesta (2).

Las ventajas que se obtienen al particionar la inversa que aparece en la ecuación (10) empleando el método de esta sección son: En primer lugar que la matriz que se invierte en cada iteración (30) es de orden $h \times h$ y no de $n \times n$ como en (10). En segundo lugar las iteraciones (30) pueden hacerse por separado y dan el mismo valor para π_{11} independientemente del proceso autorregresivo concreto que genera a X_{2t} . En tercer lugar las iteraciones en (33), (34) y (35) sólo involucran productos de matrices^{1/}.

El modelo descarta la posibilidad de que X_{1t} cause en el sentido de Granger a X_{2t} . Este último caso puede tratarse directamente con el algoritmo general de la sección 1, o bien con otra partición de la matriz $\alpha\pi_{K-1} + \beta_1 + \beta_2$. Cualquiera que sea la partición por la que se opte, el algoritmo resultante será un caso particular del método general de la sección.

4. El Algoritmo y la Programación Dinámica Estocástica

En esta sección mostraremos como el algoritmo de la sección 1 se puede aplicar para solucionar problemas lineales cuadráticos de optimización dinámica estocástica. Veremos aquí que la ecuación matricial de Riccati^{2/}, que es la recursión más utilizada actualmente para solucionar este tipo de problemas, se puede derivar a partir del algoritmo general de la sección 1 como un caso particular, obtenido mediante una partición apropiada similar a la de la sección anterior.

^{1/} Hansen y Sargent (1981) muestran con un ejemplo numérico concreto que los ahorros en tiempo de CPU que se obtienen mediante una partición similar a la que analizamos en esta sección pueden ser cuantiosos.

^{2/} Chow (1975).

Consideremos el siguiente problema estándar^{3/}

$$\text{Min. } E_0 \sum_{t=1}^T (Y_t - a_t)' K_t (Y_t - a_t) \quad (41)$$

$$\text{S. a } Y_t = A_t Y_{t-1} + C_t U_t + b_t + \varepsilon_t \quad (42)$$

donde: Y_t es un vector de $h \times 1$ de variables de estado
 U_t es un vector de $g \times 1$ de variables de control
 ε_t es un vector de $h \times 1$ de errores estocásticos
 a_t, K_t, A_t, C_t y b_t son matrices no estocásticas que varían con el tiempo
 T es el horizonte de planeación.

La ecuación (41) es una función de pérdida que castiga las desviaciones del vector de estado respecto a sus valores deseados y la ecuación (42) es la forma reducida de un modelo macroeconómico dinámico linealizado.

Las condiciones de primer orden para un mínimo de (41) además de (42) establecen que

$$\begin{aligned} K_t (Y_t - a_t) - \lambda_t + A'_{t+1} E_t \lambda_{t+1} &= 0 \\ C'_t \lambda_t &= 0 \end{aligned} \quad (43)$$

donde λ_t es un vector de $h \times 1$ de multiplicadores de lagrange que satisfacen la siguiente condición de transversalidad

$$E_T \lambda_{T+1} = 0 \quad (45)$$

Las ecuaciones (42), (43) y (44) se pueden escribir en la forma canonica (1) que postulamos en la sección 1, como sigue:

^{3/} El formato de este problema ha sido utilizado por Chow (1975) para resolver problemas de control macroeconómico.

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{t+1} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} E_t \begin{vmatrix} U_{t+1} \\ Y_{t+1} \\ \lambda_{t+1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & C'_t \\ 0 & K_t & -I \\ C_t & -I & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_t \\ Y_t \\ \lambda_t \end{vmatrix} + \quad (46)$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_t & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_{t-1} \\ Y_{t-1} \\ \lambda_{t-1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ -K_t a_t \\ b_t \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{vmatrix} \varepsilon_t = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

o bien, mediante una equivalencia evidente de símbolos

$$\alpha_t E_t X_{t+1} + \beta_t X_t + \gamma_t X_{t-1} + \delta_t + \theta_t \varepsilon_t = 0 \quad (47)$$

La única diferencia entre la ecuación (1) y la ecuación (47), es que en (47) $q = 0$ además de que los coeficientes varían en el tiempo y (47) no tiene término en $E_{t-1} X_t$. Derivaremos una solución a la ecuación (47) que resulta equivalente a la de la sección (1), pero utilizando el razonamiento de la programación dinámica para ganar mayor intuición sobre como trabaja el método de la sección 1.

Imaginemos que la solución para X_t se puede escribir en la forma de retroalimentación siguiente:

$$X_t = \pi_t X_{t-1} + \mu_t + \Phi_t \varepsilon_t \quad (48)$$

que es enteramente análoga a la solución (2) propuesta en la sección 1 pero con coeficientes que varían en el tiempo. De la ecuación (48) obtenemos la siguiente expresión para $E_t X_{t+1}$, tal como lo hicimos en la sección 1

$$E_t X_{t+1} = \pi_{t+1} X_t + \mu_{t+1} \quad (49)$$

Sustituyendo (49) en (47) y despejando X_t , obtenemos:

$$X_t = -(\alpha_t \pi_{t+1} + \beta_t)^{-1} \gamma_t X_{t-1} - (\alpha_t \pi_{t+1} + \beta_t)^{-1} (\alpha_t \mu_{t+1} + \delta_t) - (\alpha_t \pi_{t+1} + \beta_t)^{-1} \theta_t \varepsilon_t \quad (50)$$

Comparando los coeficientes de objetos similares en (48) y (50) obtenemos que los coeficientes de la solución (48) satisfacen las siguientes ecuaciones.

$$\pi_t = (\alpha_t \pi_{t+1} + \beta_t)^{-1} y_t \quad (51)$$

$$\mu_t = -(\alpha_t \pi_{t+1} + \beta_t)^{-1} (\alpha_t \mu_{t+1} + \delta_t) \quad (52)$$

$$\Phi_t = -(\alpha_t \pi_{t+1} + \beta_t)^{-1} \theta \quad (53)$$

Estos coeficientes son exactamente similares a los obtenidos en la sección 1. Ahora sólo hace falta un punto de partida para empezar las iteraciones en (51) hacia atrás en el tiempo. La condición de transversalidad (45) y (46) implican que

$$\alpha_T E_T X_{T+1} = 0 \quad (54)$$

Sustituyendo esta ecuación en (47) con $t = T$ obtenemos que (51), (52) y (53) se satisfacen con

$$\pi_{T+1} = 0 \quad \text{y} \quad \mu_{T+1} = 0 \quad (55)$$

Las ecuaciones (51), (52), (53) y (55), caracterizan totalmente el algoritmo de la programación dinámica y equivalen a las ecuaciones matriciales de Riccati que se emplean comúnmente para solucionar el problema (41), (42). De hecho particionando $\alpha_t \pi_{t+1} + \beta_t$ conforme a la partición (46), en forma similar a como lo hicimos en la sección anterior, obtenemos exactamente las ecuaciones de Riccati para el problema (41), (42) tal como las presenta Chow (1975) por ejemplo.

La ventaja de expresar las ecuaciones de Riccati en la forma general que nosotros estamos proponiendo es que las ecuaciones de Riccati relevantes se modifican al alterar la estructura del problema de control estocástico (41), (42), por ejemplo, incluyendo explícitamente una

control en la función de pérdida^{1/}, o haciendo explícitos los controles rezagados en la ecuación de movimiento^{2/}, sin embargo estas modificaciones no alteran en nada la forma general de la ecuación (47), ni el algoritmo que proponemos en esta sección. Más aún, tomando como guía el

^{1/} Kendrick (1981) considera penalizaciones por interacciones entre los controles y los estados.

algoritmo general que estamos proponiendo aquí se pueden considerar particiones especiales de la matriz $\alpha_t \pi_{t+1} + \beta_t$ que dan lugar a versiones más cortas y eficientes de las ecuaciones de Riccati^{3/}.

Un último comentario sobre el algoritmo de esta sección es que la regla de control implícita en los primeros g renglones de (48)

$$U_t = \pi_{12t} Y_{t-1} + \mu_{1t} + \Phi_{1t} \varepsilon_t \quad (56)$$

supone que al momento de decidir el control se conoce la realización de ε_t , si este no fuera el caso, la regla de control (56) se tiene que modificar de la siguiente forma

$$U_t = \pi_{12t} Y_{t-1} + \mu_{1t} \quad (57)$$

5. Programa del Algoritmo y Ejemplos Numéricos

En esta sección presentamos algunos ejemplos numéricos de modelos solucionados mediante el método de la sección 1 utilizando un programa sencillo del paquete TSP^{4/}. La versión actual del programa calcula los coeficientes de la forma reducida (2) dados los parámetros de la forma canónica estructural (1) con $q = 0$. Adicionalmente el programa imprime una simulación dinámica

del modelo que da el efecto sobre todas las variables en X_{t+k} , para $k = 0, 1, 2, \dots, 11$, de cambios unitarios separados en todos los elementos del vector ε_t . Es decir el programa imprime^{1/}.

$$\frac{\partial X_{t+k}}{\partial \varepsilon_t} = \pi_{\Phi 0}^k \quad k = 0, 1, 2, \dots, 11 \quad (58)$$

^{2/} Véase Pérez Porrúa (1983).

^{3/} Hansen y Sargent (1981) estudian una versión "completa" y otra "corta" de las ecuaciones de Riccati para un problema de regulador lineal óptimo enfatizando la eficiencia del método corto. Estas dos versiones se pueden obtener mediante particiones apropiadas de $\alpha_t \pi_{t+1} + \beta_t$.

^{4/} El programa TSP que utilizamos en la solución y simulación de los ejemplos numéricos esta disponible.

^{1/} Por cuestiones de espacio presentamos sólo algunos de los elementos de las matrices (58) para los ejemplos numéricos.

Para dar una idea de las ventajas de este programa tomemos el modelo 1 que a continuación se presenta. Los parámetros de la forma reducida que calcula el programa son exactos a 5 decimales en sólo 12 iteraciones sobre la ecuación (10). Para obtener estos resultados solucionando el modelo a mano, aún conociendo las restricciones de cero en los parámetros de la forma reducida, se necesitaría solucionar un sistema de 162 ecuaciones en los 162 parámetros desconocidos que tiene la forma reducida de este modelo. Este sistema de ecuaciones es no lineal. Si no se conocen de antemano las restricciones de cero en los parámetros de la forma reducida, el número de ecuaciones que habría que solucionar aumento a 208.

Más aun, los métodos de Whiteman (1982) y Blanchard y Khan (1980) que podrían ser la alternativa lógica^{2/}, no se aplican para ninguno de los modelos que presentamos aquí, ya que estos autores suponen que la matriz α tiene rango completo, lo cual es una seria limitación, ya que esto requeriría al menos que todas las ecuaciones del modelo contuvieran a la expectativa de alguna variable futura y que la expectativa para el futuro de todas las variables en el modelo aparecieran en alguna de las ecuaciones, eliminando así la posibilidad de que α tuviera algún renglón o columna de puros ceros. Si bien manipulando el modelo original se puede en algunas ocasiones lograr esto, la forma canónica estructural (1) que nosotros proponemos se puede construir casi invariablemente sin ninguna manipulación algebraica previa.

Los modelos que seleccionamos para los ejemplos numéricos son suficientemente estándar para no incluir mayor descripción o detalles aquí. A continuación aparecen estos ejemplos numéricos.

MODELO 1: FORMA ESTRUCTURAL

- 1 $Y_t = 10.0 + .6 (P_t - E_{t-1} P_t) - .8 q_t + .7 Y_{t-1} + \varepsilon_{1t}$ Oferta Agregada
- 2 $Y_t = -10.0 + .4 q_t - .9 r_t - .6 i_t^* + .7 g_t + .3 E_t Y_{t+1} + .6 Y_{t-1} + \varepsilon_{2t}$ IS
- 3 $m_t - P_t = 5.0 + .3 Y_t - .5 i_t - .4 i_t^* + .6 (m_{t-1} - P_{t-1}) + \varepsilon_{3t}$ LM
- 4 $m_t - m_{t-1} = Z_t - .3 Y_t + .7 q_t + .2 (S_t - S_{t-1}) + \varepsilon_{4t}$ Balanza de Pagos
- 5 $q_t = e_t + P_t^* - P_t$ Tipo de Cambio Real
- 6 $S_t = i_t - (i_t^* + E_t e_{t+1} - e_t)$ Diferencial Cubierto de Intereses
- 7 $i_t = r_t + E_t P_{t+1} - P_t$ Ecuación de Fisher

^{2/} La ventaja es que tienen los métodos de estos autores sobre el que presentamos aquí es que detectan el caso de soluciones múltiples, mientras que el método expuesto aquí no.

$$\begin{array}{lcl}
8 & i_t^* = r_t^* + E_t P_{t+1}^* - P_t^* & \text{Ecuación de Fisher Externa} \\
9 & r_t^* = .02 + .5 r_{t+1}^* + P_t^* & \\
10 & P_t^* - P_{t-1}^* = .06 + .4(P_{t-1}^* - P_{t-2}^*) + \varepsilon_{6t} & \\
11 & e_t - e_{t-1} = .07 + .3(e_{t-1} - e_{t-2}) + \varepsilon_{7t} & \\
12 & g_t - g_{t-1} = .01 + .7(g_{t-1} - g_{t-2}) + \varepsilon_{8t} & \\
13 & Z_t = .08 + .6Z_{t-1} + \varepsilon_{9t} & \left. \vphantom{\begin{array}{l} 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{array}} \right\} \text{Proceso Exógeno}
\end{array}$$

- 1 Y_t Log. del producto real
- 2 P_t Log. del nivel de precios
- 3 m_t Log. de la oferta monetaria
- 4 S_t Diferencial de intereses nominales
- 6 r_t Tasa de interés real
- 7 i_t Tasa de interés nominal
- 8 i_t^* Tasa de interés nominal externa
- 9 r_t^* Tasa de interés real externa
- 10 P_t^* Log. del nivel de precios externo
- 11 e_t Log. del tipo de cambio nominal
- 12 g_t Log. del desplazamiento de la demanda agregada
- 13 Z_t Tasa de crecimiento de la parte interna de la base
- E_t Operador de esperanza matemática condicional en toda la información disponible hasta el periodo t.
- ε_{it} $i=1,2,\dots,9$ Ruidos blancos

MODELO 2: FORMA ESTRUCTURAL

Igual que el modelo 1 excepto que la ecuación (11) toma la forma

$$11 \quad q_t = q_{t-1} + \varepsilon_{7t}$$

MODELO 3: FORMA ESTRUCTURAL

Igual que el modelo 1 excepto que la ecuación (11) toma la forma

$$11 \quad m_t = m_{t-1} + z_t + \varepsilon_{7t}$$

MODELO 1: FORMA CANONICA ESTRUCTURAL

000000000000000000	E _t	Y _{t+1}	+	0.6000000000000000	E _{t-1}	Y _t	+
300000000000000000		P _{t+1}		0000000000000000		P _t	
000000000000000000		m _{t+1}		0000000000000000		m _t	
000000000000000000		S _{t+1}		0000000000000000		S _t	
000000000000000000		q _{t+1}		0000000000000000		q _t	
00000000000100000		r _{t+1}		0000000000000000		r _t	
01000000000000000		i _{t+1}		0000000000000000		i _t	
00000000001000000		i [*] _{t+1}		0000000000000000		I [*] _t	
000000000000000000		r [*] _{t+1}		0000000000000000		r [*] _t	
000000000000000000		P [*] _{t+1}		0000000000000000		P [*] _t	
000000000000000000		c _{t+1}		0000000000000000		c _t	
000000000000000000		g _{t+1}		0000000000000000		g _t	
000000000000000000		Z _{t+1}		0000000000000000		Z _t	
000000000000000000	P [*] _t	0000000000000000	P [*] _t				
000000000000000000	e _t	0000000000000000	e _t				
000000000000000000	g _t	0000000000000000	g _t				

-1.600-80000000000000	Y_t	.700000000000000000	Y_{t-1}
-1000.4-900-600.70000	P_t	.600000000000000000	P_{t-1}
.31-1000-.5-.400000000	m_t	0-.6.600000000000000	m_{t-1}
-.30-1.2.7000000001000	s_t	001-.200000000000000	s_{t-1}
0-100-100011000000	q_t	000000000000000000	q_{t-1}
000100-1100-100000	r_t	000000000000000000	r_{t-1}
0-10001-10000000000	i_t	000000000000000000	i_{t-1}
0000000-11-1000000	i_t^*	000000000000000000	i_{t-1}^*
00000000-100000000	r_t^*	00000000.50000000	r_{t-1}^*
000000000-1000100	P_t^*	000000000.4000-.400	P_t^*
0000000000-100010	e_t	0000000000.3000-.30	e_{t-1}
00000000000-10001	g_t	00000000000.7000-.7	g_{t-1}
000000000000-1000	Z_t	000000000000.6000	Z_{t-1}
0000000000000-100	P_{t-1}^*	00000000001000000	P_{t-2}^*
000000000000000-10	e_{t-1}	00000000000010000	e_{t-2}
0000000000000000-1	g_{t-1}	00000000000010000	g_{t-2}

[illegible]

MODELO 1: FORMA REDUCIDA

$$\begin{bmatrix} Y \\ P \\ m \\ s \\ q \\ r \\ i \\ i^* \\ r^* \\ p^* \\ e \\ g \\ z \\ P^*-1 \\ e-1 \\ g-1 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} .594 & .130 & .113 & -.049 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.027 & -.316 & -.311 & .271 & .169 & .073 & .068 & -.123 \\ -.133 & .163 & .141 & -.061 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.034 & 1.005 & .911 & .338 & .212 & -.309 & -.215 & -.154 \\ -.048 & -.223 & .841 & -.124 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.118 & .484 & .482 & -.107 & .361 & -.102 & -.100 & .049 \\ .187 & -.350 & -.132 & .097 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.748 & .566 & .583 & 1.054 & -.198 & -.083 & -.100 & -.479 \\ .133 & -.163 & -.141 & .061 & 0 & 0 & 0 & 0 & .034 & .395 & .389 & -.338 & -.212 & -.091 & -.085 & .154 \\ .173 & -.187 & -.126 & .063 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.292 & .393 & .393 & 1.031 & -.189 & .081 & -.080 & -.424 \\ 187 & -.350 & -.132 & .097 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.248 & .726 & .673 & 1.054 & -.198 & -.243 & -.190 & -.479 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .500 & .160 & 0 & 0 & 0 & -.160 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.400 & 0 & 0 & 0 & -.400 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.300 & 0 & 0 & 0 & -.300 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.700 & 0 & 0 & 0 & -.700 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .600 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ P \\ m \\ s \\ q \\ r \\ i \\ i^* \\ r^* \\ p^* \\ e \\ g \\ z \\ P^*-1 \\ e-1 \\ g-1 \end{bmatrix}_{t-1}$$

$$+ \begin{bmatrix} 3.358 \\ -8.172 \\ 2.830 \\ -10.268 \\ 8.302 \\ -9.464 \\ -10.073 \\ 104 \\ .020 \\ .060 \\ .070 \\ .010 \\ .080 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} .583 & .233 & -.312 & .349 & -.078 & .089 & .025 & .253 & .405 \\ -.298 & .166 & -.223 & .249 & -.055 & .635 & .589 & .181 & .289 \\ -.011 & -.065 & .374 & .616 & -.235 & .250 & .328 & -.712 & .600 \\ -.225 & .603 & .621 & -.524 & -1.487 & .103 & .237 & .655 & -.378 \\ .298 & -.166 & .223 & -.249 & .055 & .365 & .411 & -.181 & -.289 \\ -.409 & .820 & .378 & -.387 & -.567 & .012 & .091 & .551 & -.401 \\ -.225 & .603 & .621 & -.524 & -.487 & .503 & .537 & .655 & -.378 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & .400 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \\ \varepsilon_9 \end{bmatrix}_t$$

MODELO 2: FORMA REDUCIDA

$$\begin{bmatrix} y \\ P \\ m \\ s \\ q \\ r \\ i \\ i^* \\ r^* \\ P^* \\ e \\ g \\ z \\ P^*-1 \\ l \\ e-1 \\ g-1 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} .700 & 0 & 0 & 0 & -.800 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -.483 & .475 & .525 & -.200 & 2.878 & 0 & 0 & 0 & -.93 & .060 & 0 & 1.310 & .787 & -.060 & 0 & -.645 \\ -.200 & 0 & 1.000 & -.200 & 1.116 & 0 & 0 & 0 & -.167 & 0 & 0 & .264 & .600 & 0 & 0 & -.109 \\ .052 & 0 & 0 & 0 & .880 & 0 & 0 & 0 & -.833 & 0 & 0 & 1.322 & 0 & 0 & 0 & -.544 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .052 & 0 & 0 & 0 & .880 & 0 & 0 & 0 & -.333 & 0 & 0 & 1.322 & 0 & 0 & 0 & -.544 \\ -.148 & -.249 & .249 & 0 & 3.044 & 0 & 0 & 0 & -.252 & -.008 & 0 & 2.092 & .374 & .008 & 0 & 1.072 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .500 & .160 & 0 & 0 & 0 & -.160 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.400 & 0 & 0 & 0 & -.400 & 0 & 0 \\ -.483 & .475 & .525 & -.200 & 3.878 & 0 & 0 & 0 & -.093 & -1.340 & 0 & 1.310 & .787 & .400 & 0 & -.645 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.700 & 0 & 0 & 0 & -.700 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .600 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ P \\ m \\ s \\ q \\ r \\ i \\ I^* \\ r^* \\ P^* \\ e \\ g \\ z \\ P^*-1 \\ l \\ e-1 \\ g-1 \end{bmatrix}_{t-1} \\
+ \begin{bmatrix} 10.000 \\ -32.572 \\ -6.236 \\ -16.581 \\ 0 \\ -16.561 \\ -36.755 \\ .104 \\ .020 \\ .060 \\ -32.632 \\ .010 \\ .080 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} .585 & .202 & -.278 & .351 & -.065 & .053 & .210 & .323 & .460 \\ -.692 & .336 & -.463 & .585 & -.108 & .088 & 1.683 & .539 & .767 \\ -.278 & .126 & .132 & .883 & -.302 & -.025 & .636 & .018 & .781 \\ -.513 & .934 & .244 & -.308 & -1.610 & -.046 & -.007 & .494 & -.404 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 \\ -.513 & .934 & .244 & -.308 & -.610 & -.046 & -.007 & .494 & -.404 \\ -.476 & .540 & .642 & -.286 & -.451 & -.062 & 2.222 & 1.268 & .249 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & .400 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ -.692 & .336 & -.463 & .585 & -.108 & -.912 & 2.683 & .539 & .767 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \\ \varepsilon_{9t} \end{bmatrix}_t$$

MODELO 3: FORMA REDUCIDA

$$\begin{bmatrix} y \\ P \\ m \\ s \\ q \\ r \\ i \\ i^* \\ r^* \\ p^* \\ e \\ g \\ z \\ P^*-1 \\ e-1 \\ g-1 \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} .564 & 0 & 0 & -.120 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.092 & 0 & 0 & .167 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -.050 & .475 & .525 & .110 & 0 & 0 & 0 & 0 & .103 & .060 & 0 & .838 & .787 & -.060 & 0 & -.413 \\ 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .600 & 0 & 0 & 0 \\ .249 & 0 & 0 & .293 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.538 & 0 & 0 & .983 & 0 & 0 & 0 & -.433 \\ .170 & 0 & 0 & .150 & 0 & 0 & 0 & 0 & .114 & 0 & 0 & -.209 & 0 & 0 & 0 & .092 \\ .212 & 0 & 0 & .166 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.192 & 0 & 0 & 1.106 & 0 & 0 & 0 & -.457 \\ .237 & -.249 & .249 & .147 & 0 & 0 & 0 & 0 & -.248 & -.075 & 0 & 1.777 & .374 & .008 & 0 & -.871 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .500 & .160 & 0 & 0 & 0 & -.160 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.400 & 0 & 0 & 0 & -.400 & 0 & 0 \\ .120 & .475 & .525 & .260 & 0 & 0 & 0 & 0 & .218 & -1.340 & 0 & .629 & .787 & .340 & 0 & -.321 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.700 & 0 & 0 & 0 & -.700 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .600 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ P \\ m \\ s \\ q \\ r \\ i \\ i^* \\ r^* \\ p^* \\ e \\ g \\ z \\ P^*-1 \\ e-1 \\ g-1 \end{bmatrix}_{t-1}$$

$$\begin{bmatrix} 5.596 \\ -17.055 \\ .080 \\ -10.873 \\ 5.505 \\ -11.535 \\ -20.996 \\ .104 \\ .020 \\ .060 \\ -11.610 \\ .010 \\ .080 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} .576 & .238 & -.274 & .412 & -.112 & .052 & -.066 & .310 & .454 \\ -.312 & .296 & -.644 & -.445 & .168 & .122 & 1.258 & .480 & 1.066 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 1.000 \\ -.171 & .623 & .081 & -1.409 & -1.097 & -.015 & 1.000 & .559 & -.134 \\ .296 & -.076 & -.141 & -.849 & .266 & .026 & 1.307 & -.027 & .233 \\ -.394 & .833 & .187 & -.702 & -.432 & -.036 & 1.027 & .513 & -.310 \\ -.278 & .734 & .548 & -.643 & -.531 & -.044 & .465 & 1.145 & .405 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .1000 & .400 & .476 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 & 0 & 0 \\ -.016 & .220 & -.785 & -1.295 & .433 & -.851 & 2.285 & .453 & 1.299 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \\ \varepsilon_9 \end{bmatrix}_t$$

MODELO 1: SIMULACIÓN DE LOS EFECTOS DE PERTURBACIONES UNITARIAS NO ANTICIPADAS

AUMENTO DEL TIPO DE CAMBIO

t	y	P	m	s	q	r	i	e	ε_7
0	.025	.589	.326	.237	.411	.091	.537	1.000	1.000
1	-.194	1.036	.596	.361	.264	.260	.451	1.300	0
2	-.267	1.226	.761	.214	.164	.151	.241	1.390	0
3	-.267	1.316	.893	.120	.101	.084	.129	1.417	0
4	-.238	1.361	.999	.069	.064	.048	.071	1.425	0
5	-.202	1.384	1.085	.042	.042	.029	.042	1.428	0
6	-.167	1.397	1.154	.027	.031	.019	.027	1.428	0
7	-.135	1.405	1.209	.019	.023	.013	.019	1.428	0
8	-.109	1.411	1.253	.014	.018	.010	.014	1.429	0
9	-.087	1.415	1.289	.010	.014	.007	.010	1.429	0
10	-.700	1.41\$	1.317	.008	.011	.006	.008	1.429	0
11	-.056	1.420	1.340	.006	.009	.004	.006	1.429	0

SALIDA TRANSITORIA DE CAPITAL

t	y	P	m	s	q	r	i	ε_4
0	-.349	-.249	-.616	.524	.249	.387	.524	-1.000
1	-.335	-.113	-.510	.154	.113	.097	.154	0
2	-.279	-.055	-.407	.059	.055	.037	.059	0
3	-.221	-.033	-.324	.027	.033	.017	.027	0
4	-.174	-.023	-.258	.016	.023	.010	.016	0
5	-.136	-.018	-.205	.011	.018	.008	.011	0
6	-.107	-.015	-.163	.009	.015	.006	.009	0
7	-.084	-.012	-.130	.008	.012	.005	.008	0
8	-.067	-.010	-.104	.006	.010	.005	.006	0
9	-.052	-.008	-.083	.005	.008	.004	.005	0
10	-.042	-.006	-.066	.004	.006	.003	.004	0
11	-.033	-.005	-.053	.003	.005	.002	.003	0

AUMENTO EN EL FINANCIAMIENTO INTERNO PRIMARIO

t	y	P	m	s	q	r	i	Z	ε_9
0	.405	.289	.600	-.378	-.289	-.401	-.378	1.000	1.000
1	.534	.312	.829	-.340	-.312	-.272	-.340	.600	0
2	.569	.245	.861	-.271	-.245	-.205	-.271	.360	0
3	.541	.178	.806	-.191	-.178	-.141	-.191	.216	0
4	.481	.128	.714	-.129	-.128	-.094	-.129	.130	0
5	.411	.093	.611	-.087	-.093	-.063	-.087	.078	0
6	.343	.069	.513	-.060	-.085	-.043	-.60	.047	0
7	.281	.052	.424	-.043	-.515	-.031	-.043	.028	0
8	.228	.039	.348	-.031	-.394	-.022	-.031	.018	0
9	.184	.030	.282	-.023	-.305	-.017	-.023	.010	0
10	.148	.024	.228	-.018	-.238	-.013	-.018	.006	0
11	.119	.019	.184	-.014	-.187	-.010	-.014	.004	0

MODELO 2: SIMULACIÓN DE LOS EFECTOS DE PERTURBACIONES UNITARIAS NO
ANTICIPADAS

AUMENTO INDIZADO DEL TIPO DE CAMBIO

t	y	P	m	s	q	r	i	e	ε_7
0	.078	.627	.237	-.002	.373	-.002	.828	1.000	.373
1	-.243	1.458	.638	.332	.373	.332	1.026	1.830	0
2	-.468	2.151	1.036	.315	.373	.315	.966	2.524	0
3	-.626	2.802	1.482	.303	.373	.303	.925	3.175	0
4	-.736	3.424	1.962	.295	.373	.295	.898	3.796	0
5	-.814	4.026	2.466	.289	.373	.289	.879	4.399	0
6	-.868	4.616	2.986	.285	.373	.285	.865	4.988	0
7	-.905	5.196	3.518	.283	.373	.283	.856	5.568	0
8	-.932	5.769	4.025	.281	.373	.281	.850	6.142	0
9	-.950	6.338	4.604	.279	.373	.279	.845	6.711	0
10	-.963	6.905	5.154	.278	.373	.278	.842	7.277	0
11	-.973	7.468	5.706	.278	.373	.278	.840	7.841	0

SALIDA TRANSITORIA DE CAPITAL

t	y	P	m	s	e	r	i	ε_4
0	-.351	-.585	-.833	.308	-.585	.308	.285	-1.000
1	-.246	-.607	-.825	-.018	-.607	-.018	-.010	0
2	-.172	-.600	-.772	-.013	-.599	-.013	-.018	0
3	-.120	-.604	-.735	-.009	-.604	-.009	-.018	0
4	-.084	-.613	-.709	-.006	-.613	-.006	-.015	0
5	-.059	-.621	-.691	-.004	-.621	-.004	-.012	0
6	-.041	-.629	-.678	-.003	-.629	-.003	-.009	0
7	-.029	-.634	-.670	-.002	-.634	-.002	-.006	0
8	-.020	-.638	-.664	-.002	-.638	-.002	-.005	0
9	-.014	-.642	-.659	-.001	-.642	-.001	-.003	0
10	-.010	-.644	-.656	-.001	-.644	-.001	-.002	0
11	-.007	-.645	-.654	-.001	-.645	-.001	-.002	0

AUMENTO DEL FINANCIAMIENTO INTERNO PRIMARIO

t	y	P	m	s	e	r	i	Z	ε_9
0	.460	.767	.781	-.404	.767	-.404	.249	1.000	1.000
1	.322	1.420	1.370	.024	1.420	.024	.310	.600	0
2	.225	1.705	1.661	.017	1.705	.017	.164	.360	0
3	.158	1.853	1.828	.012	1.853	.012	.090	.216	0
4	.111	1.931	1.924	.008	1.931	.008	.051	.130	0
5	.077	1.975	1.978	.006	1.975	.006	.030	.078	0
6	.054	1.999	2.008	.004	1.999	.004	.019	.047	0
7	.038	2.014	2.025	.003	2.014	.003	.012	.028	0
8	.027	2.022	2.033	.002	2.022	.002	.008	.017	0
9	.019	2.028	2.038	.001	2.028	.001	.005	.010	0
10	.013	2.032	2.040	.001	2.032	.001	.003	.006	0
11	.009	2.034	2.041	.001	2.034	.001	.002	.004	0

MODELO 3: SIMULACIÓN DE LOS EFECTOS DE PERTURBACIONES UNITARIAS NO
ANTICIPADAS

AUMENTO DEL TIPO DE CAMBIO VIA COMPRA DE RESERVAS

t	y	P	m	s	q	r	i	e	ε_7
0	-.029	.551	.438	.572	.449	.204	.208	1.000	.433
1	-.085	.555	.438	.160	.081	.089	.049	.637	0
2	-.067	.516	.438	.026	.010	.009	-.026	.525	0
3	-.041	.481	.438	-.009	-.008	-.010	-.032	.473	0
4	-.022	.459	.438	-.013	-.008	-.010	-.022	.451	0
5	-.011	.448	.438	-.009	-.006	-.007	-.013	.442	0
6	-.005	.442	.438	-.005	-.003	-.004	-.006	.439	0
7	-.002	.439	.438	-.003	-.002	-.002	-.003	.438	0
8	-.001	.438	.438	-.001	-.001	-.001	-.001	.437	0
9	0	.438	.438	0	0	0	-.001	.437	0
10	0	.438	.438	0	0	0	0	.438	0
11	0	.438	.438	0	0	0	0	.438	0

SALIDA TRANSITORIA DE CAPITAL

t	y	P	s	q	r	i	e	ε_4
0	-.412	.445	1.409	.849	.702	.643	1.294	-1.000
1	-.402	.387	.310	.142	.147	-.002	.528	0
2	-.264	.238	-.091	-.022	-.034	-.146	.216	0
3	-.148	.125	-.068	-.046	-.057	-.123	.079	0
4	-.075	.060	-.057	-.035	-.043	-.076	.024	0
5	-.035	.026	-.035	-.021	-.025	-.041	.046	0
6	-.016	.010	-.019	-.011	-.013	-.020	-.001	0
7	-.007	.004	-.010	-.006	-.007	-.009	-.002	0
8	-.003	.001	-.004	-.003	-.003	-.004	-.002	0
9	-.001	0	-.002	-.001	-.001	-.001	-.001	0
10	0	0	-.001	0	-.001	-.001	-.001	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0

AUMENTO EXOGENO DE LA OFERTA MONETARIA

t	y	P	m	s	q	r	i	e	ε_9
0	.454	1.066	1.000	-.134	.233	-.310	.405	1.299	1.000
1	.272	1.781	1.600	.074	.057	.073	.445	1.838	0
2	.144	2.153	1.960	.089	.057	.070	.255	2.210	0
3	.071	2.337	2.176	.062	.038	.045	.134	2.375	0
4	.032	2.426	2.306	.036	.021	.025	.066	2.447	0
5	.014	2.467	2.383	.019	.011	.013	.031	2.478	0
6	.006	2.486	2.430	.009	.005	.006	.014	2.491	0
7	.002	2.494	2.458	.004	.002	.003	.006	2.496	0
8	.001	2.497	2.475	.002	.001	.001	.003	2.498	0
9	0	2.499	2.485	.001	0	0	.001	2.499	0
10	0	2.500	2.491	0	0	0	0	2.500	0
11	0	2.500	2.495	0	0	0	0	2.500	0

REFERENCIAS

1. Blanchard, O. J. y Kahn (1980) "The Solution of Linear Difference Models Under Rational Expectations", Econometrica, vol. 48, No. 5.
2. Chow, G. (1975) "Analysis and Control of Dynamic Systems", Wiley, New York.
3. Hansen, L. y Sargent (1981) "Linear Rational Expectations Models for Dynamically Interrelated Variables" en Rational Expectations and Econometric Practice, de Lucas Jr. R. y Sargent eds., University of Minnesota Press, Minneapolis.
4. Kendrick (1981) "Stochastic Control for Economic Models", McGraw-Hill, New York.
5. Pérez Porrúa, J. M. (1982) "Ensayos sobre Teoría Económica Dinámica", Tesis de Licenciatura en Economía, Instituto Tecnológico Autónomo de México, México 1982.
6. _____, 1983 "Expectativas Racionales y la Formulación de la Política cambiaria en una Economía Sujeta a Movilidad de Capital", Documento de Trabajo, Banco de México, México 1983.
7. Sargent, T. (1980) "Interpreting Economic Time Series", Journal of Political Economy, vol. No. _____, Chicago.
8. Whiteman, C. (1982) "Linear Rational Expectations Models: A User's Guide" University of Minnesota Press, Minneapolis.

BANCO DE MÉXICO

SUBDIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN ECONÓMICA

Serie de Documentos de Investigación

1. ESTRUCTURA FINANCIERA Y EXPERIENCIA CAMBIARIA: MÉXICO 1954-1977. Guillermo Ortiz. Octubre, 1978.
2. EL FINANCIAMIENTO DEL GASTO PÚBLICO EN UNA ECONOMÍA EN CRECIMIENTO: EL CASO DE MÉXICO. Alain Ize. Noviembre, 1978.
3. ALGUNOS ASPECTOS DEL ENDEUDAMIENTO PÚBLICO EXTERNO EN MÉXICO. Ernesto Zedillo. Diciembre, 1978.
4. UNA APLICACIÓN DEL MODELO BAYESIANO DE DECISIÓN EN EL ANÁLISIS DE FUNCIONES DE PRODUCCIÓN AGRÍCOLA. Héctor E. González M. Diciembre, 1978.
5. POLÍTICA MACROECONÓMICA EN EL CORTO PLAZO: UNA RESEÑA. Alain Ize. Marzo, 1979.
6. ESTUDIOS DE MONEDA Y BANCA Y POLÍTICA MONETARIA SOBRE MÉXICO: SELECCIÓN BIBLIOGRÁFICA DE 1943 A 1978. Abril, 1979.
7. COMERCIO EXTERIOR MÉXICO-ESTADOS UNIDOS: PROBLEMAS DE COMPARABILIDAD ESTADÍSTICA. Jorge Carriles Rubio. Mayo, 1979.
8. EXPLOTACIÓN ÓPTIMA DE RESERVAS PETROLERAS EN UN CONTEXTO MACROECONÓMICO. José Córdoba. Mayo, 1979.
9. ASPECTOS DEFLACIONARIOS DE LA DEVALUACIÓN DEL PESO MEXICANO DE 1976. José Córdoba y Guillermo Ortiz. Mayo, 1979.
10. EXTRACCIÓN ÓPTIMA DE PETRÓLEO Y ENDEUDAMIENTO EXTERNO: EL CASO DE MÉXICO. Ernesto Zedillo. Junio, 1979.
11. IMPUESTOS DIRECTOS: PROGRESIVIDAD ÓPTIMA. Jesús Seade. Septiembre, 1979.
12. OPCIONES DE POLÍTICA ECONÓMICA 1979-1982. Sócrates Rizzo y Leopoldo Solís. Septiembre, 1979.
13. INTERMEDIARIOS FINANCIEROS Y MERCADOS IMPERFECTOS DE CAPITAL. Guillermo Ortiz. Septiembre, 1979.

14. ESTIMACIONES DE EQUILIBRIO GENERAL DE LOS EFECTOS DE LAS DISTORSIONES EN LOS MERCADOS DE FACTORES: EL CASO DE MÉXICO. José J. Sidaoui y Richard H. Sines. Octubre, 1979.
15. UN ANÁLISIS DE LA INFLACIÓN EN MÉXICO, Alain Ize. Octubre, 1979.
16. ANÁLISIS DE LOS COMPONENTES DEL CAMBIO ESTRUCTURAL CON UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL, 1970-75. José J. Sidaoui y Richard H. Sines. Enero, 1980.
17. TIPOS DE CAMBIO FLOTANTES Y DESLIZ CAMBIARIO: LAS EXPERIENCIAS DE ALGUNOS PAÍSES EN DESARROLLO. Guillermo Ortiz y Leopoldo Solís. Enero, 1980.
18. UN MODELO DE INFLACIÓN Y CRECIMIENTO EN UNA ECONOMÍA CAPITALISTA EN DESARROLLO. Alain Ize. Enero, 1980.
19. CRECIMIENTO E INFLACIÓN: ALTERNATIVAS CAMBIARIAS PARA MÉXICO. Guillermo Ortiz y Leopoldo Solís. Febrero, 1980.
20. COMPORTAMIENTO DE LA CAPTACIÓN BANCARIA EN MÉXICO. Héctor E. González Méndez. Mayo, 1980.
21. LA ENCUESTA DE TURISMO RECEPTIVO. REPORTE METODOLÓGICO. Alberto Vargas Aguayo. Junio, 1980.
22. AJUSTE ESTACIONAL DE UNA SERIE DE TIEMPO MEDIANTE EL USO COMPLEMENTARIO DE MÉTODOS TRADICIONALES Y LA TÉCNICA DE BOX-JENKINS. Gabriel Vera Ferrer y Víctor M. Guerrero. Julio, 1980.
23. DISTRIBUCIÓN DEL FINANCIAMIENTO OTORGADO POR EL SISTEMA BANCARIO MEXICANO A LA BANCA PRIVADA Y MIXTA. Víctor M. Guerrero y Gabriel Vera Ferrer. Julio, 1980.
24. LA MIGRACIÓN INDOCUMENTADA A ESTADOS UNIDOS: UN NUEVO ENFOQUE. Juan Díez Canedo. Julio, 1980.
25. UN MODELO FINANCIERO DE DESEQUILIBRIO A CORTO PLAZO PARA LA ECONOMÍA MEXICANA. Alain Ize. Julio, 1980.
26. ESTIMACIÓN DE LA FUNCIÓN DE IMPORTACIONES PARA MÉXICO. Javier Salas. Agosto, 1980.
27. UNA ALTERNATIVA PARA LA MEDIA ARITMÉTICA EN EL CÁLCULO DE PROMEDIOS SIMPLES DE RELATIVOS DE PRECIOS: LA MEDIA GEOMÉTRICA. Gabriel Vera Ferrer y Víctor M. Guerrero. Agosto, 1980.
28. LA DEMANDA DE DINERO EN MÉXICO: PRIMERAS ESTIMACIONES. Guillermo Ortiz. Septiembre, 1980.

29. ECONOMÍAS DE ESCALA Y CONCENTRACIÓN BANCARIA: EL CASO DE MÉXICO. Héctor E. González Méndez. Octubre, 1980.
30. LA ESTABILIDAD DE LA DEMANDA DE DINERO EN MÉXICO. Guillermo Ortiz. Noviembre, 1980.
31. EL TAMAÑO DE LA FAMILIA Y LA DISTRIBUCIÓN DEL INGRESO EN MÉXICO: UN ENSAYO EXPLORATORIO. Gabriel Vera Ferrer. Diciembre, 1980,
32. PROMEDIOS PARAMETRICOS: SU SELECCIÓN Y EMPLEO EN LA DETERMINACIÓN DE ÍNDICES DE PRECIOS. Víctor M. Guerrero, Enero, 1981.
33. UNA APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN A SERIES DE TIEMPO DE LA ECONOMÍA MEXICANA. Víctor M. Guerrero y Gabriel Vera Ferrer. Marzo, 1981.
34. ALGUNOS ASPECTOS DE LA CONCENTRACIÓN EN EL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO. Héctor E. González Méndez. Marzo, 1981.
35. ANÁLISIS DEL TURISMO RECEPTIVO Y EGRESIVO EN MÉXICO. Alberto Vargas Aguayo. Agosto, 1981.
36. COMPORTAMIENTO DE LA FUNCIÓN DE COSTOS DE LA BANCA MÚLTIPLE Y ALTERNATIVAS SOBRE LA EVOLUCIÓN. Héctor E. González Méndez, Septiembre, 1981.
37. DISTRIBUCIÓN DEL INGRESO EN MÉXICO 1977. Juan Diez-Canedo y Gabriel Vera. Septiembre, 1981.
38. CUENTAS NACIONALES Y ANÁLISIS MACROECONÓMICO. Jesús Reyes Heróles G. y José J. Sidaoui D. Septiembre, 1981.
39. UNA NOTA SOBRE LA EVOLUCIÓN DE LA ESTRUCTURA DE INGRESOS Y GASTOS BANCARIOS: 1966-1979. Alain Ize. Octubre, 1981.
40. LA DOLARIZACIÓN EN MÉXICO: CAUSAS Y CONSECUENCIAS. Guillermo Ortiz. Octubre, 1981.
41. UN ANÁLISIS DEL MERCADO DE CRÉDITO EN MÉXICO. Ángel Calderón, Javier Cárdenas y Alain Ize. Octubre, 1981.
42. SUBSTITUCIÓN DE MONEDAS E INDEPENDENCIA MONETARIA: EL CASO DE MÉXICO. Guillermo Ortiz y Leopoldo Solís. Noviembre, 1981.
43. ESTABILIZACIÓN Y SUBSTITUCIÓN DE ACTIVOS EN UN SISTEMA FINANCIERO CON DOS MONEDAS Y CON EXPECTATIVAS DE DEVALUACIÓN. Alain Ize. Noviembre, 1981.
44. LA DISTRIBUCIÓN DE LOS INGRESOS POR TRABAJO EN MÉXICO. Jesús Reyes Heróles G. G. Enero, 1982.

45. DISTRIBUCIÓN REGIONAL DE LA CAPTACIÓN Y EL FINANCIAMIENTO DE LA BANCA PRIVADA Y MIXTA (1950-1980). Héctor E. González Méndez. Marzo, 1982.
46. COMPORTAMIENTO REGIONAL DE LA CAPTACIÓN Y EL CRÉDITO DE LA BANCA PRIVADA Y MIXTA EN MÉXICO. Héctor E. González Méndez. Abril, 1982.
47. EVOLUCIÓN Y PERSPECTIVAS DE LAS EXPORTACIONES DE MANUFACTURAS. Javier Salas y José J. Sidaoui D. Mayo, 1982.
48. UN ANÁLISIS DE LA INFLACIÓN EN MÉXICO. Jesús Marcos Yacamán. Julio, 1982.
49. EL PROCESO INFLACIONARIO EN MÉXICO. TEORÍA Y APLICACIONES DEL ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN. Víctor M. Guerrero. Julio, 1982.
50. ESTRUCTURA ECONÓMICA Y LOS ÍNDICES DE PRECIOS PRODUCTOR. Marín Maydón Garza y Luis H. Villalpando. Noviembre, 1982.
51. PRECIOS Y PRODUCTO EN EL CORTO PLAZO: ENFOQUES TEÓRICOS ALTERNATIVOS. Alain Ize. Noviembre, 1982.
52. ESTRUCTURA DE MERCADO, COMPORTAMIENTO Y POLÍTICAS DE LA BANCA PRIVADA Y MIXTA MEXICANA, 1970-1980. Rubén Yesin Toledo. Noviembre, 1982.
53. EL COMPORTAMIENTO MACROECONÓMICO DE LA ECONOMÍA MEXICANA ENTRE 1961 Y 1981: ESPECIFICACIONES ALTERNATIVAS Y PRUEBAS DE HIPÓTESIS. Alain Ize y Javier Salas. Agosto, 1983.
54. DESESTACIONALIZACIÓN DE SERIES DE TIEMPO ECONÓMICAS: PARTE I. UNA INTRODUCCIÓN A LA METODOLOGÍA. Víctor M. Guerrero. Agosto, 1983.
55. DESESTACIONALIZACIÓN DE SERIES DE TIEMPO ECONÓMICAS: PARTE II. AJUSTES PREVIOS A LA DESESTACIONALIZACIÓN. Víctor M. Guerrero. Agosto, 1983.
56. SOLUCIÓN A UNA CLASE GENERAL DE MODELOS LINEALES EN DIFERENCIAS CON EXPECTATIVAS RACIONALES. Juan Manuel Pérez Porrúa. Abril, 1984.