Documento No. 54

Destacionalización de Series de Tiempo Económicas:

Parte I

Una Introducción a la Metodología

Por

Víctor M. Guerrero

Agosto, 1983.

Las ideas contenidas en el presente ensayo son responsabilidad exclusiva del autor y no reflejan la posición del Banco de México.

ÍNDICE

I. INTRODUCCIÓN

- A) Desestacionalización de Series de tiempo
- B) Algunas Ideas Preliminares

B) RESEÑA HISTÓRICA DE LA METODOLOGÍA DE AJUSTE ESTACIONAL

- A) Aspectos Generales
- B) Razones para Desestacionalizar Series
- C) Definición de las Componentes de una Serie de Tiempo

III. MÉTODOS DE AJUSTE ESTACIONAL

- A) Enfoques Básicos
- B) Selección del Modelo Aditivo o Multiplicativo
- C) Algunos Métodos de Ajuste Estacional

IV. ALGUNAS CONSIDERACIONES PRÁCTICAS

- A) Métodos Disponibles en el Banco de México.
- B) Interpretación de Algunos Términos y Conceptos Asociados con un Ajuste Estacional.
- C) Recomendaciones de los Expertos

REFERENCIAS

Desestacionalización de Series de Tiempo Económicas:

Parte I. Una Introducción a la Metodología

por

Víctor M. Guerrero*

I. INTRODUCCIÓN

A). Desestacionalización de Series de Tiempo

Es innegable que la mayoría de las metodologías existentes para analizar información se han originado en los países desarrollados, esto se debe, entre otras cosas, a que en tales países existe una gran preocupación por hacer uso eficiente de la enorme cantidad de datos que se recolectan continuamente. De igual manera, no hay duda de que el análisis de los aspectos económicos es de vital importancia para la buena planeación y control, así como para el alcance de las metas fijadas en los planes de los gobiernos; por este motivo, el análisis de series de tiempo económicas se ha visto favorecido con el apoyo de los gobiernos de los países ya desarrollados.

En los países en vías de desarrollo, como es el caso de México, el panorama es un tanto distinto ya que, aun cuando algunos tomadores de decisiones tienen conciencia de la utilidad que brinda el realizar un análisis profundo de la información económica, existe la creencia generalizada de que las metodologías utilizadas en otros países son completamente válidas también para el nuestro y que por lo tanto no se requiere diseñar una metodología específicamente adecuada a nuestra situación. Esto puede ser así en muchos casos, más no necesariamente en todos, y aunque así fuera siempre, el hecho de que existan dos o más metodologías para realizar el mismo tipo de análisis, requiere que se realice una discriminación para elegir la que más razonablemente se adapte al caso de México. En lo que respecta a la desestacionalización de series de tiempo económicas esto es particularmente cierto, ya que existe

* Se agradece la colaboración prestada por Odette Barrón para la realización de este trabajo; igualmente importantes son el apoyo y los comentarios brindados por Gabriel Vera. La mecanografía del documento fue realizada eficientemente por Rocío Barragán y Ana Adela Velázquez.

una gran variedad de metodologías que podría intentarse utilizar, pero es necesario conocer entonces los puntos favorables y desfavorables de cada una de ellas.

Por otro lado, hasta hace poco tiempo, la falta de capacidad de cómputo limitaba en muchas ocasiones la realización de un análisis por estacionalidad en México, afortunadamente eso no ocurre en la actualidad y prácticamente todos los métodos conocidos podrían ser instrumentados en cualquiera de los centros de cómputo existentes en el país. Este hecho conduce a calificar como injustificado el que en México no se lleve a cabo la desestacionalización de series de tiempo, de manera rutinaria y con los métodos más avanzados, como parte de un análisis de información previo a la toma de decisiones.

Lo único que haría falta entonces sería crear la conciencia de que la desestacionalización de series es ya factible realizarla en México, así como explicar el por qué se requiere de este tipo de análisis. Con este objetivo en mente, en el Banco de México se decidió instrumentar uno o más métodos de desestacionalización para probar su adecuación a las series de tiempo que maneja el Banco y para determinar cuál es el más apropiado. Asimismo, se intenta realizar investigación relacionada con aspectos generales de la desestacionalización de series y con el estudio de algunos casos específicos de series relevantes para la economía mexicana.

En este primer documento se hablará en términos generales de la metodología sobre desestacionalización; en un segundo documento, que constituirá de hecho la segunda parte del presente, se considerarán aspectos específicos sobre los ajustes previos que es necesario realizar, para posteriormente someter la serie preajustada al análisis por estacionalidad; en la parte tres se considerarán algunos puntos no tratados previamente, pero relacionados directamente con la desestacionalización, los cuales, por su importancia, conviene mencionarlos por separado.

B). Algunas Ideas Preliminares

La desestacionalización de series de tiempo no es en realidad más que uno de los varios enfoques estadísticos que existen para analizar una serie de tiempo. La idea básica que sustenta a esta metodología de análisis, como se verá más adelante, es que la serie observada está constituida por varias componentes que pueden, en un momento dado, ser separadas de la serie original. El fundamento intuitivo, implícito en la descomposición de una serie de tiempo, así como la aparente

carencia de sofisticación matemática para utilizar los métodos correspondientes, han dado por resultado el que se abuse de esta metodología, al grado de que algunos libros de texto de estadística (eg. Yamame, 1967; Boot y Cox, 1974) presentan a la descomposición de series de tiempo si no como el único, si como el análisis básico de series de tiempo. Por este mismo abuso del que se hace mención, en ocasiones se exige demasiado de la metodología de descomposición y de su aliado principal, que es la desestacionalización o el ajuste estacional de series de tiempo. Es pues necesario, saber cuáles son los alcances y cuáles las limitantes de un análisis de series de tiempo que consista precisamente en ajustar la serie por estacionalidad.

El objetivo de este trabajo se pensó originalmente que fuera: presentar "de una manera clara y concisa" la metodología estadística sobre desestacionalización. Desde luego, es muy pretensioso e irreal intentar abarcar todo lo que se ha escrito sobre el tema y resumirlo en unas cuantas páginas; de igual manera, es también presuntuoso que el autor sea capaz de entender y explicar con suficiente claridad los distintos enfoques que se utilizan para llevar a cabo la desestacionalización. Por estas razones, como objetivos más viables para este trabajo se postulan: (1) realizar una breve reseña del desarrollo histórico de la metodología de ajuste estacional, (2) describir algunas características sobresalientes de los métodos más comunes en uso y (3) señalar algunos puntos de interés en general.

En principio, vale la pena mencionar que, dentro de los métodos de análisis de series de tiempo, se encuentran dos categorías fundamentales que se conocen como: (i) Análisis en el Dominio del Tiempo y (ii) Análisis Espectral o en el Dominio de las Frecuencias. Dentro de la primera categoría sobresale el análisis basado en modelos ARIMA, cuya utilidad en la práctica creció notablemente a raíz del trabajo desarrollado por Box y Jenkins en la década de los 60's, el cual culminó con la publicación de su libro (Box y Jenkins, 1970). Por su lado, las técnicas que se utilizan en el análisis espectral requieren una mayor familiaridad con la matemática y, por lo tanto, su utilización en la práctica no es tan común como la que se da a las técnicas de análisis en el dominio del tiempo. Sin embargo, los dos tipos de análisis vienen a ser simplemente dos maneras distintas de ver al mismo fenómeno, donde cada una de dichas maneras permite apreciar ciertas características con mayor o menor profundidad (véase Engle, 1976). Además, el desarrollo tan acelerado que han tenido ambos tipos de análisis a últimas fechas (véase Makridakis, 1976 y Newbold, 1981) proporciona evidencia de la utilidad que tales metodologías brindan en la práctica.

En lo que respecta a la desestacionalización de series, esto puede llevarse a cabo con técnicas de análisis en cualesquiera de los dominios, pero debido a la complejidad matemática del análisis espectral, el ajuste estacional tradicional se realiza en el dominio del tiempo. Por lo mismo, en este trabajo se hará mención básica a la desestacionalización que se efectúa como análisis en el dominio del tiempo.

II. RESEÑA HISTÓRICA DE LA METODOLOGÍA DE AJUSTE ESTACIONAL

A). Aspectos Generales

A manera de presentación del desarrollo histórico que han seguido los métodos para desestacionalizar series de tiempo, conviene hacer mención a la idea sostenida por Nerlove, Grether y Carvalho (1979) acerca de que las series de tiempo bien podrían visualizarse como constituidas por varias componentes no-observables. Dichas componentes comúnmente se utilizan para caracterizar los distintos movimientos que puede presentar una serie, como son: la tendencia, el ciclo, la estacionalidad y el movimiento irregular.

Esta idea de las componentes no-observables parece haber aparecido dentro del análisis económico en el período de 1825 a 1875; no obstante, la misma conceptualización había sido ya utilizada previamente en estudios de astronomía y meteorología. Seguramente tal idea es resultado del deseo, inherente al hombre, de formular leyes a partir de las regularidades aparentes, que se aprecian en los fenómenos reales. Por ejemplo, no se requiere ser un experto en economía o en estadística para apreciar ciertas regularidades en el comportamiento del agregado monetario M1 que se muestra en la figura 1; en particular son evidentes las ondas de duración anual, asociadas con una elevación del nivel de la serie en el mes de diciembre de cada año, lo cual sugiere la existencia de un patrón estacional subyacente en la serie. En contraste, la figura 2 presenta la gráfica de la misma serie, pero desestacionalizada, de la cual han desaparecido evidentemente las variaciones periódicas.

En Nerlove et al. (1979) se precisa con bastante detalle el desarrollo del tema relacionado con modelos para series de tiempo con componentes no-observables. Dentro de dicho tema se encuentra no solo la desestacionalización de series de tiempo, sino otro problema igualmente importante en lo que respecta al análisis de series de tiempo económicas, que es el de la determinación y estudio de los

Ciclos Económicos. Por su parte, Makridakis (1976) complementa el trabajo de Nerlove, Grether y Carvalho en lo que respecta a la aparición de técnicas para la determinación de las componentes, y menciona específicamente que en 1911 se creó en Francia un comité al cual se encargó la labor de proponer métodos para separar las componentes de las series de tiempo, con el fin de pronosticar a cada una de ellas por separado. Posteriormente en Estados Unidos se trató de hacer lo mismo y así nació en ese país la idea de construir barómetros de la actividad económica que consideraran por separado a las fluctuaciones estacionales.

Figura 1
Medio Circulante (M1)
Miles de Millones de pesos

Figura 2
Medio Circulante Desestacionalizado

Según Persons (1919), las series de tiempo están constituidas por cuatro componentes, que el asoció con las siguientes fluctuaciones:

- (i) una tendencia a largo plazo, que constituye de hecho el elemento de crecimiento de la serie,
- (ii) un movimiento cíclico con forma de onda, superimpuesto en la tendencia a largo plazo,
- (iii) un movimiento estacional dentro del año, y
- (iv) una variación residual causada por situaciones que afectan a las series de manera individual.

El trabajo de Persons, entre otras cosas, considera implícitamente la idea de que cada una de las componentes tiene, en cierto grado, sus propias fuerzas causales.

Uno de los métodos principales que se ha utilizado para desestacionalizar series es el Método de Razón a Promedio Móvil, este método es comúnmente adjudicado a Macaulay (1931) (conviene tener en cuenta el artículo de Mendershausen, 1937 p.240, en el cual se describen y comentan los métodos con los que se contaba hasta esa fecha y en donde en particular se menciona que Macaulay no reconoce la paternidad del método de razón a promedio móvil). Es notorio que en las primeras propuestas de métodos para ajuste estacional, un elemento fundamental era el que los cálculos involucrados fueran fáciles de realizar; a últimas fechas, sin embargo, esto ha perdido relevancia debido a la aparición de la computadora. Así, en 1954, Shiskin inició el trabajo de instrumentación computacional de un método para desestacionalizar series de tiempo masivamente, lo cual resultó ser el primer método de la Oficina del Censo de los Estados Unidos (Census Method I) el cual en realidad no era más que un pequeño refinamiento del método de razón a promedio móvil (véase Kallek, 1978); posteriormente apareció el Census Method II, al cual se le estudió empíricamente entre los años 1955 y 1965, dando origen a las variantes experimentales X-1 a X-11; en particular la variante X-11 aparece descrita en Shiskin Young y Musgrave (1967). Este método, cabe notar, era utilizado a principios de la década de los 60's por la mayoría de los países industrializados, pero su uso era completamente mecánico, ya que se carecía del entendimiento de por qué se hacía tal o cual cosa. Una vez que la gente empezó a cuestionar la validez del método, surgieron enfoques y métodos alternativos, a los cuales se hará mención en la sección III de este documento.

B). Razones para Desestacionalizar Series

Posiblemente la razón más importante para llevar a cabo el ajuste estacional de una serie sea la que propuso Persons en 1919 de que cada una de las componentes de una serie es causada por fenómenos distintos. Esta misma idea la elabora Granger (1978) en particular en lo que toca a la componente estacional y encuentra que existen al menos cuatro posibles causas de las fluctuaciones estacionales; dichas causas, según Granger, no tienen por qué ser completamente ajenas o distintas entre sí. La primera de tales causas es el calendario mismo, es decir, es el hecho de que algunas festividades estén fijas en determinadas fechas del calendario o bien el que los meses tengan más o menos días de acuerdo con el calendario; la segunda causa es que las instituciones tienden a fijar fechas dentro del

año para realizar ciertas actividades, por ejemplo los períodos de vacaciones escolares o bien los períodos de pago de impuestos que son fijados por las autoridades correspondientes; la tercer causa es el clima que, según si es temporada de lluvias o no, determina por ejemplo, las cosechas (el clima, o dicho de otra manera, las estaciones del año, podría pensarse como la causa por excelencia de la estacionalidad y de aquí que se derive el término mismo); finalmente, la cuarta causa señalada por Granger, son las expectativas de fluctuaciones estacionales, ya que por ejemplo la elevada producción de juguetes en los meses previos a la Navidad es causada por la expectativa de ventas elevadas en diciembre. Estas cuatro causas, quizá con otras más, pueden ocurrir simultáneamente para producir las fluctuaciones estacionales que se observan en una cierta serie de tiempo; lo importante a notar aquí es que tales causas bien pueden considerarse como factores exógenos, de naturaleza no-económica, que influyen sobre la variable que se estudia y que muchas veces oscurecen las características de la serie relacionadas con aspectos netamente económicos (los cuales constituyen la esencia del análisis de una serie de tiempo económica).

Para observar una conclusión sencilla que puede obtenerse de un ajuste estacional considérese la información que aparece en el cuadro 1; aquí se presentan los datos del Medio Circulante para algunos meses y años seleccionados tanto de la serie original como de la serie ajustada por estacionalidad. En la serie original es notoria la caída del nivel de diciembre de 1980 a enero de 1981, asimismo puede apreciarse una ligera caída de agosto a septiembre de 1981. Sin embargo, debido a que este tipo de fenómenos han ocurrido periódicamente, en la serie ajustada estacionalmente no se aprecia ninguna caída, aunque sí pueden percibirse ligeros cambios en la velocidad de crecimiento. Tales cambios en la velocidad de crecimiento pueden apreciarse mejor en el cuadro 2, en donde se presentan las tasas de crecimiento mensual anualizadas, para ambas series. Posiblemente este ejemplo numérico permita observar la utilidad que puede prestar la realización de un ajuste estacional, para la toma de decisiones en el corto plazo.

Cuadro 1
Medio Circulante
(Millones de Pesos)

AÑOS	M e s e s					
	Enero	...	Julio	Agosto	Septiembre	Diciembre
-- Serie Original --						
1980	326,389.0	...	363,632.0	366,893.0	368,566.0	461,213.0
1981	439,413.0	...	482,964.0	484,777.0	481,518.0	612,398.0
-- Serie Ajustada Estacionalmente --						
1980	318,356.0	...	374,533.1	382,029.3	391,614.7	417,258.2
1981	428,149.0	...	493,994.2	503,428.6	514,432.8	555,694.8

Para concluir, como Kallek (1978) dice, con un ajuste estacional "uno pretende eliminar lo más de la fluctuación que oscurece a la componente de tendencia-ciclo de la serie" así que no sólo la componente estacional, sino, de ser posible, también parte de la irregularidad que se pueda medir, debe tratar de cancelarse para ver mejor la tendencia-ciclo de la serie. Similarmente, Fromm (1978) apoya esto diciendo que la descomposición de la serie se realiza para "permitir la identificación de patrones subyacentes y relaciones causales, y para disminuir la posibilidad de ser engañados por correlaciones espurias que resulten de influencias estacionales sistemáticas e independientes".

Cuadro 2
Medio Circulante
Tasas de Crecimiento Anualizadas

AÑOS	M e s e s					
	Enero	...	Julio	Agosto	Septiembre	Diciembre
-- Serie Original --						
1980	-51.13	...	- 4.55	11.31	5.61	349.70
1981	-44.07	...	-11.18	4.59	-7.77	410.01
- Serie Ajustada Estacionalmente -						
1980	37.59	...	53.70	26.84	34.63	16.78
1981	36.23	...	22.12	25.49	29.63	47.79

C). Definición de las Componentes de una Serie de Tiempo

Como ya se dijo en la sección II-A, Persons (1919) fue quien distinguió por vez primera la existencia de cuatro componentes dentro de una serie de tiempo. Dichas componentes sin embargo, no

fueron definidas con precisión por Persons quien, por el contrario, aceptó explícitamente que las componentes debían definirse de acuerdo con su naturaleza esencialmente empírica (véase Nerlove et. al., 1979 p.12) y desde luego, la vaguedad de estos conceptos ha sido reconocida por los estudiosos del tema; no obstante, la idea de que dar definiciones precisas no son fundamentalmente importantes ha persistido al paso del tiempo. Incluso algunos autores (e.g. Pierce, 1980) han preferido evitar entrar de lleno a la definición de tales conceptos, esgrimiendo como argumento que las definiciones en este caso pueden tanto dar luz, como confundir, al mismo tiempo.

La creencia general, expresada por Granger (1978) es que "la componente estacional es tan simple y obvia que difícilmente requiere de una definición formal", por otro lado, como Granger mismo sugiere, al tratar de exponer los objetivos de un ajuste estacional o al tratar de evaluar los resultados producidos por un cierto método, es indispensable contar con una definición formal. Dicha definición la proporciona él dentro de un contexto estadístico bastante explícito, en lo que respecta a supuestos sobre la serie de tiempo, pero con terminología de análisis espectral, lo cual lamentablemente limita su aplicación en la práctica.

La Oficina del Censo de los Estados Unidos que tiene posiblemente la mayor experiencia a nivel mundial en lo que a ajuste estacional se refiere, utiliza una definición de estacionalidad bastante limitada y referida básicamente (Kallek, 1978 p.15) a las "fluctuaciones periódicas que recurren cada año, aproximadamente en las mismas fechas y con la misma intensidad y las cuales, lo que es más importante, pueden medirse y eliminarse de la serie de tiempo en consideración". Básicamente la misma idea la manejan Shiskin (1978) y Dagum (1978), esta última señala en particular que las tres características más importantes de los fenómenos estacionales son:

- "(1) el fenómeno se repite cada año con cierta regularidad, pero puede evolucionar,
- (2) el fenómeno puede medirse y separarse de las otras fuerzas que influyen el movimiento de la serie, y
- (3) el fenómeno es causado principalmente por fuerzas no-económicas, exógenas al sistema económico y que no pueden controlarse o modificarse por los tomadores de decisiones en el corto plazo".

en especial la característica (3) constituye la razón fundamental para eliminar la componente estacional de la serie observada.

En un trabajo de carácter más teórico, Raveh (1981) expone algunas definiciones en relación con las componentes de una serie de tiempo; sin embargo, dichas definiciones, aun cuando sean dadas en términos del dominio del tiempo, es poco probable que sean de utilidad práctica debido básicamente a que: (i) se proporcionan para una serie de tiempo ideal que no contiene componente irregular y (ii) involucran estructuras de relaciones simultáneas entre la tendencia (y ciclo) y la estacionalidad. En particular, en lo que se refiere a la componente de tendencia, Raveh cita el diccionario de términos estadísticos que fue editado por Kendall y Buckland y en donde se encuentra que la tendencia es: "un movimiento de largo plazo en una serie ordenada,... que se puede considerar, junto con las oscilaciones y la componente aleatoria, como generador de los valores observados. Una característica esencial del concepto de tendencia es que es suave durante períodos que son largos en relación con la unidad de tiempo para la cual existe un registro de observaciones. 'Largo' para este propósito es algo arbitrariamente definido, así que un movimiento que es una tendencia para algún propósito, puede no serlo para otro".

En lo que respecta a las otras dos componentes, el ciclo y la irregularidad, Dagum (1978) se refiere a ellas de la siguiente manera: "el ciclo es una oscilación quasi-periódica caracterizada por períodos alternantes de expansión y contracción", mientras que la componente irregular esta compuesta de "movimientos imprevisibles relacionados con eventos de toda clase ... tienen apariencia aleatoria estable y pueden distinguirse de otros tipos de irregularidades, como las observaciones aberrantes, porque éstas tienen causas bien identificadas, tales como inundaciones, huelgas, etcétera".

Figura 3
Componente de Tendencia-Ciclo

Componente Estacional

Componente Irregular

Quizá la mejor manera de apreciar el comportamiento de cada una de las componentes sea mediante su observación visual; con esta finalidad, la figura 3 presenta las gráficas: (i) de la componente de tendencia-ciclo (debido a que no hay interés específico en el ciclo, por lo común no se realiza ningún esfuerzo para tratar de separar a las componentes individuales de tendencia y ciclo, y se presentan mezcladas), (ii) de la componente estacional y (iii) de la componente irregular. Seguramente este tipo de apreciación visual de las componentes tiende a apoyar la idea original de Persons, acerca de que la definición de las componentes debe realizarse de acuerdo con la naturaleza esencialmente empírica de las mismas.

III. MÉTODOS DE AJUSTE ESTACIONAL

A). Enfoques Básicos

A la fecha existen diversas metodologías desarrolladas con el propósito de realizar el ajuste estacional de series de tiempo; dichas metodologías podrían agruparse razonablemente bien dentro de tres grupos que denominaremos: (i) Métodos de Regresión, (ii) Métodos de Promedios Móviles y (iii) Métodos Basados en Modelos.

El que se tenga un grupo de métodos con referencia explícita a modelos no significa que los otros dos grupos no utilicen modelos para representar a la serie, lo que sucede es que con los métodos basados en modelos, a cada componente de la serie se le pretende asociar su correspondiente modelo de comportamiento estocástico, cosa que no sucede con los otros dos grupos de metodologías. De hecho, los modelos básicos, que muestran explícitamente la relación que guardan las componentes de una serie observada $\{0_1, 0_2, \dots, 0_N\}$ son: el multiplicativo

$$0_t = T_t \bullet E_t \bullet I_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

o el aditivo

$$0_t = T_t + E_t + I_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

en donde T_t , E_t e I_t son las componentes de tendencia-ciclo, estacionalidad e irregularidad, respectivamente. A partir de estos modelos básicos, el problema de la desestacionalización se convierte

en el de estimación de las componentes T_t , E_t e I_t para cada uno de los períodos de observación $t = 1, 2, \dots, N$.

Los métodos de regresión se aplican generalmente en el supuesto de que la estacionalidad, y en ocasiones también la tendencia, puede representarse de manera determinista mediante funciones del tiempo, para ello es común representar a la tendencia mediante una curva polinomial y a la estacionalidad mediante funciones periódicas (combinaciones de senos y cosenos) o variables artificiales. Por su parte, los métodos de promedios móviles presuponen que tanto la tendencia como la estacionalidad siguen comportamientos dinámicos al paso del tiempo, y por tanto la estimación de las componentes se realiza localmente, de forma tal que la tendencia en un punto determinado del tiempo se estima como un promedio de observaciones previas y futuras al momento en consideración.

Como exponentes de los métodos de regresión pueden citarse los trabajos de Lovell (1963), Jorgenson (1964), Stephenson y Farr (1972), Nicholas y Stronge (1977) y Havenner y Swamy (1981). Debido a que el supuesto de estabilidad, implícito comúnmente en los métodos de regresión, se satisface solamente en raras ocasiones, en la práctica se prefiere generalmente trabajar con los métodos de promedios móviles o bien, a últimas fechas, con los métodos basados en modelos; en consecuencia, estos dos tipos de metodologías serán tratados en mayor detalle en la siguiente sección. Cabe ahora mencionar un método propuesto por Pierce (1978) que combina los aspectos deterministas del método de regresión, con los aspectos estocásticos (dinámicos) de los métodos de promedios móviles y con la estrategia de construcción de modelos que forma parte de los métodos basados en modelos; por tales características, es una metodología interesante, aunque en su etapa actual no se presta para efectuar desestacionalización masiva y rutinaria de series.

Antes de pasar a describir los métodos actualmente en uso o en franca experimentación, conviene notar que varios, sino es que todos los métodos existentes, podrían aplicarse a una serie de tiempo dada; el problema estriba entonces en cómo decidir cuál método es el más apropiado para la serie en consideración. En principio, lo que debe decidirse es para qué se requiere desestacionalizar la serie; si es para realizar algún análisis econométrico en donde aparezca la serie ajustada, quizá lo más conveniente sea utilizar algún método de regresión (véase Lovell, 1966 y Wallis 1974), ya que así las fluctuaciones estacionales podrían formar parte explícita del modelo econométrico. Si se pretende realizar pronósticos y/o analizar detalladamente los comportamientos individuales de cada componente

de una serie específica, seguramente algún método basado en modelos será el indicado (véase Hillmer y Tiao, 1982). Por otro lado, si el objetivo de la desestacionalización es simplemente observar "a grosso modo" la tendencia de la serie, sin efectos estacionales que la puedan oscurecer, o si la idea es desestacionalizar rutinariamente una gran cantidad de series, los métodos más adecuados posiblemente serán los de promedios móviles, debido a su relativa sencillez de aplicación y disponibilidad de paquetes de cómputo estadístico para realizar los cálculos.

Aún después de haber decidido qué tipo de metodología general resulta más conveniente utilizar, las posibilidades de elección de un método específico resultan todavía numerosas; por este motivo se requiere entonces contar con ciertos criterios que permitan discriminar en un momento dado, dentro de los métodos alternativos viables, cuál es el más razonable o adecuado para utilizarse. Esto es, a falta de causas explícitas que permitan construir un modelo estructural (Engle, 1978) para la componente estacional, los datos mismos deberán indicar qué tipo de método es el más apropiado para analizarlos. De los criterios de evaluación o propiedades óptimas que han aparecido en la literatura (véase por ejemplo Lovell, 1963; Granger, 1978 y Shiskin, 1978) podemos mencionar los siguientes: sea A un método de ajuste estacional, entonces se dice que

- (1) A preserva las sumas de dos o más series si

$$A(0_{1t} + 0_{2t}) = A(0_{1t}) + A(0_{2t})$$

- (2) A preserva las sumas dentro de la serie (en particular las anuales) si

$$\sum_{t=t_1}^{t_2} A(0_t) = \sum_{t=t_1}^{t_2} 0_t$$

- (3) A es idempotente si

$$A[A(0_t)] = A(0_t)$$

- (4) A cancela los efectos estacionales de las componentes no-estacionales si

$$A(T_t) = T_t, A(I_t) = I_t$$

- (5) La serie ajustada por A no está correlacionada con la componente estacional

$$\sum_t E_t \bullet A(0_t) = 0$$

(6) A no se afecta por transformaciones lineales si

$$A(c0_t+b) = c A(0_t)+b \text{ con } b \text{ y } c \text{ dos constantes}$$

desde luego, existen otros criterios que podrían enumerarse. Existen asimismo algunos principios básicos, implícitos en la idea de la descomposición de series, que han dado origen también a algunos métodos de desestacionalización, como ejemplo de los cuales podría citarse a Pierce (1978) y a Schlicht (1981).

B). Selección del Modelo Aditivo o Multiplicativo

Una vez que se haya elegido el método de ajuste que habrá de utilizarse, el siguiente paso deberá consistir en discriminar entre el modelo aditivo y el multiplicativo. A este respecto, Durbin y Murphy (1975), y posteriormente Durbin y Kenny (1978), sugieren un procedimiento con base en métodos de regresión para tener en cuenta una componente estacional cuyo comportamiento se refleje en que el modelo sea mixto (en el sentido de que admita las representaciones aditiva y multiplicativa, simultáneamente). De acuerdo con estos autores, conviene calcular la desviación media absoluta respecto a la tendencia para cada año y graficarla contra la tendencia media anual, de esta manera, la inspección visual de estas gráficas proporciona la indicación de qué modelo deberá emplearse; el argumento, como ellos lo dicen (Durbin y Kenny, 1978 p.175) es el siguiente: "Lo que deseamos saber es si la amplitud de la variación estacional crece proporcionalmente conforme la tendencia crezca, o menos que proporcionalmente, o que no crezca". Los problemas de este enfoque son: (1) el cálculo de la tendencia, previo a la realización del ajuste estacional y (2) el aspecto subjetivo implícito en la inspección visual de las gráficas.

Para evitar la subjetividad en la apreciación de gráficas sería preferible utilizar un procedimiento numérico que discrimine entre los modelos multiplicativo y aditivo. El procedimiento numérico sugerido por el presente autor para discriminar entre modelo aditivo y multiplicativo surge del siguiente argumento: ya que el modelo multiplicativo

$$O_t = T_t \bullet E_t \bullet I_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

puede expresarse de manera equivalente como el modelo aditivo

$$O_t = T'_t + E'_t + I'_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

donde (') denota al logaritmo de la componente en el modelo anterior (por ejemplo $T'_t = \log(T_t)$) entonces el modelo a utilizar sería el aditivo, y el problema se convierte en realidad en discriminar entre utilizar el logaritmo de las observaciones o emplear las observaciones originales. De acuerdo con lo expuesto por Durbin y Kenny, si la amplitud de la componente estacional es proporcional (constante respecto) a la tendencia media anual, el modelo será multiplicativo (aditivo); así pues, si se supone que la variación que se observe en grupos anuales de datos es causada esencialmente por las fluctuaciones estacionales, el que se obtenga una relación aproximada del tipo

$$(1) S_i = K M_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \text{o} \quad (2) S_i = K \quad (i=1, 2, \dots, n)$$

donde S_i y M_i representan respectivamente la desviación estándar y la media para las observaciones del año i , y $K=0$ es una constante de proporcionalidad, implicaría entonces emplear un modelo multiplicativo en el caso (1), y aditivo en el caso (2). Esto, desde luego, es una aproximación, al igual que lo es la sugerencia de Durbin y Kenny; no obstante, debe notarse que ahora el supuesto en que se basa la aproximación, entre otras cosas, es de que la tendencia crece de año a año, pero es esencialmente constante dentro del año; por otro lado, el procedimiento propuesto aquí puede justificarse también con el argumento expuesto a continuación. Una relación más general que contiene a las expresiones (1) y (2) anteriores, viene a ser

$$(3) S_i / M_i^{\delta} = K$$

donde, si $\delta=1$ se obtiene (1) y si $\delta=0$ se obtiene (2). Lo importante de esta última expresión es que puede demostrarse que surge de una adaptación de los resultados de Bartlett (1947), para ello puede consultarse a Guerrero y Vera (1981 cap.3 y 4) en donde se detalla la operacionalización de la expresión (3). Ahora bien, la relación (3) surge en la búsqueda de una transformación estabilizadora de

varianza para los datos ya que, si dicha relación se satisface razonablemente para alguna δ , será adecuado aplicar la transformación potencia

$$0'_t = \begin{cases} 0_t^{1-\delta} & \text{si } \delta \neq 1 \\ \log(0_t) & \text{si } \delta = 1 \end{cases}$$

En Vera y Guerrero (1981) se muestra una aplicación de este resultado. En el presente caso, sin embargo, el interés radica en utilizar el valor $\delta=0$ o $\delta=1$, dependiendo de si la δ estimada está más cerca de 0 ó de 1 (cabe notar que el método es deficiente en tanto no permita construir intervalos de confianza para la δ real).

Por otro lado, es importante advertir también que los modelos per se implican ciertas restricciones para su uso; en especial un modelo multiplicativo no puede emplearse con una serie que contenga ceros o datos negativos, de igual manera como no puede aplicarse el logaritmo a cifras negativas. Así pues, con este tipo de series que contienen datos negativos o ceros, el modelo aplicable es el aditivo. Nótese también, que se requiere que los datos originales sean todos positivos para aplicar la transformación potencia.

C). Algunos Métodos de Ajuste Estacional

Antes de mencionar explícitamente a los métodos de desestacionalización más conocidos, es conveniente quizá, motivar un poco las ideas fundamentales que sustentan a tales métodos; para ello considérense los siguientes ejemplos hipotéticos y obviamente simplificados: en general, supóngase que la serie es mensual y consta de n años completos, así que el total de observaciones N será igual a $12n$; además, la serie original será el conjunto de observaciones $\{0_1, 0_2, \dots, 0_N\}$ que se escribirá como $\{0_{12i+q} \text{ con } i=0, 1, \dots, n-1; q=1, 2, \dots, 12 \text{ y } 12n=N\}$, donde el índice i denota años y el índice q denota meses.

Caso 1. La tendencia de la serie es aproximadamente constante, de tal forma que el efecto estacional puede también considerarse constante (en términos absolutos) al paso del tiempo. En este caso se obtendría una gráfica como la que aparece en la figura 4 y el modelo a considerar sería entonces

$$0_{12i+q} = T_{12i+q} + E_q + I_{12i+q}$$

para el cual se supondría que

$$\sum_{q=1}^{12} E_q = 0$$

y, en lo que se refiere a la irregularidad, ésta podría verse como un error aleatorio con las siguientes características

$$E(I_{12i+q})=0 \text{ y } \text{Cov}(I_{12i+q}, I_{12i+q+r})=Y_r \text{ para toda } i, q \text{ y } r$$

donde Y_r . no depende de i ni de q . Dado que T_{12i+q} se supone constante, es decir

$$T_{12i+q} = \mu \quad \text{para toda } i \text{ y } q$$

el nivel μ puede estimarse a través de la media aritmética de la serie $\bar{0}$, de tal manera que el efecto estacional del mes q puede a su vez estimarse como la media de las desviaciones de los valores observados $\{0_q, 0_{12+q}, \dots, 0_{12(n-1)+q}\}$ respecto del nivel, o sea

$$T_{12i+q}=0 \quad \text{y} \quad \hat{E}_q = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (0_{12i+q} - \bar{0})$$

desde luego, la componente irregular se obtendría por diferencia, o sea

$$\hat{I}_{12i+q} = 0_{12i+q} - \hat{T}_{12i+q} - \hat{E}_q$$

con $\sum_{q=1}^{12} E_q = 0$, $E(I_{12i+q}) = 0$ y $\text{Cov}(I_{12i+q}, I_{12i+q+r}) = Y_r$ para todo i, q y r . A diferencia del caso anterior, ahora la tendencia se supone que es una función del tiempo, así que

El método clásico para estimar la tendencia es el de promedios móviles; así que se usaría entonces un Promedio Aritmético Móvil de 12 meses, centrado al principio del mes, al cual se denotará por $PAM(0_i, q)$. Esto corresponde a estimar a T_{12i+q} mediante

$$\hat{T}_{12i+q} = \frac{1}{24} \left(0_{12i+q-6} + 2 \sum_{j=5}^5 0_{12i+q+j} + 0_{12i+q+6} \right) = PAM(0_i, q)$$

Dicho promedio presupone que existe una tendencia lineal dentro del intervalo $[12i+q-6, 12i+q+6]$, lo cual puede no ser válido en casos extremos, pero es generalmente aceptable para las series económicas.

La estimación de E_q es, por consiguiente

$$\hat{E}_q = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} [0_{12i+q} - PAM(0_i, q)]$$

e I_{12i+q} se estima por diferencia, al igual que en el caso anterior.

Figura 5

Caso 2

Caso 3. Para este caso, supóngase que la tendencia no es constante y además, que el efecto estacional ya no es constante en magnitud absoluta, sino en magnitud relativa, como puede apreciarse en la figura 6. El modelo apropiado para la serie resulta ser entonces el multiplicativo

$$O_{12i+q} = T_{12i+q} \bullet E_q \bullet I_{12i+q} \quad \text{con} \quad T_{12i+q} = f(12i + q)$$

Este modelo puede escribirse mediante la transformación logarítmica, como

$$O'_{12i+q} = T'_{12i+q} + E'_q + I'_{12i+q}$$

en donde el apóstrofe indica que se aplicó el logaritmo; este modelo es básicamente el del caso 2, pero ahora los supuestos complementarios son

$$\prod_{q=1}^{12} E_q = 1, E[\log(I_{12i+q})] = 0 \quad \text{y} \quad \text{Cov}[\log(I_{12i+q}), \log(I_{12i+q+r})] = Y_r$$

para toda i, q y r

Asimismo, lo que se tiene ahora es

$$\log(\hat{T}_{12i+q}) = PAM[\log(O_i), q]$$

pero, debido a que

$$PAM[\log(O_i), q] = \log[PGM(O_i, q)]$$

donde $PGM(O_i, q)$ representa al Promedio Geométrico Móvil de 12 meses centrado al principio del mes q , o sea

$$PGM(O_i, q) = \left(O_{12i+q-6} \bullet \prod_{j=-5}^5 O_{12i+q-j}^2 \bullet O_{12i+q+6} \right)^{1/24}$$

entonces

$$\log(E_q) = \log \left[\prod_{i=0}^{n-1} O_{12i+q-j} / PGM(O_i, q) \right]^{1/n}$$

así que un estimador de E_q se obtiene de

$$\hat{E}_q = \left[\prod_{i=0}^{n-1} O_{12i+q} / PGM(O_i, q) \right]^{1/n}$$

Figura 6

Caso 3

Los casos anteriores son ideales en tanto que es relativamente sencillo identificar el comportamiento de cada componente de la serie y por consiguiente los modelos surgen de manera bastante clara. En la práctica, sin embargo, los casos referidos aparecen mezclados unos con otros y es difícil que procedimientos tan sencillos como los descritos previamente para estimar las componentes, puedan ser de mucha utilidad. Ahora bien, lo que se hace entonces para desestacionalizar series en la práctica, es aplicar procedimientos del tipo de promedios móviles de manera iterativa; el ejemplo clásico de este tipo de enfoque lo presenta el método de la Oficina del Censo de los Estados Unidos

conocido como Census Method II, en su variante experimental X-11. Dicho método de desestacionalización fue programado para utilizarse en computadora y actualmente se usa en diversas partes del mundo (una descripción completa del paquete computacional y su funcionamiento aparece en Shiskin et al, 1967). Solamente por completos de este trabajo, a continuación se presentan los pasos fundamentales que sigue el procedimiento; tales pasos como podrá apreciarse, constituyen el conjunto de reglas empíricas de lo que debe hacerse para desestacionalizar una serie de tiempo (mensual en este caso) si se usa el modelo aditivo [multiplicativo].

- (1) A partir de la serie original, calcule un promedio móvil de 12 términos centrado, para estimar inicialmente a la componente de tendencia.
- (2) Reste de [divida a] la serie observada [entre] el promedio móvil de (1) para obtener como diferencia [cociente] la componente de estacionalidad-irregularidad.
- (3) EXtrapole seis valores al principio y al final de la serie de estacionalidad-irregularidad para reemplazar los valores perdidos en (1).
- (4) Calcule un promedio móvil de 5 términos de cada uno de los meses de la componente de estacionalidad-irregularidad, para estimar inicialmente a la componente estacional.
- (5) Ajuste las desviaciones [los factores] estacionales para que su suma sea 0[12], para ello reste de [divida a] las desviaciones [los factores] estacionales [entre] su promedio móvil de 12 términos centrado.
- (6) Reste de [divida a] la componente de estacionalidad-irregularidad obtenida en (3) [entre] la componente irregular obtenida en (5) para estimar a la componente irregular.
- (7) Calcule la desviación estándar móvil de 5 términos de la componente irregular obtenida en (6) para detectar valores extremos; reemplace valores extremos.
- (8) Repita el paso (4) con la serie obtenida en (7) para obtener otra estimación de la componente estacional.
- (9) Repita el paso (5) con la serie de (8).
- (10) Repita el paso (6) con las series obtenidas en (7) y (9).
- (11) Reste de [divida a] la serie original [entre] la componente estacional obtenida en (9) para tener una primera estimación de la serie ajustada por estacionalidad.

- (12) Calcule un promedio móvil del tipo Henderson (véase Kenny y Durbin, 1982) a la serie ajustada por estacionalidad para tener otra estimación de la componente de tendencia-ciclo.
- (13) Reste de [divida a] la serie original [entre] la componente de tendencia ciclo calculada en (12) para obtener otra estimación de la componente de estacionalidad-irregularidad.
- (14) Repita el paso (7) con la componente irregular obtenida en (10).
- (15) Repita el paso (4) con la serie obtenida en (14), pero ahora calcule un promedio móvil de 7 términos.
- (16) Repita el paso (5) con la serie obtenida en (15).
- (17) Repita el paso (11) usando como estimación de la componente estacional la serie de (16).
- (18) Reste de [divida a] la serie ajustada estacionalmente obtenida en (17), (entre] la componente de tendencia obtenida en (12).

En símbolos, los pasos anteriores pueden representarse como se muestra en el cuadro 3; en este cuadro aparecen también los números de las tablas que surgen como resultado de la aplicación del paquete estadístico Census Method II, X-11:

Cuadro 3
Pasos Seguidos por X-11 para Desestacionalizar Series

Tabla* de X-11	Paso	Modelo	
		$0=T+E+I$	$0=T E I$
B1	0		
B2	1	$T=PAM(0)$	
B3	2	$(E+I)=0-T$	$(E I)=0/T$
	3	$(E+I)_1, \dots, (E+I)_6,$	$(E+I)_{N-5}, \dots, (E+I)_N$
	4	$E=PAM(E+I)$	$E=PAM(E I)$
	5	$E=E-PAM(E)$	$E=E/PAM(E)$
	6	$I=(E+I)-E$	$I=(E I) / E$
	7	$(E+I)$	$(E I)$
B4	8	$\tilde{E}=PAM[(E+I)]$	$\tilde{E}=PAM[(E I)]$
	9	$E=\tilde{E}-PAM(\tilde{E})$	$E=\tilde{E}/PAM(\tilde{E})$
B5	10	$I=(E+I) -E$	$I=(E I) / E$
	11	$\tilde{A}(0)=0-E$	$\tilde{A}(0)=0/E$
B6	12	$T=PAM(\tilde{A}(0))$	
B8	13	$(E+I)=0-T$	$(E I)=0/T$
B9	14	$(E+I)$	$(E I)$
	15	$E=PAM[(E+1)]$	$E=PAM[(E I)]$
B10	16	$\hat{E}=E-PAM(E)$	$\hat{E}=E/PAM(E)$
B11	17	$\hat{A}(0)=0-\hat{E}$	$\hat{A}(0)=0/\hat{E}$
B13	18	$\hat{I}=\hat{A}(0)-T$	$\hat{I}=\hat{A}(0)/T$

Es evidente que estos pasos constituyen la aplicación consecutiva e iterativa de promedios aritméticos móviles, los cuales constituyen de hecho, "filtros" lineales para la serie. Aquí debe notarse que, como ya se vio cuando se presentaron los casos 1, 2 y 3 previamente, no es razonable usar promedios aritméticos móviles cuando el modelo es multiplicativo, y en su lugar deberían emplearse promedios geométricos móviles; esto indudablemente constituye una falla del método X-11

Como Young (1968), Wallis (1974), y más recientemente Wallis (1982), han demostrado, el procedimiento de ajuste puede representarse mediante la expresión

$$A(0) = \sum_{j=-m}^m C_j 0_{t-j}$$

* La tabla B12 no se usa.

en donde C_j son los coeficientes que determinan el ajuste estacional y el valor de m depende del tipo de opciones que se hayan utilizado, por ejemplo, en el paso (12). Es importante advertir también que en la práctica se requieren fundamentalmente los factores estacionales pronosticados un año hacia adelante y dichos factores son calculados por el método X-11 como

$$E_{N+q} = 1.5 E_{N-12+q} - 0.5 E_{N-24+q}, \quad (q=1, 2, \dots, 12).$$

En Raveh (1982) se estudian ciertas características del método X-11 y de las conclusiones obtenidas en dicho estudio podemos citar el que X-11 no es idempotente (ver sección III-A) lo cual implica que al aplicar el procedimiento a la serie ajustada por estacionalidad, existirán cambios en dicha serie, lo que indica la ocurrencia de sub o sobreestimación de la componente estacional; otra de las conclusiones es que el método sufre de una sensibilidad extrema a cambios repentinos o discontinuidades en la tendencia, y esto conduce al método a producir resultados inesperados. Por otra parte, en Dagum (1978) se presenta un análisis de las propiedades que poseen los promedios móviles utilizados por X-11 y en particular se concluye que: "Los supuestos básicos del Método II-X-11 son apropiados para estimar la parte histórica de una gran clase de series de tiempo económicas", pero no es del todo adecuado para estimar la estacionalidad de la parte más reciente de la serie, ni para efectuar extrapolaciones. Esto constituye la motivación que dio origen al procedimiento conocido como X-11 ARIMA, desarrollado por la Oficina de Estadística de Canadá bajo la supervisión de E. Dagum, precisamente.

El método X-11 ARIMA consiste básicamente en el ajuste de un modelo ARIMA (véase Box y Jenkins, 1970) a la serie original, con el fin de extrapolar la serie un año hacia adelante y un año hacia atrás de manera eficiente; posteriormente se aplica el método X-11 (con ligeras modificaciones y opciones) a la serie observada que contiene los valores extrapolados. El procedimiento X-11 ARIMA, ya en forma computacional con todas sus opciones, se detalla en Dagum (1980) Sobresale dentro de las opciones de este procedimiento la existencia de tres modelos, el aditivo, el multiplicativo y el log-aditivo; Lothian (1978) hace notar que la diferencia entre el modelo multiplicativo

$$O_t = T_t \bullet E_t \bullet I_t, \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

y el modelo log-aditivo

$$\log(\theta_t) = \log(T_t) + \log(E_t) + \log(I_t), \quad (t=1, 2, \dots, N)$$

radica no en su expresión formal (como puede apreciarse a simple vista), sino en la forma en que son tratados internamente por el paquete de cómputo, ya que para el modelo multiplicativo el paquete utiliza promedios aritméticos móviles (PAM), mientras que con el modelo log-aditivo se emplean promedios geométricos móviles (PGM). De hecho, el modelo log-aditivo es el que surge de consideraciones estadísticas y está implícito en la idea de que, después de aplicar "alguna transformación" a la serie observada (Jorgenson, 1964 p.685; Cleveland, Dunn y Terpenning, 1978 p.203; Hillmer, Belly Tiao, 1981 p.2; etcétera) se tiene la descomposición

$$\theta'_t = T'_t + E'_t + I'_t$$

sin embargo, la tradición apoya el uso del modelo multiplicativo y es difícil (aunque quizá deseable) dejar de utilizar términos relacionados directamente con este modelo, como es el clásico término "factor estacional", aun cuando el modelo empleado haya sido aditivo. Posiblemente el arraigo de este modelo se remonte a la introducción del método mismo de razón a promedios móviles, que hace referencia implícita a dicho modelo multiplicativo. Por otro lado, conviene también apreciar que, aunque muchas veces no son explícitos, existen supuestos acerca de la componente irregular de la serie (que en el modelo multiplicativo es I_t y en el log-aditivo es $\log(I_t)$), dichos supuestos (véase Hannan, 1963 o Lothian y Morry, 1978) deben satisfacerse para poder realizar inferencia relacionada con el ajuste estacional.

Otro procedimiento en uso actualmente es el desarrollado en los Laboratorios Bell de los Estados Unidos, cuyo nombre es SABL (Seasonal Adjustment-Bell Laboratories). Este procedimiento presupone que, después de aplicar una transformación apropiada a los datos, la descomposición que se obtiene de la serie es aditiva. El procedimiento empleado por SABL es similar en concepto al de X-11, en tanto que se siguen una serie de reglas empíricas para lograr la separación de las componentes (Cleveland et al., 1978), pero es distinto en lo que toca a los filtros que se utilizan ya que SABL emplea técnicas robustas, es decir, enfocadas a volver el método insensible tanto al efecto de observaciones extremas o aberrantes, como a la violación de los supuestos que lo fundamentan. Las diferencias básicas entre X-11 y SABL, que favorecen al segundo, son: (a) el uso de gráficas (Cleveland y

Terpenning, 1982); (b) la generalización de modelos para la serie mediante transformaciones, incluyendo como casos particulares a los modelos aditivo y multiplicativo, o sea, el modelo supuesto por SABL es

$$0_t^{(p)} = T_t + E_t + I_t \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

con

$$0_t^{(p)} = \begin{cases} 0_t^p & \text{si } p > 0 \\ \log(0_t) & \text{si } p = 0 \\ -0_t^p & \text{si } p < 0 \end{cases} \quad \text{para } 0_t > 0 \quad (t = 1, 2, \dots, N)$$

en donde la potencia p se elige de tal manera que la descomposición sea precisamente aditiva (se minimiza la interacción entre tendencia y estacionalidad); y (c) el empleo de métodos robustos del tipo promedios móviles ponderados o medianas móviles, para estimar las componentes.

Otros métodos empleados por oficinas centrales de estadística o agencias gubernamentales son: el método del Banco de Inglaterra, el de la Comunidad Económica Europea, el método de Berlín y el de la Oficina Central de Planeación Holandesa. Tales métodos se describen brevemente y se comparan con X-11 y X-11 ARIMA en Kuiper (1978). Como conclusión del estudio de Kuiper se obtiene que todos los procedimientos estudiados "tienden a dar ajustes similares para el período histórico (la parte de la serie que excluye los tres primeros y los tres últimos años) pero el ajuste para el período actual (los últimos tres años) puede ser bastante diferente". Sin embargo, si se considera como factor relevante el cambio en la componente estacional (y por tanto en la serie desestacionalizada) cuando se añaden nuevos datos a la serie, resulta que el método X-11 ARIMA proporciona mejores resultados. A este respecto conviene mencionar que Hillmer et al. (1981, p.47) aconsejan no discriminar entre distintos métodos de ajuste con base exclusivamente en la revisión de las cifras desestacionalizadas a que dé lugar la inclusión de nuevos datos, esto lo sustentan en el hecho de que es factible diseñar un filtro asimétrico que produzca revisiones de magnitud cero (aunque este tipo de filtros no se usan en la práctica, ya que se apoyan en criterios subjetivos) y por ello, tanto las revisiones de magnitudes cero como las revisiones de gran magnitud deberían considerarse como indeseables.

Un método más que, por su enfoque peculiar, puede ser atractivo para algunos usuarios, es el método BAYSEA (BAYesian SEasonal Analysis) el cual, como su nombre lo indica, utiliza técnicas de la Estadística Bayesiana para desestacionalizar series (Akaike, 1980). El procedimiento consiste "a grosso modo" en maximizar una función de verosimilitud Gaussiana. Esto mismo surge si se utiliza "a priori" una distribución normal para las componentes de tendencia y estacionalidad, y se obtiene la distribución "a posteriori" conjugando una función de verosimilitud también normal para los datos observados, este enfoque conduce al empleo de técnicas de regresión y permite la inclusión de diversas opciones. En Akaike a Ishiguro (1981) se establecen comparaciones entre BAYSEA y los métodos X-11 y X-11 ARIMA; en estas comparaciones se observa una gran similitud de resultados. Como es de esperarse, en los casos en que las componentes de tendencia, estimadas con uno u otro método, presentan discrepancias, Ishiguro y Akaike las atribuyen a fluctuaciones espurias causadas por el procedimiento X-11 (o X-11 ARIMA).

Por último, debe mencionarse otro método para llevar a cabo un ajuste por estacionalidad el cual, más que un procedimiento alternativo, constituye un nuevo enfoque para visualizar a las componentes de una serie de tiempo. La base de este procedimiento se encuentra en el supuesto de que la serie observada constituye la realización de un proceso estocástico (Box y Jenkins, 1970; Guerrero y Vera, 1981) entonces, la teoría estadística de "extracción de señal" (véase Burman, 1980) permite efectuar el siguiente análisis: supóngase que la serie original (o alguna transformación apropiada de ella) consta de una componente estacional E_t y de otra componente no-estacional n_t , que se suman para tener el modelo:

$$O_t = E_t + n_t \quad (t=1, 2, \dots, N)$$

en donde cada componente tiene asociado un modelo estadístico conocido, que describe la respectiva estructura estocástica. A los métodos de ajuste estacional que utilizan modelos explícitos para las componentes E_t y n_t se les conoce como Métodos Basados en Modelos. Dentro de los primeros exponentes de esta metodología se encuentran Cleveland (1972) y Brewer, Hagan y Perazzelli (1975). En Cleveland y Tiao (1976) se presenta el procedimiento basado en modelos que corresponden al método X-11, esto constituye desde luego, un puente para ligar a los métodos empíricos con los métodos basados en modelos; de igual manera, en unas notas de trabajo (véase el apéndice de Findley, 1981) Tiao obtiene el correspondiente modelo para el método BAYSEA. Otras referencias sobre el

tema son Box, Hillmer y Tiao (1978), Pierce (1978), Tiao y Hillmer (1978), Cleveland, Dempster y Stith (1980), Box y Pierce (1981), Hillmer et al. (1981) y Hillmer y Tiao (1982). En McKenzie y Stith (1981) se presentan los resultados de un estudio donde se comparan los métodos X-11-ARIMA, SABL y un método basado en modelos.

De todos los métodos señalados, indudablemente los métodos basados en modelo son los más sólidos en lo que toca a justificación teórica estadística, desafortunadamente tales métodos no están disponibles aún para realizar la desestacionalización masiva de series, puesto que se encuentran en etapas experimentales. De cualquier manera, conviene subrayar que dichos procedimientos sugieren de manera explícita la necesidad de transformar los datos para lograr que el modelo de la descomposición sea aditivo, sin embargo no se indica como elegir a la transformación; en la sección III-B del presente trabajo se muestra un procedimiento para seleccionar una transformación apropiada ya sea para estabilizar la varianza o para volver aditivo a un modelo; además, ya una vez elegida la transformación y realizada la desestacionalización, es necesario expresar las cifras desestacionalizadas en la escala original, para lo cual se acostumbra aplicar simplemente la transformación inversa (Hillmer et al. 1981, p.53); este regreso a la escala original puede acarrear sesgos en la estimación de valores esperados, los cuales será necesario corregir de la mejor manera posible, para ello, en Guerrero y Vera (1981) se deriva un método de corrección aproximada del sesgo, el cual se ilustra en particular en Guerrero (1982).

El problema de las transformaciones con series de tiempo ha sido ya estudiado en otros contextos fuera de la desestacionalización (Ansley, Spivey y Wroblewski 1977; Nelson y Granger, 1979) y en particular dentro de este tema, Vera y Guerrero (1981) ejemplifican la utilidad de elegir apropiadamente una transformación para la serie, lo cual podría evitar quizá, los problemas señalados por Rochester y Hadaway (1978).

IV. ALGUNAS CONSIDERACIONES PRÁCTICAS

A). Métodos Disponibles en el Banco de México

En el Banco de México se cuenta con un sistema de información (SIE-BANXICO) en el cual se encuentran instrumentados cuatro procedimientos que permiten desestacionalizar una serie de tiempo. Dichos procedimientos tienen los números 7, 22, 30 y 31; el primero de ellos es una versión simplificada del Método X-11 (véase Gala, 1967) instrumentado de acuerdo con la capacidad de cómputo que tenía el Banco hace 15 años; el procedimiento 22 es básicamente el método de razón a promedios móviles simple, adaptado del paquete computacional TSP (Time Series Processor); el procedimiento 30 es una adaptación conversacional del método X-11-ARIMA; y el procedimiento 31 es también una adaptación conversacional del método X-11. Asimismo se encuentra instrumentado el procedimiento 35 que sirve para elegir una transformación estabilizadora de varianza y que, como se expuso en la sección III-B puede utilizarse para discriminar entre un modelo aditivo o multiplicativo.

Por las razones expuestas en secciones anteriores, no es recomendable utilizar el procedimiento 22 como método de desestacionalización. De igual manera, no se justifica utilizar la versión de X-11 que aparece como procedimiento 7, puesto que impone restricciones, innecesarias actualmente, al análisis. De los procedimientos 30 y 31, se recomienda emplear el procedimiento 30, debido a su mayor flexibilidad y capacidad de análisis, ya que además, las opciones del procedimiento 30 podrían adecuarse para reproducir el análisis que realiza el procedimiento 31; es decir, como un caso particular del procedimiento 30 podrían obtenerse los mismos resultados que con el procedimiento 31. Así pues, en lo que sigue se hablará básicamente en relación a la terminología y a los resultados que produce el método X-11 ARIMA.

B). Interpretación de Algunos Términos y Conceptos Asociados con un Ajuste Estacional.

Es importante reconocer que, al tener posibilidades de elección en lo que toca a las opciones del procedimiento de ajuste estacional, la responsabilidad de los resultados del análisis recae sobre el analista, más que sobre el método que se utilice. Es necesario pues, estudiar cada una de las opciones que proporciona el procedimiento en lo que toca a su adecuación para la serie en estudio. No es la idea

de este documento proporcionar reglas para llevar a cabo la desestacionalización, puesto que eso depende de cada serie en particular; en cambio, para llevar a cabo la desestacionalización juiciosa de una serie, sí puede ayudar la aclaración de ciertos términos y conceptos importantes asociados con el ajuste estacional.

Cuando varias series de tiempo se combinan para producir otra, a esta última serie se le conoce como Agregado de Series o como Serie Agregada; la cual a su vez puede formar parte de un agregado mayor. Por ejemplo, si se combinan las series (1) Billetes y Monedas en Poder del Público y (2) Cuentas de Cheques, de manera aditiva, se obtiene el agregado monetario M1. Esta serie, M1, puede obtenerse también combinando las series (3) Base Monetaria y (4) Multiplicador, de manera multiplicativa (aquí lo más natural sería obtener al Multiplicador como una agregación de la Base Monetaria y de M1, mediante su cociente). Asimismo, aunque M1 es en sí ya una serie agregada, puede a su vez formar parte de otros agregados (monetarios) por ejemplo de M2 y M3.

Cuando se tienen series agregadas, surge un problema en lo que respecta al ajuste estacional, puesto que tales series podrían ajustarse de dos maneras distintas: (i) por Ajuste Directo, es decir, considerando al agregado en sí como serie por desestacionalizar y aplicándole directamente el método de desestacionalización o (ii) por Ajuste Indirecto, el cual consiste en desestacionalizar a cada una de las series que constituyen el agregado y, agregando después dichas series desestacionalizadas, obtener como consecuencia el ajuste para la serie agregada. No existe una regla general que permita indicar que un tipo de ajuste deba preferirse sobre el otro y la decisión sobre cuál ajuste utilizar en un determinado caso, deberá fundamentarse en un análisis previo de la serie en estudio (Lothian y Morry, 1977; Dagum, 1979). Con respecto también a series agregadas conviene tener presente el trabajo de Barón (1978), en donde el ajuste estacional se analiza, en parte, en función de sus causas.

Hasta ahora, la serie de tiempo se ha supuesto constituida por tres componentes básicas: la componente de tendencia-ciclo (T), la estacionalidad (E) y la irregularidad (I); sin embargo, existen posiblemente más componentes en la serie que podrían explicar parte de su comportamiento, dentro de dichas componentes no consideradas previamente, se encuentran los efectos del calendario que surgen básicamente de dos fuentes: la variación por días de operación (o variación por días hábiles) y la longitud del mes.

La variación por días de operación es causada precisamente por el número variable de días de la semana de que se componen los meses y porque un mes determinado, por ejemplo julio, puede contener un número distinto de lunes a través de los años. Por lo general, este tipo de variación se supone que puede representarse por un modelo determinístico (Shiskin et al. 1967; Hillmer et al. 1981; Cleveland y Grupe, 1981) y por tanto se usan técnicas de regresión para estimar la ponderación asociada con cada uno de los siete días de la semana. Por otro lado, el efecto causado por la longitud del mes surge del hecho de que unos meses de febrero muestren valores más pequeños cuando se trate de una serie de flujos; el que este efecto forme parte de la estacionalidad no es del todo claro, así como tampoco es claro que deba aislarse para estudiarse por separado. La manera como el ajuste por efectos de calendario se lleva a cabo, es como un ajuste previo al proceso iterativo de promedios móviles.

Las series de tiempo económicas se encuentran influenciadas en ocasiones por ciertos efectos irregulares atribuibles a causas conocidas, como podrían ser algunos fenómenos naturales (terremotos, inundaciones, etcétera), algunas decisiones institucionales (huelgas, devaluación de la moneda, etcétera) o bien a eventos no repetitivos exactamente en las mismas fechas, o de un año a otro (semana santa, elecciones políticas, etcétera). Si, como ya se dijo, la causa de tales efectos es conocida, conviene tenerla en cuenta para tratar de explicarla y medir sus efectos, una manera de hacer esto es a través del Análisis de Intervención (Box y Tiao, 1975; Guerrero 1982), el cual permite precisamente aislar los efectos de tales causas.

Aun si no se lleva a cabo el análisis de intervención, es posible realizar un ajuste muy simple de los valores de la serie para tener en cuenta dichos efectos; a esto es a lo que se conoce como un Ajuste Previo a la Desestacionalización, y que consiste simplemente en restar de (dividir a) la serie original (entre) los valores asignados a priori por el analista, si el modelo es aditivo (multiplicativo). Por otro lado, si no se realiza análisis de intervención ni ajuste previo a la desestacionalización, lo más probable es que los efectos correspondientes a las causas ya conocidas se visualicen como variaciones irregulares extremas, las cuales originan comúnmente las llamadas Observaciones Aberrantes (del término inglés outliers) es decir, observaciones que bien podrían ser consideradas como ajenas a la serie en estudio. Tales observaciones aberrantes, y en general las observaciones extremas, pueden afectar grandemente los resultados del ajuste estacional, por lo cual conviene reducir su influencia sobre el método de ajuste, esto se logra mediante la Graduación de Valores Extremos; un esquema de graduación común consiste en asignar una ponderación del 100% a valores irregulares que se

encuentren dentro de 1.5 desviaciones estándar del valor 100, y en reducir linealmente dicha ponderación de 100% a 0, para valores fuera de 2.5 desviaciones estándar.

Otro punto que vale la pena mencionar es el siguiente, en la práctica, frecuentemente se utilizan pronósticos de la componente estacional para que, en cuanto se conozca un dato nuevo, se pueda estimar su parte estacional de manera prácticamente inmediata (esto presupone, desde luego, que la estacionalidad no cambia bruscamente al paso del tiempo, ya que si así fuera, los pronósticos no tendrían validez alguna) otra forma de obtener la parte estacional de este nuevo dato sería aplicando otra vez el procedimiento de ajuste estacional de la serie con esta nueva observación. Esta última forma de obtener la componente estacional se conoce por Ajuste Estacional con Datos Actuales (del inglés Concurrent Seasonal Adjustment); es evidente que esta forma de ajuste requiere de mucho mayor esfuerzo, pero no solo eso, sino que implica por lo regular que toda la componente estacional deberá cambiar por la inclusión de un solo dato extra, es decir, si la serie original consta de N observaciones, a partir de las cuales se estima tanto a la componente estacional como a la serie desestacionalizada (para el período de observación y extrapoladas un año hacia adelante) o sea a

$$\hat{E}_{t,N} \text{ y } \hat{A}(0_{t,N}) \quad (t=1, 2, \dots, N+12)$$

una vez que se hayan observado m nuevos datos ($m=1, 2, \dots$) y se haya aplicado de nuevo el procedimiento de ajuste, se tendrían las nuevas estimaciones

$$\hat{E}_{t,N+m} \text{ y } \hat{A}(0_{t,N+m}) \quad (t=1, 2, \dots, N+m+12)$$

éstas dan origen a las llamadas Revisiones (véase Pierce, 1982a y Wallis, 1982) de cifras tanto históricas como pronosticadas. Las revisiones pueden ser de la componente estacional misma o de las cifras desestacionalizadas, y denotan básicamente la discrepancia en la estimación más reciente respecto de la anterior, o sea que como revisión se tendría a las diferencias

$$\hat{E}_{t,N+m} - \hat{E}_{t,N} \text{ y } \hat{A}(0_{t,N+m}) - \hat{A}(0_{t,N}) \quad (t=1, 2, \dots, N+12).$$

La magnitud de tales revisiones comúnmente se estudia para determinar el efecto de los datos recién observados sobre la estacionalidad.

Debe ser claro que, como parte de un ajuste estacional, puede utilizarse una amplia gama de términos relacionados con aspectos básicamente estadísticos, dichos términos se recomienda consultarlos de preferencia en libros de texto sobre estadística (eg. Yamame, 1967; Boot y Cox, 1974) y en particular en libros sobre análisis de series de tiempo (eg. Box y Jenkins, 1970; Guerrero y Vera, 1981).

C). Recomendaciones de los Expertos.

Para finalizar este documento y a manera de conclusión, cabe mencionar que conviene tener presente la experiencia que se ha tenido en otros países en lo que respecta a la Desestacionalización de Series de Tiempo. En particular, el Federal Reserve Board de los Estados Unidos constituyó en 1978 un Comité de Expertos en Técnicas de Ajuste Estacional (dentro de tales expertos se encuentran los Doctores Geoffrey Moore, George Box, James Stephenson y Arnold Zellner) para examinar y recomendar las técnicas más apropiadas que debían emplearse en la desestacionalización de series financieras.

Del trabajo de dicho Comité de Expertos se derivó un reporte que incluye 10 recomendaciones básicas que se resumen a continuación (Pierce y Cleveland, 1981):

1. Debe instrumentarse y aplicarse el paquete X-11 ARIMA, o alguna otra técnica similar que reduzca revisiones.
2. Debe considerarse seriamente la utilización de todos los datos, incluyendo el dato más reciente, para estimar los factores estacionales.
3. Deben desarrollarse otros enfoques con base en modelos que se prueben y apliquen conjuntamente con los métodos actuales.
4. Deben reportarse, junto con las cifras desestacionalizadas, los errores de variación a los cuales están sujetas dichas cifras.
5. Al poner a disposición del público las cifras desestacionalizadas, es deseable acompañarlas de tasas de crecimiento, junto con alguna medida de su confiabilidad.
6. Deben evitarse las modificaciones a juicio, de las cifras desestacionalizadas.

7. Los tomadores de decisiones (el Board de E.U.) deben postular criterios respecto a la desestacionalización de series específicas, para poder instrumentarlos.
8. Con base en el punto anterior, deberán establecerse criterios de evaluación.
9. Deberán desarrollarse modificaciones a los métodos ya establecidos para el ajuste estacional.
10. Debe establecerse un programa de investigación continua sobre los métodos de ajuste estacional. Deberán asignarse plazas para contratar gente y se deberán exigir reportes de trabajo de una manera regular.

REFERENCIAS

- Akaike, H. (1980) "Seasonal Adjustment by a Bayesian Modeling", *Journal of Time Series Analysis* 1; pp. 1-14.
- Akaike, H. e Ishiguro, M. (1981) "Comparative Study of the X-11 and BAYSEA Procedures of Seasonal Adjustment", Documento No-Publicado, presentado en la conferencia organizada por ASA-CENSUS-NBER en Washington.
- Ansley, C.F.; Spivey, W.A. y Wroblewski, W.J. (1977) "A Class of Transformations for Box-Jenkins Seasonal Models", *Applied Statistics* 26; pp. 173-178.
- BarOn, R.R.V. (1978) "The Analysis of Single and Related Time Series into Components: Proposals for Improving X-11" en A. Zellner (ed.), Seasonal Analysis of Economic Time Series, (U.S. Bureau of the Census) pp. 107-172 con comentarios).
- Bartlett, M.S. (1947) "The Use of Transformations", *Biometrika* 3; pp. 39-52.
- Box, G.E.P. y Cox, E.B. (1974) Statistical Analysis for Managerial Decisions, McGraw-Hill, 2a. Edición.
- Box, G.E.P.; Hillmer, S.C. y Tiao, G.C. (1978) "Analysis and Modeling of Seasonal Time Series" en A. Zellner (ed.) Seasonal Analysis of Economic Time Series, (U.S. Bureau of the Census) pp. 309-344 (con comentarios).
- Box, G.E.P. y Jenkins, G.M. (1970) Time Series Analysis, forecasting and control, Holden-Day.

- Box, G.E.P. y Pierce, D.A. (1981) "Estimating Current Trend and Growth Rates in Seasonal Time Series", Special Studies Paper No. 156, Federal Reserve Board.
- Box, G.E.P. y Tiao, G.C. (1975) "Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems", Journal of the American Statistical Association 70; pp. 70-79.
- Brewer, K.R.; Hagan, P.J. y Perazzelly, P. (1975) "Seasonal Adjustment Using Box-Jenkins Models", Proceedings of the International Statistical Institute; pp. 130-136.
- Burman, J.P. (1980) "Seasonal Adjustment by Signal Extraction", Journal of the Royal Statistical Society A-143; pp. 321-337.
- Cleveland, W.P. (1972) "Analysis and Forecasting of Seasonal Time Series", Unpublished Ph.D. Thesis, Department of Statistics, University of Wisconsin.
- Cleveland, W.P.; Dempster, A.P. y Stith, J. (1980) "Advances in Model-Based Seasonal Adjustment", Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association; pp. 30-36.
- Cleveland, W.P. y Tiao, G.C. (1976) "Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the Census X-11 Program", Journal of the American Statistical Association 71; pp. 581-587.
- Cleveland, W.S.; Dunn, D.M. y Terpenning, I.J. (1978) "SABL: A Resistant Seasonal Adjustment Procedure with Graphical Methods for Interpretation and Diagnosis" en A. Zellner (ed.), Seasonal Analysis of Economic Time Series, (U.S. Bureau of the Census) pp. 201-241 (con comentarios).
- Cleveland, W.S. y Terpenning, I.J. (1982) "Graphical Methods for Seasonal Adjustment", Journal of the American Statistical Association 77; pp. 52-62.
- Dagum, E.B. (1978) "A Comparison and Assessment of Seasonal Adjustment Methods for Employment and Unemployment Statistics", Background Paper No. 5, National Commission on Employment and Unemployment Statistics.
- Dagum, E.B. (1979) "On the Seasonal Adjustment of Economic Time Series Aggregates: A Case Study of the Unemployment Rate", Background Paper No. 31, National Commission on Employment and Unemployment Statistics.
- Dagum, E.B. (1980) "The X-11 ARIMA Seasonal Adjustment Method", Statistics Canada Catalogue 12-564E Occasional

- Durbin, J. y Kenny, P.B. (1978) "Seasonal Adjustment When the Seasonal Component Behaves Neither Purely Multiplicatively nor Purely Additively" en A. Zellner (ed.) Seasonal Analysis of Economic Time Series, (U. S. Bureau of the Census) pp. 173-197.
- Durbin, J. y Murphy, M.J. (1975) "Seasonal Adjustment Based on a Mixed Additive-Multiplicative Model", Journal of the Royal Statistical Society A-138; pp. 385-410.
- Engle, R.F. (1976) "Interpreting Spectral Analyses in Terms of Time Doma in Models", Annals of Economic and Social Measurement 5; pp. 89-109.
- Engle, R.F. (1978) "Estimating Structural Models of Seasonality" en A. Zellner (ed.), Seasonal Analysis of Economic Time Series, (U.S. Bureau of the Census) pp. 281-308.
- Findley, D.F. (1981) "Comments on 'Comparative Study of the X-11 and BAYSEA Procedures of Seasonal Adjustment' by H. Akaike and M. Ishiguro", Documento No-Publicado, presentado en la conferencia organizada por ASA-CENSUS-NBER en Washington.
- Fromm, G. (1978) "Comments on 'An Overview of the Objetives and Framework of Seasonal Adjustment' by Shirley Kallek" en A. Zellner (ed.), Seasonal Analysis of Economic Time Series, (U.S. Bureau of the Census) pp. 26-29.
- Gala, P.F.J. (1967) "Ajuste Estacional de Series Cronológicas", Documento No-Publicado, Banco de México.
- Guerrero, V.M. y Vera G. (1981) "Apuntes Sobre Series de Tiempo", Documento No-Publicado, Subdirección de Investigación Económica, Banco de México.
- Guerrero, V.M. (1982) "El Proceso Inflacionario en México. Teoría y Aplicaciones del Análisis de intervención", Documento de Investigación No. 49, Banco de México.
- Granger, C.W.J. (1978) "Seasonality: Causation, Interpretation, and Implications" en A. Zellner (ed.), Seasonal Analysis of Economic Time Series, (U.S. Bureau of the Census) pp. 33-55 (con comentarios).
- Hannan, E.J. (1963) "The Estimation of Seasonal Variation of Economic Time Series", Journal of the American Statistical Association 58; pp. 31-44.
- Havener, A. y Suwamy, P.A.V.B. (1981) "A Random Coefficient Approach to Seasonal Adjustment of Economic Time Series", Journal of Econometrics 15; pp. 177-209.

- Hillmer, S.C.; Bell, W.R. y Tiao, G.C. (1981) "Modeling Considerations in the Seasonal Adjustment of Economic Time Series", Documento No-Publicado, presentado en la conferencia organizada por ASA-CENSUS-NBER en Washington.
- Hillmer, S.C. y Tiao, G.C. (1982) "An ARIMA-Model-Based Approach to Seasonal Adjustment", Journal of the American Statistical Association 77; pp. 63-70
- Jorgenson, D.W. (1964) "Minimum Variance, Linear, Unbiased Seasonal Adjustment of Economic Time Series", Journal of the American Statistical Association 59; pp. 845-862.
- Kallek, S. (1978) "An Overview of the Objectives and Framework of Seasonal Adjustment" en A. Zellner (ed.), Seasonal Analysis of Economic Time Series, (U.S. Bureau of the Census) pp. 3-32 (con comentarios).
- Kenny, P.B. y Durbin, J. (1982) "Local Trend Estimation and Seasonal Adjustment of Economic and Social Time Series", Journal of the Royal Statistical Society A-145; pp. 1-41 (con discusión).
- Kuiper, S. (1978) "A Survey and Comparative Analysis of Various Methods of Seasonal Adjustment" en A. Zellner (ed.), Seasonal Analysis of Economic Time Series, (U.S. Bureau of the Census) pp. 59-93 (con comentarios).
- Lothian, J. (1978) "The Relationship Between the Additive, Multiplicative and Logarithmic Models in the X-11 ARIMA Seasonal Adjustment Program", Statistics Canada, Seasonal Adjustment and Time Series Staff, 78-06-002.
- Lothian, J. y Morry, M. (1977) "The Problem of Aggregation; Direct or Indirect", Statistics Canada, Seasonal Adjustment and Time Series Staff, 77-08-001.
- Lothian, J. y Morry, M. (1978) "A Set of Quality Control Statistics for the X-11-ARIMA Seasonal Adjustment Method", Statistics Canada, Seasonal Adjustment and Time Series Staff, 78-10-005.
- Lovell, M.C. (1963) "Seasonal Adjustment of Economic Time Series and Multiple Regression Analysis", Journal of the American Statistical Association 58; pp. 993-1010.
- Lovell, M.C. (1966) "Alternative Axiomatizations of Seasonal Adjustment", Journal of the American Statistical Association 61; pp. 800-802.
- Macaulay, F.R. (1931) The Smoothing of Time Series, National Bureau of Economic Research.
- Makridakis, S. (1976) "A Survey of Time Series", International Statistical Review 44; pp. 29-70.

- McKenzie, S. y Stith, J. (1981) "A Preliminary Comparison of Several Seasonal Adjustment Techniques" en O.D. Anderson y M.R. Perryman (eds.) Time Series Analysis, North Holland, pp. 327-343.
- Mendershausen, H. (1937) "Annual Survey of Statistical Technique: Methods of Computing and Eliminating Changing Seasonal Fluctuations", Econometrica 5; pp. 234-262.
- Nelson, H.L. Jr. y Granger, C.W.J. (1979) "Experience with using the Box-Cox Transformation when Forecasting Economic Time Series", Journal of Econometrics 10; pp. 57-69.
- Nerlove, M.; Grether, D.M. y Carvalho, J.L. (1979) Analysis of Economic Time Series, A Synthesis, Academic Press.
- Newbold, P. (1981) "Some Recent Development in Time Series Analysis", International Statistical Review 49; pp. 53-66.
- Nicholas, J.C. y Stronge, W.B. (1977) "Direct Estimation of Seasonal Factors in Time Series Using Analysis of Covariance", Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association; pp. 314-318.
- Persons, W.M. (1919) "Indices of Business Conditions", Review of Economics and Statistics 1; pp. 5-107.
- Pierce, D.A. (1978) "Seasonal Adjustment when Both Deterministic and Stochastic Seasonality are Present" en A. Zellner (ed.), Seasonal Analysis of Economic Time Series, (U.S. Bureau of the Census) pp. 242-280 (con comentarios)
- Pierce, D.A. (1980) "A Survey of Recent Developments in Seasonal Adjustment", The American Statistician 34; pp. 125-134.
- Pierce, d.A. (1980a) "Data Revisions with Moving Average Seasonal Adjustment Procedures", Journal of Econometrics 14; pp. 95-114.
- Pierce, D.A. y Cleveland, W.P. (1981) "Seasonal Adjustment Methods for the Monetary Aggregates", Federal Reserve Bulletin 67; pp. 875-887.
- Raveh, A. (1981) "A Note on the Definitions of Components of Time-Series", Documento No-Publicado, Department of Statistics, Stanford University.
- Raveh, A. (1982) "About Some Properties of X-11: A Note", Documento No-Publicado, Statistical Research Division, Bureau of the Census.

- Rochester, D. P. y Hadaway, S.C. Jr. (1978) "Further Evidence on Seasonal Adjustment of Time Series Data". Journal of Financial and Quantitative Analysis 13; pp. 133-141.
- Schlicht, E. (1981) "A Seasonal Adjustment Principle and a Seasonal Adjustment Method Derived from this Principle", Journal of the American Statistical Association 76; pp. 374-378.
- Shiskin, J. (1978) "Time Series: Seasonal Adjustment" en W.H. Kruskal y J.M. Tanur (eds.), International Encyclopedia of Statistics Vol. 2, The Free Press, pp. 1202-1210.
- Shiskin, J.; Young, A.H. y Musgrave, J.C. (1967) "The X-11 Variation of the Census Method II Seasonal Adjustment Program", Technical Paper No. 15, U.S. Bureau of the Census.
- Stephenson, J.A. y Farr, H.T. (1972) "Seasonal Adjustment of Economic Data by Application of the General Linear Statistical Model", Journal of the American Statistical Association 67; pp. 37-45.
- Tiao, G.C. y Hillmer, S.C. (1978) "Some Consideration of Decomposition of a Time Series", Biometrika 65; pp. 497-502.
- Vera, G. y Guerrero, V.M. (1981) "Estimation of Seasonal Factors using both Traditional Methods and Box-Jenkins Techniques" en O.D. Anderson y M.R. Perryman (eds.) Time Series Analysis, North-Holland, pp. 607-616.
- Wallis, K.F. (1974) "Seasonal Adjustment and Relations Between Variables", Journal of the American Statistical Association 69; pp. 18-31.
- Wallis, K.F. (1982) "Seasonal Adjustment and Revision of Current Data: Linear Filters for the X-11 Method", Journal of the Royal Statistical Society A-145; pp. 74-85.
- Yamane, T. (1967) Statistics; An Introductory Analysis, 2nd Edition, Harper and Row.
- Young, A.H. (1968) "Linear Approximations to the Census and BLS Seasonal Adjustment Methods", Journal of the American Statistical Association 63; pp. 445-472.

BANCO DE MÉXICO
SUBDIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN ECONÓMICA
Serie de Documentos de Investigación

1. ESTRUCTURA FINANCIERA Y EXPERIENCIA CAMBIARIA: MÉXICO 1954-1977. Guillermo Ortiz. Octubre, 1978.
2. EL FINANCIAMIENTO DEL GASTO PÚBLICO EN UNA ECONOMÍA EN CRECIMIENTO: EL CASO DE MÉXICO. Alain Ize. Noviembre, 1978.
3. ALGUNOS ASPECTOS DEL ENDEUDAMIENTO PÚBLICO EXTERNO EN MÉXICO. Ernesto Zedillo. Diciembre, 1978.
4. UNA APLICACIÓN DEL MODELO BAYESIANO DE DECISIÓN EN EL ANÁLISIS DE FUNCIONES DE PRODUCCIÓN AGRÍCOLA. Héctor E. González M. Diciembre, 1978.
5. POLÍTICA MACROECONÓMICA EN EL CORTO PLAZO: UNA RESEÑA. Alain Ize. Marzo, 1979.
6. ESTUDIOS DE MONEDA Y BANCA Y POLÍTICA MONETARIA SOBRE MÉXICO: SELECCIÓN BIBLIOGRÁFICA DE 1943 A 1978. Abril, 1979.
7. COMERCIO EXTERIOR MÉXICO-ESTADOS UNIDOS: PROBLEMAS DE COMPARABILIDAD ESTADÍSTICA. Jorge Carriles Rubio. Mayo, 1979.
8. EXPLOTACIÓN ÓPTIMA DE RESERVAS PETROLERAS EN UN CONTEXTO MACROECONÓMICO. José Córdoba. Mayo, 1979.
9. ASPECTOS DEFLACIONARIOS DE LA DEVALUACIÓN DEL PESO MEXICANO DE 1976. José Córdoba y Guillermo Ortiz. Mayo, 1979.
10. EXTRACCIÓN ÓPTIMA DE PETRÓLEO Y ENDEUDAMIENTO EXTERNO: EL CASO DE MÉXICO. Ernesto Zedillo. Junio, 1979.
11. IMPUESTOS DIRECTOS: PROGRESIVIDAD ÓPTIMA. Jesús Seade. Septiembre, 1979.
12. OPCIONES DE POLÍTICA ECONÓMICA 1979-1982. Sócrates Rizzo y Leopoldo Solís. Septiembre, 1979.
13. INTERMEDIARIOS FINANCIEROS Y MERCADOS IMPERFECTOS DE CAPITAL. Guillermo Ortiz. Septiembre, 1979.
14. ESTIMACIONES DE EQUILIBRIO GENERAL DE LOS EFECTOS DE LAS DISTORSIONES EN LOS MERCADOS DE FACTORES: EL CASO DE MÉXICO. José J. Sidaoui y Richard H. Sines. Octubre, 1979.
15. UN ANÁLISIS DE LA INFLACIÓN EN MÉXICO. Alain Ize. Octubre, 1979.

16. ANÁLISIS DE LOS COMPONENTES DEL CAMBIO ESTRUCTURAL CON UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL, 1970-75, José J. Sidaoui y Richard H. Sines. Enero, 1980.
17. TIPOS DE CAMBIO FLOTANTES Y DESLIZ CAMBIARIO: LAS EXPERIENCIAS DE ALGUNOS PAÍSES EN DESARROLLO. Guillermo Ortiz y Leopoldo Solís. Enero, 1980.
18. UN MODELO DE INFLACIÓN Y CRECIMIENTO EN UNA ECONOMÍA CAPITALISTA EN DESARROLLO. Alain Ize. Enero, 1980.
19. CRECIMIENTO E INFLACIÓN: ALTERNATIVAS CAMBIARIAS PARA MÉXICO. Guillermo Ortiz y Leopoldo Solís. Febrero, 1980.
20. COMPORTAMIENTO DE LA CAPTACIÓN BANCARIA EN MÉXICO. Héctor E. González Méndez. Mayo, 1980.
21. LA ENCUESTA DE TURISMO RECEPTIVO. REPORTE METODOLÓGICO. Alberto Vargas Aguayo. Junio, 1980.
22. AJUSTE ESTACIONAL DE UNA SERIE DE TIEMPO MEDIANTE EL USO COMPLEMENTARIO DE MÉTODOS TRADICIONALES Y LA TÉCNICA DE BOX-JENKINS. Gabriel Vera Ferrer y Víctor M. Guerrero. Julio, 1980.
23. DISTRIBUCIÓN DEL FINANCIAMIENTO OTORGADO POR EL SISTEMA BANCARIO MEXICANO A LA BANCA PRIVADA Y MIXTA. Víctor M. Guerrero y Gabriel Vera Ferrer. Julio, 1980.
24. LA MIGRACIÓN INDOCUMENTADA A ESTADOS UNIDOS: UN NUEVO ENFOQUE. Juan Díez Canedo. Julio, 1980.
25. UN MODELO FINANCIERO DE DESEQUILIBRIO A CORTO PLAZO PARA LA ECONOMÍA MEXICANA. Alain Ize. Julio, 1980.
26. ESTIMACIÓN DE LA FUNCIÓN DE IMPORTACIONES PARA MÉXICO. Javier Salas. Agosto, 1980.
27. UNA ALTERNATIVA PARA LA MEDIA ARITMÉTICA EN EL CÁLCULO DE PROMEDIOS SIMPLES DE RELATIVOS DE PRECIOS: LA MEDIA GEOMÉTRICA. Gabriel Vera Ferrer y Víctor M. Guerrero. Agosto, 1980.
28. LA DEMANDA DE DINERO EN MÉXICO: PRIMERAS ESTIMACIONES. Guillermo Ortiz. Septiembre, 1980.
29. ECONOMÍAS DE ESCALA Y CONCENTRACIÓN BANCARIA: EL CASO DE MÉXICO. Héctor E. González Méndez. Octubre, 1980.
30. LA ESTABILIDAD DE LA DEMANDA DE DINERO EN MÉXICO. Guillermo Ortiz. Noviembre, 1980.
31. EL TAMAÑO DE LA FAMILIA Y LA DISTRIBUCIÓN DEL INGRESO EN MÉXICO; UN ENSAYO EXPLORATORIO. Gabriel Vera Ferrer. Diciembre, 1980.

32. PROMEDIOS PARAMETRICOS: SU SELECCIÓN Y EMPLEO EN LA DETERMINACIÓN DE ÍNDICES DE PRECIOS. Víctor M. Guerrero, Enero, 1981.
33. UNA APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN A SERIES DE TIEMPO DE LA ECONOMÍA MEXICANA. Víctor M. Guerrero y Gabriel Vera Ferrer. Marzo, 1981.
34. ALGUNOS ASPECTOS DE LA CONCENTRACIÓN EN EL SISTEMA FINANCIERO MEXICANO. Héctor E. González Méndez. Marzo, 1981.
35. ANÁLISIS DEL TURISMO RECEPTIVO Y EGRESIVO EN MÉXICO. Alberto Vargas Aguayo. Agosto, 1981.
36. COMPORTAMIENTO DE LA FUNCIÓN DE COSTOS DE LA BANCA MÚLTIPLE Y ALTERNATIVAS SOBRE LA EVOLUCIÓN. Héctor E. González Méndez. Septiembre, 1981.
37. DISTRIBUCIÓN DEL INGRESO EN MÉXICO 1977. Juan Díez-Canedo y Gabriel Vera. Septiembre, 1981.
38. CUENTAS NACIONALES Y ANÁLISIS MACROECONÓMICO. Jesús Reyes Heróles G. y José J. Sidaoui D. Septiembre, 1981.
39. UNA NOTA SOBRE LA EVOLUCIÓN DE LA ESTRUCTURA DE INGRESOS Y GASTOS BANCARIOS: 1966-1979. Alain Ize. Octubre, 1981.
40. LA DOLARIZACIÓN EN MÉXICO: CAUSAS Y CONSECUENCIAS. Guillermo Ortiz. Octubre, 1981.
41. UN ANÁLISIS DEL MERCADO DE CRÉDITO EN MÉXICO. Ángel Calderón, Javier Cárdenas y Alain Ize. Octubre, 1981.
42. SUBSTITUCIÓN DE MONEDAS E INDEPENDENCIA MONETARIA: EL CASO DE MÉXICO. Guillermo Ortiz y Leopoldo Solís. Noviembre, 1981.
43. ESTABILIZACIÓN Y SUBSTITUCIÓN DE ACTIVOS EN UN SISTEMA FINANCIERO CON DOS MONEDAS Y CON EXPECTATIVAS DE DEVALUACIÓN. Alain Ize. Noviembre, 1981.
44. LA DISTRIBUCIÓN DE LOS INGRESOS POR TRABAJO EN MÉXICO. Jesús Reyes Heróles G. G. Enero, 1982.
45. DISTRIBUCIÓN REGIONAL DE LA CAPTACIÓN Y EL FINANCIAMIENTO DE LA BANCA PRIVADA Y MIXTA (1950-1980). Héctor E. González Méndez. Marzo, 1982.
46. COMPORTAMIENTO REGIONAL DE LA CAPTACIÓN Y EL CRÉDITO DE LA BANCA PRIVADA Y MIXTA EN MÉXICO. Héctor E. González Méndez. Abril, 1982.
47. EVOLUCIÓN Y PERSPECTIVAS DE LAS EXPORTACIONES DE MANUFACTURAS. Javier Salas y José J. Sidaoui D. Mayo, 1982.
48. UN ANÁLISIS DE LA INFLACIÓN EN MÉXICO. Jesús Marcos Yacamán. Julio, 1982.

49. EL PROCESO INFLACIONARIO EN MÉXICO. TEORÍA Y APLICACIONES DEL ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN. Víctor M. Guerrero. Julio, 1982.
50. ESTRUCTURA ECONÓMICA Y LOS ÍNDICES DE PRECIOS PRODUCTOR. Marín Maydón Garza y Luis H. Villalpando. Noviembre, 1982.
51. PRECIOS Y PRODUCTO EN EL CORTO PLAZO: ENFOQUES TEÓRICOS ALTERNATIVOS. Alain Ize. Noviembre, 1982.
52. ESTRUCTURA DE MERCADO, COMPORTAMIENTO Y POLÍTICAS DE LA BANCA PRIVADA Y MIXTA MEXICANA, 1970-1980. Rubén Yesin Toledo. Noviembre, 1982.
53. EL COMPORTAMIENTO MACROECONÓMICO DE LA ECONOMÍA MEXICANA ENTRE 1961 Y 1981: ESPECIFICACIONES ALTERNATIVAS Y PRUEBAS DE HIPÓTESIS. Alain Ize y Javier Salas. Agosto, 1983.
54. DESESTACIONALIZACIÓN DE SERIES DE TIEMPO ECONÓMICAS: PARTE I. UNA INTRODUCCIÓN A LA METODOLOGÍA. Víctor M. Guerrero. Agosto, 1983.