AUTOMATED CONTROL SYSTEMS

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 621.377

А.К. Иванов, А.Л. Савкин, Д.М. Ястребов, С.С. Шумилов

МЕХАНИЗМ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ АППАРАТА ЛИГАНД-РЕЦЕПТОРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Иванов Александр Куприянович, доктор технических наук, окончил физический факультет Иркутского государственного университета, аспирантуру Московского высшего технического училища им. Н.Э. Баумана, докторантуру Ульяновского государственного технического университета. Главный научный сотрудник ФНПЦ АО «НПО «Марс». Имеет монографии, учебное пособие, статьи в области математического моделирования иерархических АСУ реального времени. [e-mail: mars@mv.ru].

Савкин Александр Леонидович, кандидат военных наук, доцент, окончил Ульяновское высшее военное командное училище связи, Военную академию связи им. С.М. Буденного, адъюнктуру при ВАС. Начальник службы обеспечения научно-технической деятельности ФНПЦ АО «НПО «Марс». Имеет научные работы, учебные пособия, статьи в области разработки и моделирования систем управления и связи, автоматизированных информационных баз данных. [e-mail: mars@mv.ru].

Ястребов Дмитрий Михайлович, окончил экономико-математический факультет УлГТУ, заместитель генерального директора – начальник КНИО-2 ФНПЦ АО «НПО «Марс». Область научных интересов – системы автоматизированного проектирования и математического моделирования. [e-mail: mars@mv.ru].

Шумилов Сергей Сергеевич, окончил радиотехнический факультет УлГТУ, главный конструктор ФНПЦ АО «НПО «Марс». Область научных интересов – системы автоматизированного проектирования и математического моделирования. [e-mail: mars@mv.ru].

Аннотация

В статье построены математические модели принятия решений в организационных системах управления на основе аналога с аппаратом лиганд-рецепторного взаимодействия, исследуемого в биокинетике. Рассматривается взаимодействие исходных данных, поступающих в организационную систему с базой знаний, сформированной на основе опыта эксплуатации. В результате объединения соответствующих пар образуются решения по влиянию на проблемную область для достижения поставленных целей. Взаимодействие может производиться в один этап или в несколько этапов. Для одного этапа построены модели в виде системы линейных дифференциальных уравнений при неравенстве начальных объемов исходных данных и базы знаний. При равенстве объемов модель представляет собой уравнение Риккати специального вида, решаемое методом неопределенных коэффициентов. Рассмотрены варианты неоднозначного связывания информационных ресурсов исходных данных с информационными ресурсами базы знаний. Аналогичные модели построены для двух этапов взаимодействия. Приведены примеры расчета формирования объема информационных ресурсов решения при различных вариантах соотношения исходных данных и базы знаний.

Ключевые слова: организационные системы, принятие решений, математические модели, лиганд-рецепторное взаимодействие.

doi: 10.35752/1991-2927-2021-3-65-4-18

DECISION-MAKING BASED ON THE RECEPTOR-LIGAND INTERACTION METHODS

Aleksandr Kupriianovich Ivanov, Doctor of Sciences in Engineering; graduated from the Faculty of Physics at Irkutsk State University, completed his postgraduate studies at Bauman Moscow Technical School, doctoral studies at Ulyanovsk State Technical University; Chief Staff Scientist of FRPC JSC 'RPA 'Mars'; an author of monographs, tutorial, articles in the field of the mathematical modeling of hierarchical real-time computer-aided control systems. e-mail: mars@mv.ru.

Aleksandr Leonidovich Savkin, Candidate of Military Sciences, Associate Professor; graduated from the Ulyanovsk Higher Military Command School of Communications and the Marshal Budjonny Military Academy of Signal Corps; completed his postgraduate studies in the Military Academy of Communications; Head of Science and Engineering Support Department of FRPC JSC 'RPA 'Mars'; an author of scientific works, manuals, and articles in the field of the development and modeling of communication control systems, automated information systems. e-mail: mars@mv.ru.

Dmitrii Mikhailovich Iastrebov, graduated from the Faculty of Economics and Mathematics of Ulyanovsk State Technical University; Deputy Director General and Head of Complex Research and Development Department of FRPC JSC 'RPA 'Mars'; research interests are in the field of computer-aided design systems and mathematical modeling. e-mail: mars@mv.ru.

Sergei Sergeevich Shumilov, graduated from the Radioengineering Faculty of Ulyanovsk State Technical University; Chief Designer of FRPC JSC 'RPA 'Mars'; research interests are in the field of computer-aided design systems and mathematical modeling. e-mail: mars@mv.ru.

Abstract

The article deals with the mathematical models of decision-making in the management organization systems. The models are based on the receptor-ligand interaction methods studied in the biokinetics. The article describes an interaction between initial data coming to the organization system and knowledge database generated on the basis of operation experience. The combination of matching pairs creates decisions for resolving problems and achieving the goals. The interaction may take one or more stages. For one stage the models were developed in the form of differential equations when the starting amount of data is not equal to the one in knowledge database. When the amounts are equal, the model is represented as Riccati equation in a special form solving by an indefinite coefficient. The article considers cases when information recourses of initial data and the ones of knowledge database are not uniquely defined. The similar models are developed for two stages of interaction. The article gives the examples of calculation of information recourses amount for a decision in case of different ratios of initial data/ knowledge database.

Keywords: organization systems, decision-making, mathematical models, receptor-ligand interaction.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время основное направление совершенствования автоматизированных систем управления (АСУ) – создание систем поддержки принятия решений (СППР) как подсистем АСУ, повышающих качество оперативных, тактических и стратегических решений [1, 2]. Грамотное проектирование и использование СППР на основе известных методов и информационных технологий может быть достигнуто при построении и исследовании математических моделей процессов формирования новых знаний путем анализа исходных данных. Трудности создания СППР связаны с творческим характером принятия решений.

Классификации механизма творчества, предлагаемые различными авторами, многим отличаются друг от друга, но в своем общем виде они имеют примерно следующее содержание [3, 4].

Первый акт (сознательная работа) – подготовка – особое деятельное состояние, являющееся предпосылкой для интуитивного проблеска новой идеи.

Второй этап (бессознательная работа) – созревание – бессознательная работа над проблемой, инкубация направляющей идеи.

Третий этап (переход бессознательного в сознание) – вдохновение – в результате бессознательной работы в сферу сознания поступает идея изобретения, открытия, вначале в гипотетическом виде.

Четвертый этап (сознательная работа) – развитие идеи, ее окончательное оформление и проверка.

Определенные результаты в формальном представлении творчества достигнуты при описании изобретательской деятельности [5]. В качестве математического аппарата моделирования технического творчества используется теория катастроф [6]. Модель представляет собой катастрофу типа «сборки», а качественный пере-

ход от исходных данных к конечному результату достигается выбором параметров. Сущность качественного скачка при этом не рассматривается. При рассмотрении содержательной стороны поиска решения необходимо учитывать взаимодействие исходных данных с базой знаний организационной системы и индивидуальным опытом должностного лица. В [7] построена такая модель, описывающая кинетику процесса, т. е. скорость формирования решения. Поиск модели содержания процесса формирования по-прежнему представляет собой актуальную и нерешенную задачу.

Некоторые продвижения в этом исследовании дает изучение математического аппарата механизма лиганд-рецепторного взаимодействия [8]. Согласно современным представлениям большинство биологически активных веществ и лекарств оказывают воздействие на организм, регулируя функции клеток. При этом многие вещества не проникают в клетку, а оказывают свое действие опосредованно, взаимодействуя на клеточной мембране со специфическими молекулами, называемыми рецепторами. Рецепторы способны специфически распознать биологически активное вещество, обратимо или необратимо взаимодействовать с ним и передавать специфический сигнал об этом взаимодействии в клетку. При этом для каждого типа рецепторов характерен свой специфический клеточный ответ. Биологически активные вещества, способные взаимодействовать со специфическими рецепторами, называются лигандами.

Любой вид рецепторов связывает ограниченное число различных лигандов. Точно так же любой лиганд данного типа связывается с ограниченным числом рецепторов. Чем с меньшим числом различных лигандов может связываться рецептор данного типа, тем выше его специфичность. Точно также лиганд определенного типа тем более специфичен, чем с меньшим числом различных рецепторов он может связываться. Данный принцип получил название принципа структурной комплиментарности.

Именно благодаря структурной комплиментарности различные лиганды, действуя на разные клетки, вызывают биологические эффекты через рецепторы разных типов.

Таким образом, имеется сходство с процессами взаимодействия исходных данных в организационных системах с информационными ресурсами базы знаний и дальнейшим образованием специфического ответа-решения в зависимости от взаимодействующих компонент.

В статье описывается соответствующий математический аппарат в применении к информационным процессам и с учетом нескольких этапов взаимодействия, приводящих к конечному результату.

1 Простой механизм одноэтапного информационного взаимодействия

Механизм информационного взаимодействия и формирования решений в организационных системах управления в соответствии с лиганд-рецепторным взаимодействием имеет следующий вид (рис. 1). Исходные данные в виде совокупности информационных ресурсов, отражающих различные стороны проблемной области, поступают в организационную систему. В системе имеется база знаний, включающая информационные ресурсы опыта решений по управлению в различных ситуациях, накопленные за период эксплуатации. Информационные ресурсы исходных данных и базы знаний имеют набор признаков, по которым устанавливаются взаимодействующие пары. В результате взаимодействия каждой пары устанавливается специфический ответ, информационный ресурс решения. Моделирование процесса распознавания и установления взаимодействующих пар, а также дальнейшее формирование ответа-решения остаются предметом дальнейших исследований.

Схема формирования решений в обозначениях лиганд-рецепторного взаимодействия

где D – исходные данные;

S – база знаний;

R – комплекс решений;

k_{+1} и k_{-1} – константы скоростей образования и распада комплексов решений.

Рис. 1. Механизм формирования решений при одном этапе взаимодействия исходных данных с базой знаний организационной системы

Запишем математическую модель из системы уравнений изменения объема информационных ресурсов каждого из компонентов, принимающих участие во взаимодействии:

$$\frac{d[S]}{dt} = -k_{+1}[S][D] + k_{-1}[R];$$

$$\frac{d[D]}{dt} = -k_{+1}[S][D] + k_{-1}[R];$$

$$\frac{d[R]}{dt} = k_{+1}[S][D] - k_{-1}[R],$$

где $[\cdot]$ – объем информационных ресурсов взаимодействующих компонентов.

Таким образом, информационное взаимодействие описывается системой из трех нелинейных дифференциальных уравнений.

Если начальный объем знаний (S_0) много меньше начального объема исходных данных, то в процессе взаимодействия объем исходных данных практически не меняется. Следовательно, объем исходных данных можно считать за константу. В этом случае система дифференциальных уравнений становится линейной.

Чтобы решить систему, запишем закон сохранения ресурсов для знаний: сумма объема свободных знаний и комплексов решений равна начальному объему знаний ($[S] + [R] = [S_0]$). Тогда система переписывается следующим образом:

$$\frac{d[R]}{dt} = k_{+1}([S_0] - [R])[D_0] - k_{-1}[R];$$

$$\frac{d[R]}{dt} = k_{+1}[S_0][D_0] - (k_{+1}[D_0] + k_{-1})[R].$$

Последнее уравнение является линейным неоднородным дифференциальным уравнением. Существует два основных метода решения данного типа уравнений: варьирования (вариации) постоянной и с помощью преобразований Лапласа [9]. Для того чтобы решить неоднородное линейное дифференциальное уравнение методом варьирования постоянной, решается вначале линейное однородное уравнение:

$$\frac{d[R]}{dt} = -[R](k_{+1}[D_0] + k_{-1});$$

$$[R] = C \exp[-t(k_{+1}[D_0] + k_{-1})].$$

Величина C рассматривается как новая переменная. Подставим полученное решение однородного линейного дифференциального уравнения в неоднородное:

$$\begin{aligned} & \frac{dC}{dt} \exp[-t(k_{+1}[D_0] + k_{-1})] - \\ & - C \exp[-t(k_{+1}[D_0] + k_{-1})] = \\ & = k_{+1}[D_0][S_0] - C \exp[-t(k_{+1}[D_0] + k_{-1})]; \end{aligned}$$

$$\frac{dC}{dt} \exp[-t(k_{+1}[D_0] + k_{-1})] = k_{+1}[D_0][S_0];$$

$$C = \frac{k_{+1}[D_0][S_0]}{k_{+1}[S_0] + k_{-1}} \exp[t(k_{+1}[D_0] + k_{-1})] + B,$$

где B – некоторая постоянная.

В начальный момент времени объем комплекса решений равен нулю. Исходя из этого условия определяется B .

Окончательное решение:

$$[R] = \frac{k_{+1}[D_0][S_0]}{k_{+1}[D_0] + k_{-1}} (1 - \exp[-t(k_{+1}[D_0] + k_{-1})]);$$

$$[R] = \frac{[D_0][S_0]}{[D_0] + Kd} (1 - \exp[-t(k_{+1}[D_0] + k_{-1})]),$$

где Kd – равновесная константа диссоциации комплексов решений ($Kd = k_{-1}/k_{+1}$).

Уравнение можно переписать в следующем виде:

$$R = A(1 - \exp[-kt]),$$

где A – предэкспоненциальный множитель; k – показатель экспоненты:

$$A = \frac{[D_0][S_0]}{[D_0] + Kd}, \quad k = k_{+1}[D_0] + k_{-1}.$$

Определим k в полулогарифмических координатах $\left(\ln\left[1 - \frac{R}{A}\right], t\right)$ при двух различных объемах исходных данных:

$$k(D_1) = k_{+1}D_1 + k_{-1};$$

$$k(DL_2) = k_{+1}D_2 + k_{-1}.$$

Тем самым получена система линейных алгебраических уравнений, решаемая методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} D_1 & 1 \\ D_2 & 1 \end{vmatrix} = D_1 - D_2;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} k(D_1) & 1 \\ k(D_2) & 1 \end{vmatrix} = k(D_1) - k(D_2);$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} D_1 & k(D_1) \\ D_2 & k(D_2) \end{vmatrix} = D_1k(D_2) - D_2k(D_1);$$

$$k_{+1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{k(D_1) - k(D_2)}{D_1 - D_2};$$

$$k_{-1} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{D_1k(D_2) - D_2k(D_1)}{D_1 - D_2}.$$

Представленная модель является моделью простого информационного связывания. Под связыванием понимается объединение информационных ресурсов исходных данных с соответствующими им ресурсами базы

знаний с последующим формированием ответа-решения. Условия простого связывания:

- объем исходных данных много больше объема знаний;
- с течением времени суммарный объем связанных и свободных исходных данных, связанных и свободных знаний не меняется;
- все знания одинаково доступны для исходных данных;
- один информационный ресурс знаний взаимодействует с одним информационным ресурсом исходных данных.

В случае, если объемы исходных данных и знаний соизмеримы, то математическая модель для схемы

$$D + S \overset{k_{+1}}{\underset{k_{-1}}{\leftrightarrow}} R$$

записывается следующим образом:

$$\frac{d[R]}{dt} = k_{+1}[D][S] - k_{-1}[R] = k_{+1}[D_0][S_0] - (k_{+1}[S_0] + k_{+1}[D_0] + k_{-1})[R] + k_{+1}[R]^2,$$

где D_0 – начальный объем исходных данных.

Уравнение является нелинейным дифференциальным уравнением, относящимся к классу уравнений Риккати. В общем случае такие уравнения не могут быть решены, если только неизвестно частное решение подобного уравнения. Однако данное уравнение может быть решено благодаря его особой форме (в правой части этого уравнения стоит квадратный двучлен) [10]. Корни этого квадратного двучлена могут быть найдены по формулам:

$$2\alpha_1 = [S_0] + [D_0] + Kd - \sqrt{([D_0] - [S_0] + Kd)^2 + 4Kd[S_0]};$$

$$2\alpha_2 = [S_0] + [D_0] + Kd + \sqrt{([D_0] - [S_0] + Kd)^2 + 4Kd[S_0]}.$$

Тогда

$$\frac{d[R]}{dt} = k_{+1}([R] - \alpha_1)([R] - \alpha_2).$$

С учетом начальных условий ($t = 0 \rightarrow [R] = 0$) можно получить решение методом неопределенных коэффициентов:

$$\frac{d[R]}{([R] - \alpha_1)([R] - \alpha_2)} = k_{+1}dt;$$

$$\int \frac{d[R]}{([R] - \alpha_1)([R] - \alpha_2)} =$$

$$= \int \frac{m}{[R] - \alpha_1} d[R] + \int \frac{m}{[R] - \alpha_2} d[R];$$

$$m([R] - \alpha_2) + n([R] - \alpha_1) = 1;$$

$$m + n = 0;$$

$$-m\alpha_2 - n\alpha_1 = 1;$$

$$m = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2}, \quad n = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1};$$

$$\frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \int \frac{d([R] - \alpha_1)}{[R] - \alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \int \frac{d([R] - \alpha_2)}{[R] - \alpha_2} =$$

$$= \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} (\ln([R] - \alpha_1) - \ln([R] - \alpha_2)) =$$

$$= \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \ln \frac{[R] - \alpha_1}{[R] - \alpha_2};$$

$$\frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \ln \frac{[R] - \alpha_1}{[R] - \alpha_2} = k_{+1}t + C,$$

$$C = \frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2} \ln \frac{\alpha_1}{\alpha_2};$$

$$\ln \frac{([R] - \alpha_1)\alpha_2}{([R] - \alpha_2)\alpha_1} = k_{+1}t(\alpha_1 - \alpha_2);$$

$$\frac{([R] - \alpha_1)\alpha_2}{([R] - \alpha_2)\alpha_1} = \exp(k_{+1}t(\alpha_1 - \alpha_2));$$

$$[R]\alpha_2 - [R]\alpha_1 \exp(k_{+1}t(\alpha_1 - \alpha_2)) =$$

$$= \alpha_1\alpha_2 - \alpha_2\alpha_1 \exp(k_{+1}t(\alpha_1 - \alpha_2));$$

$$[R] = \frac{\alpha_1\alpha_2 - \alpha_2\alpha_1 \exp(k_{+1}t(\alpha_1 - \alpha_2))}{\alpha_2 - \alpha_1 \exp(k_{+1}t(\alpha_1 - \alpha_2))} =$$

$$= \frac{\alpha_1\alpha_2(1 - \exp(k_{+1}t(\alpha_1 - \alpha_2)))}{\alpha_2 - \alpha_1 \exp(k_{+1}t(\alpha_1 - \alpha_2))}.$$

В случае, если исходных данных много меньше объема знаний, то для схемы

$$D + S \overset{k_{+1}}{\underset{k_{-1}}{\leftrightarrow}} R$$

объем знаний можно считать постоянным по отношению к объему исходных данных.

Тогда математическая модель для данной системы записывается следующим образом:

$$\frac{d[R]}{dt} = k_{+1}[D][S] - k_{-1}[R] =$$

$$= k_{+1}([D_0] - [R])[S_0] - k_{-1}[R].$$

Решение находится методом вариации постоянной:

$$[R] = \frac{[S_0][D_0]}{[S_0] + Kd} \left(1 - \exp[-t(k_{+1}[S] + k_{-1})] \right).$$

Суммарный объем связанных и свободных исходных данных, связанных и свободных знаний в целом ряде случаев оказывается отличным от постоянной.

Изменение объема исходных данных может происходить за счет следующих процессов:

- деградация исходных данных;
- транспорт исходных данных.

Изменение объема знаний может происходить за счет следующих процессов:

- объединение знаний или комплексов решений;
- деградация знаний;
- образование знаний.

Схема информационного взаимодействия имеет в данном случае следующий вид:

где символом * обозначены продукты деградации или пополнения; k_{+D} – коэффициент пополнения исходных данных; k_{-D} – коэффициент деградации исходных данных; k_{+S} – коэффициент пополнения знаний; k_{-S} – коэффициент деградации знаний.

Математическая модель для данной схемы:

$$\begin{aligned} \frac{d[D]}{dt} &= -k_{-D}[D] + k_{+D}[D] - \\ &\quad - k_{+1}[D][S] + k_{-1}[R]; \\ \frac{d[S]}{dt} &= -k_{-S}[S] + k_{+S}[S] - k_{+1}[D][S] + k_{-1}[R]; \\ \frac{d[R]}{dt} &= k_{+1}[D][S] - k_{-1}[R]. \end{aligned}$$

Решить подобную систему дифференциальных уравнений можно только численно.

2 Одноэтапный механизм взаимодействия с неоднозначным соответствием исходных данных и знаний

Простой механизм взаимодействия, рассмотренный в первом разделе, предполагает однозначное соответствие ресурсов исходных данных с ресурсами базы знаний. Рассмотрим более сложные механизмы, с неоднозначным соответствием компонентов.

Кинетика взаимодействия исходных данных с базой знаний при наличии нескольких типов связывающих мест описывается схемой:

где S_i – знания i -го типа.

Наиболее распространен случай взаимодействия одного ресурса исходных данных с двумя типами знаний:

В простейшем случае, когда объем исходных данных много больше объема знаний, математическая модель записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d[R_1]}{dt} &= k_{+1}[D][S_1] - k_{-1}[R_1] = \\ &= k_{+1}[D]([S_{01}] - [D]) - k_{-1}[R_1]; \\ \frac{d[R_2]}{dt} &= k_{+2}[D][S_2] - k_{-2}[R_2] = \\ &= k_{+2}[D]([S_{02}] - [D]) - k_{-2}[R_2]. \end{aligned}$$

Решение данных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} [R_1] &= \frac{[D][S_{01}]}{[D] + Kd_1} \left\{ 1 - \exp[-t(k_{+1}[D] + k_{-1})] \right\}; \\ [R_2] &= \frac{[D][S_{02}]}{[D] + Kd_2} \left\{ 1 - \exp[-t(k_{+2}[D] + k_{-2})] \right\}. \end{aligned}$$

Связывание нескольких ресурсов исходных данных с одним ресурсом знаний, кооперативное взаимодействие можно описать при помощи следующей схемы:

Закон сохранения информационных ресурсов для схемы записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d[D]}{dt} &= -2k_{+1}[D][S] + k_{-1}[R] - \\ &\quad - k_{+2}[R][D] + 2k_{-2}[R_2]; \\ \frac{d[S]}{dt} &= -2k_{+1}[D][S] + k_{-1}[R]; \\ \frac{d[R]}{dt} &= 2k_{+1}[D][S] - k_{-1}[R] - \\ &\quad - k_{+2}[D][R] + 2k_{-2}[R_2]; \\ \frac{d[R_2]}{dt} &= k_{+2}[R][D] - 2k_{-2}[R_2]. \end{aligned}$$

В общем случае данные уравнения могут быть решены только численно.

Анализ в случае наличия кооперативного связывания может быть сильно упрощен, если предположить, что взаимодействие описывается схемой:

При условии избытка объема данных модель записывается следующим образом:

$$\frac{d[R_{n1}]}{dt} = k_{+1}[D]^n([S_0] - [R_{n1}]) - k_{-1}[R_{n1}].$$

Решение данного уравнения:

$$[R_n] = \frac{[D]^n [S_0]}{[D]^n + Kd} \left(1 - \exp \left[-t \left(k_{+1} [D]^n + k_{-1} \right) \right] \right).$$

Рассмотрим случай взаимодействия двух типов исходных данных с одним типом связывания. Предположим, что два ресурса данных взаимодействуют с одним ресурсом знаний, связываясь с одним и тем же или разными участками ресурса знаний, а также друг с другом. При этом самую общую схему такого взаимодействия можно представить в следующем виде:

где D_1 и D_2 – данные различных типов, образующие с базой знаний S произвольные комплексы, а также комплекс из двух типов исходных данных.

При неконкурентном связывании два типа исходных данных взаимодействуют с разными участками связывания одного и того же ресурса знаний согласно схеме:

Математическая модель в равновесных условиях:

$$Kd_1 = \frac{[D_1][S]}{[R(D_1)]} = \\ = \frac{[D_1]([S_{01}] - [R(D_1)] - [R(D_1)]D_2)}{[L_1 R]};$$

$$Kd_2 = \frac{[D_2]([S_{02}] - [R(D_2)] - [R(D_1 D_2)])}{[R(D_2)]};$$

$$Kd_3 = \frac{[D_2][R(D_1)]}{[R(D_1 D_2)]};$$

$$Kd_4 = \frac{[D_1][R(D_2)]}{[R(D_1 D_2)]}.$$

Система уравнений является линейной алгебраической системой, ее решение может быть получено методом Крамера.

При конкурентном связывании исходных данных два типа данных взаимодействуют с одним типом свя-

зывающих участков на ресурсах базы знаний согласно схеме:

Модель записывается следующим образом:

$$\frac{d[R(D_1)]}{dt} = k_{+1}[D_1][S] - k_{-1}[R(D_1)];$$

$$\frac{d[R(D_2)]}{dt} = k_{+2}[D_2][S] - k_{-2}[R(D_2)].$$

Закон сохранения ресурсов:

$$[S_0] = [S] + [R(D_1)] + [R(D_2)];$$

$$[D_{01}] = [D_1] + [R(D_1)];$$

$$[D_{02}] = [D_2] + [R(D_2)].$$

С учетом закона сохранения ресурсов уравнения перепишутся следующим образом:

$$\frac{d[R(D_1)]}{dt} = k_{+1}([D_{01}] - [R(D_1)]) \times \\ \times ([D_0] - [R(D_1)] - [R(D_2)]) - k_{-1}[R(D_1)];$$

$$\frac{d[R(D_2)]}{dt} = k_{+2}([D_{02}] - [R(D_2)]) \times \\ \times ([S_0] - [R(D_1)] - [R(D_2)]) - k_{-2}[R(D_2)].$$

Нелинейная система двух дифференциальных уравнений не решается аналитически, ее решение может быть получено только численно.

Ряд предельных случаев:

1. Общий объем центров связывания намного превышает объем всех исходных данных, т. е. $[S_0] \gg [D_{01}] + [D_{02}]$.

Тогда система перепишется следующим образом:

$$\frac{d[R(D_1)]}{dt} = \\ = k_{+1}([D_{01}] - [R(D_1)])[S_0] - k_{-1}[R(D_1)];$$

$$\frac{d[R(D_2)]}{dt} = \\ = k_{+2}([D_{02}] - [R(D_2)])[D_0] - k_{-2}[R(D_2)].$$

Решение может быть получено методом неопределенных коэффициентов:

$$[R(D_1)] = \frac{k_{+1}[S_0][D_{01}] - [k_{+1}[S_0][D_{01}] - (k_{+1}[S_0] + k_{-1})[R(D_1)]_0] \exp[\lambda_1 t]}{k_{+1}[S_0] + k_{-1}};$$

$$[R(D_2)] = \frac{k_{+2}[S_0][D_{02}] - [k_{+2}[S_0][D_{02}] - (k_{+2}[S_0] + k_{-2})[R(D_2)]_0] \exp[\lambda_2 t]}{k_{+2}[S_0] + k_{-2}};$$

$$\lambda_1 = -(k_{+1}[S_0] + k_{-1}), \lambda_2 = -(k_{+2}[S_0] + k_{-2}),$$

где $[R(D_1)]_0, [R(D_2)]_0$ – начальные концентрации комплексов решений первого и второго типов.

2. Общий объем исходных данных намного превышает объем мест связывания $[S_0] \ll [D_{01}], [S_0] \ll [D_{02}]$.

Тогда уравнения запишутся следующим образом:

$$\frac{d[R(D_1)]}{dt} = k_{+1}[D_{01}] \times \\ \times ([S_0] - [R(D_1)] - [R(D_2)]) - k_{-1}[R(D_1)];$$

$$\frac{d[R(D_2)]}{dt} = k_{+2}[D_{02}] \times \\ \times ([S_0] - [R(D_1)] - [R(D_2)]) - k_{-2}[R(D_2)].$$

Полученная система уравнений является линейной. Ее решение приводится в книге [8]:

$$[R(D_1)] = C_{11} \exp[\lambda_1 t] + C_{12} \exp[\lambda_2 t] + \frac{\Delta_1}{\Delta};$$

$$[R(D_2)] = C_{21} \exp[\lambda_1 t] + C_{22} \exp[\lambda_2 t] + \frac{\Delta_2}{\Delta}.$$

Показатели экспоненты задаются как корни квадратного уравнения:

$$\lambda^2 + (k_{+1}[D_{01}] + k_{+2}[D_{02}] + k_{-2})\lambda + \\ + k_{-1}k_{+2}[D_{02}] + k_{+1}k_{-2}[D_{01}] + k_{-1}k_{-2} = 0.$$

Показано, что при любых значениях констант скоростей реакций комплексообразования и распада комплексов λ_1 и λ_2 – действительные отрицательные числа.

$$C_{11} = \frac{\lambda_2 \left(\frac{\Delta_1}{\Delta} - [R(D_1)]_0 \right) + k_{+1}[D_{01}][S_0] - k_{-1}[R(D_1)]_0}{\lambda_1 - \lambda_2};$$

$$C_{12} = \frac{\lambda_1 \left([R(D_1)]_0 - \frac{\Delta_1}{\Delta} \right) + k_{+1}[D_{01}][S_0] - k_{-1}[R(D_1)]_0}{\lambda_1 - \lambda_2};$$

$$C_{21} = \frac{\lambda_2 \left(\frac{\Delta_2}{\Delta} - [R(D_2)]_0 \right) + k_{+2}[D_{02}][S_0] - k_{-2}[R(D_2)]_0}{\lambda_1 - \lambda_2};$$

$$C_{22} = \frac{\lambda_1 \left([R(D_2)]_0 - \frac{\Delta_2}{\Delta} \right) + k_{+2}[D_{02}][S_0] - k_{-2}[R(D_2)]_0}{\lambda_1 - \lambda_2}.$$

Свободные члены определяются соотношениями:

$$\Delta = k_{-1}k_{+2}[D_{02}] + k_{+1}k_{-2}[D_{01}] + k_{-1}k_{-2};$$

$$\Delta_1 = k_{+1}k_{-2}[S_0][D_{01}];$$

$$\Delta_2 = k_{-1}k_{+2}[S_0][D_{02}].$$

3. Конкурентное связывание исходных данных в условиях, когда константы скорости ассоциации обоих видов данных равны $k_{+1} = k_{+2}, k_{-1} = k_{-2}$.

Система дифференциальных уравнений в этих условиях переписывается следующим образом:

$$\frac{d[R(D_1)]}{dt} = k_{+1}[D_1][S] - k_{-1}[R(D_1)];$$

$$\frac{d[R(D_2)]}{dt} = k_{+1}[D_2][S] - k_{-1}[R(D_2)].$$

Для решения полученной системы введем вспомогательную переменную:

$$\begin{aligned}
U &= [R(D_1)] + [R(D_2)]; \\
\frac{d([R(D_1)] + [R(D_2)])}{dt} &= \\
&= k_{+1}([D_1] + [D_2])[S] - k_{-1}([R(D_1)] + [R(D_2)]); \\
[S] &= [S_0] - ([R(D_1)] + [R(D_2)]) = [S_0] - U; \\
[D_1] + [D_2] &= [D_{01}] + [D_{02}] - U; \\
\frac{dU}{dt} &= k_{+1}([D_{01}] + [D_{02}] - U)([S_0] - U) - k_{-1}U.
\end{aligned}$$

Полученное уравнение решается за счет нахождения корней квадратного уравнения:

$$k_{+1}([D_{01}] + [D_{02}] - U)([S_0] - U) - k_{-1}U = 0.$$

После того как корни квадратного уравнения найдены, правая часть полученного дифференциального уравнения раскладывается на простые множители, при этом дифференциальное уравнение становится уравнением с разделяющимися переменными, которое решается методом неопределенных коэффициентов:

$$U = \frac{(a+b) \left(\frac{(a-b)(a+b-U_0)}{(a+b)(a-b-U_0)} \right) - \exp[-2bk_{+1}t]}{\frac{a+b-U_0}{a-b-U_0} - \exp[-2bk_{+1}t]};$$

$$U_0 = [R(D_{01})] + [R(D_{02})];$$

$$a = \frac{[D_{01}] + [D_{02}] + [S_0] + k_{-1}/k_{+1}}{2};$$

$$b = \sqrt{a^2 - ([D_{01}] + [D_{02}])[S_0]}.$$

Подставим найденную зависимость вспомогательной переменной от времени в дифференциальное уравнение закона сохранения информационных ресурсов:

$$\begin{aligned}
\frac{d[R(D_1)]}{dt} &= k_{+1}([D_{01}] - [R(D_1)]) \times \\
&\times ([S_0] - U(t)) - k_{-1}[R(D_1)].
\end{aligned}$$

Полученное дифференциальное уравнение является линейным неоднородным дифференциальным уравнением, которое решается методом вариации постоянной:

$$\begin{aligned}
[R(D_1)] &= \left(\frac{\frac{a+b-U_0}{a-b-U_0} - 1}{\frac{a+b-U_0}{a-b-U_0} - \exp[-2bk_{+1}t]} \right) \left\{ [R(D_{01})] \exp[-[k_{-1} + k_{+1}([S_0] - a + b)]t] + \right. \\
&+ \frac{[D_{01}]}{1 - \frac{a+b-U_0}{a-b-U_0}} \left[\frac{([S_0] - a - b)k_{-1}}{k_{-1} + k_{+1}([S_0] - a - b)} (\exp[-2bk_{+1}t] - \exp[-[k_{-1} + k_{+1}([S_0] - a + b)]t]) + \right. \\
&\left. \left. + \frac{\frac{a+b-U_0}{a-b-U_0}(a-b-[S_0])k_{-1}}{k_{-1} + k_{+1}([S_0] - a + b)} \exp[-[k_{-1} + k_{+1}([S_0] - a + b)]t] + 1 \right] \right\}.
\end{aligned}$$

Таким образом, в условиях $k_{+1} = k_{+2}$, $k_{-1} = k_{-2}$ процесс конкурентного взаимодействия исходных данных с одним из центров связывания может быть полностью описан аналитически.

3 МЕХАНИЗМ МНОГОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕШЕНИЙ

В предыдущих разделах предполагалось, что формирование решений происходит в один этап взаимодействия исходных данных с базой знаний. В общем случае таких этапов может быть несколько. После первого этапа образуются промежуточные результаты, которые взаимодействуют с другой базой знаний, соответству-

ющей получившемуся уровню понимания проблемы. Через несколько этапов получают конечное решение. Схема многоэтапного взаимодействия имеет следующий вид:

$$D + S_D \xleftrightarrow[k_{-1}^{(1)}]{k_{+1}^{(1)}} (R)_1, (R)_1 + S_{(R)_1} \xleftrightarrow[k_{-1}^{(2)}]{k_{+1}^{(2)}} (R)_2, \dots,$$

$$(R)_{n-1} + S_{(R)_{n-1}} \xleftrightarrow[k_{-1}^{(n)}]{k_{+1}^{(n)}} (R)_n,$$

где S_D – знания, взаимодействующие с исходными данными;

$S_{(R)_i}$ – знания, взаимодействующие с результатами i -го этапа формирования решений;

$(R)_i$ – результаты i -го формирования решений;

$k_{+1}^{(i)}, k_{-1}^{(i)}$ – константы скоростей образования и распада результатов на i -м этапе.

На основе исследований одноэтапного информационного взаимодействия построим математические модели для двух этапов (рис. 2).

Схема взаимодействия имеет следующий вид:

Запишем уравнения для объемов каждого из компонентов, принимающих участие во взаимодействии:

$$\frac{d[S_D]}{dt} = -k_{+1}^{(1)}[S_D][D] + k_{-1}^{(1)}[(R)_1];$$

$$\frac{d[D]}{dt} = -k_{+1}^{(1)}[S_D][D] + k_{-1}^{(1)}[(R)_1];$$

$$\frac{d[(R)_1]}{dt} = k_{+1}^{(1)}[S_D][D] - k_{-1}^{(1)}[(R)_1];$$

$$\frac{d[S_{(R)_1}]}{dt} = -k_{+1}^{(2)}[S_{(R)_1}][(R)_1] + k_{-1}^{(2)}[(R)_2];$$

$$\frac{d[(R)_1]}{dt} = -k_{+1}^{(2)}[S_{(R)_1}][(R)_1] + k_{-1}^{(2)}[(R)_2];$$

$$\frac{d[(R)_2]}{dt} = k_{+1}^{(2)}[S_{(R)_1}][(R)_1] - k_{-1}^{(2)}[(R)_2].$$

Таким образом, взаимодействие описывается системой из шести нелинейных дифференциальных уравнений.

Если начальный объем базы знаний $(S_D^{(0)})$ много меньше начального объема исходных данных, то в процессе взаимодействия объем исходных данных практически не меняется. Следовательно, объем исходных данных можно считать за константу. В этом случае система дифференциальных уравнений становится линейной.

Чтобы решить систему, запишем закон сохранения объема для базы знаний: сумма объемов свободных ресурсов и связанных в комплексы равна начальному объему знаний $[S_D] + [(R)_1] = [S_D^{(0)}]$. Тогда система переписывается следующим образом:

$$\frac{d[(R)_1]}{dt} = k_{+1}^{(1)}([S_D^{(0)}] - [(R)_1])[D^{(0)}] - k_{-1}^{(1)}[(R)_1];$$

$$\frac{d[(R)_1]}{dt} = k_{+1}^{(1)}[S_D^{(0)}][D^{(0)}] - (k_{+1}^{(1)}[D^{(0)}] + k_{-1}^{(1)})[(R)_1].$$

Последнее уравнение является линейным неоднородным дифференциальным уравнением. Решение находится методом вариации постоянной:

$$[(R)_1] = \frac{k_{+1}^{(1)}[D^{(0)}][S_D^{(0)}]}{k_{+1}^{(1)}[D_0] + k_{-1}^{(1)}} \times \left(1 - \exp \left[-t \left(k_{+1}^{(1)}[D^{(0)}] + k_{-1}^{(1)} \right) \right] \right);$$

Рис. 2. Механизм двухэтапного формирования решений в организационной системе

$$[(R)_1] = \frac{[D^{(0)}][S_D^{(0)}]}{[D^{(0)}] + Kd^{(1)}} \times \\ \times \left(1 - \exp \left[-t \left(k_{+1}^{(1)} [D^{(0)}] + k_{-1}^{(1)} \right) \right] \right),$$

где $Kd^{(1)}$ – равновесная константа диссоциации комплексов ($Kd^{(1)} = k_{-1}^{(1)} / k_{+1}^{(1)}$).

Если начальный объем базы знаний второго этапа $S_{(R)_1}^{(0)}$ много меньше начального объема результатов первого этапа, то в процессе взаимодействия знаний с результатами первого этапа объем результатов первого этапа практически не меняется. В этом случае система дифференциальных уравнений второго этапа также становится линейной.

Чтобы решить систему, запишем закон сохранения ресурсов для знаний: сумма объемов свободных знаний равна начальному объему знаний $\left([S_{(R)_1}] + [(R)_2] = [S_{(R)_1}^{(0)}] \right)$. Тогда уравнение записывается следующим образом:

$$\frac{d[(R)_2]}{dt} = k_{+1}^{(2)} \left([S_{(R)_1}^{(0)}] - [(R)_2] \right) \times \\ \times \left[(R)_1^0 \right] - k_{-1}^{(2)} [(R)_2]; \\ \frac{d[(R)_2]}{dt} = k_{+1}^{(2)} [S_{(R)_1}^{(0)}] [(R)_1^0] - \\ - \left(k_{+1}^{(2)} [(R)_1^0] + k_{-1}^{(2)} \right) [(R)_2].$$

Начальное значение результатов первого этапа устанавливается в определенный момент времени, когда дальнейшее приращение становится несущественным:

$$[(R)_1^0] = \frac{[D^{(0)}][S_D^{(0)}]}{[D^{(0)}] + Kd^{(1)}} \times \\ \times \left(1 - \exp \left[-t_1 \left(k_{+1}^{(1)} [D^{(0)}] + k_{-1}^{(1)} \right) \right] \right).$$

Последнее уравнение является линейным неоднородным дифференциальным уравнением, решаемым методом варьирования постоянной:

$$[(R)_2] = \frac{k_{+1}^{(2)} [(R)_1^0] [S_{(R)_1}^{(0)}]}{k_{+1} [(R)_1^0] + k_{-1}^{(1)}} \times \\ \times \left(1 - \exp \left[-t \left(k_{+1}^{(2)} [(R)_1^0] + k_{-1}^{(2)} \right) \right] \right); \\ [(R)_2] = \frac{[(R)_1^0] [S_{(R)_1}^{(0)}]}{[(R)_1^0] + Kd^{(2)}} \times \\ \times \left(1 - \exp \left[-t \left(k_{+1}^{(2)} [(R)_1^0] + k_{-1}^{(2)} \right) \right] \right).$$

В случае, если объемы исходных данных и базы знаний соизмеримы на обоих этапах, то математическая модель схемы

записывается следующим образом:

$$\frac{d[(R)_1]}{dt} = k_{+1}^{(1)} [D][S_D] - k_{-1}^{(1)} [(R)_1] = k_{+1}^{(1)} [D^{(0)}][S_D^{(0)}] - \\ - \left(k_{+1}^{(1)} [S_D^{(0)}] + k_{+1}^{(1)} [D^{(0)}] + k_{-1}^{(1)} \right) [(R)_1] + k_{+1}^{(1)} [(R)_1]^2; \\ \frac{d[(R)_2]}{dt} = k_{+1}^{(2)} [(R)_1][S_{(R)_1}] - k_{-1}^{(2)} [(R)_2] = k_{+1}^{(2)} [(R)_1^0][S_{(R)_1}^{(0)}] - \\ - \left(k_{+1}^{(2)} [S_{(R)_1}^{(0)}] + k_{+1}^{(2)} [(R)_1^0] + k_{-1}^{(2)} \right) [(R)_2] + k_{+1}^{(2)} [(R)_2]^2.$$

Уравнения являются нелинейными дифференциальными уравнениями, относящимся к классу уравнений Риккати. В общем случае такие уравнения не могут быть решены, если только неизвестно частное решение подобного уравнения. Однако данные уравнения могут

быть решены благодаря их особой форме (в правой части этого уравнения стоят квадратные двучлены).

Решение первого уравнения.

Корни квадратного двучлена могут быть найдены по формулам:

$$\begin{aligned}
 2\alpha_1^{(1)} &= \left[S_L^{(0)} \right] + \left[D^{(0)} \right] + Kd^{(1)} - \\
 &\quad - \sqrt{\left(\left[D^{(0)} \right] - \left[S_D^{(0)} \right] + Kd^{(1)} \right)^2 + 4Kd^{(1)} \left[S_D^{(0)} \right]}; \\
 2\alpha_2^{(1)} &= \left[S_D^{(0)} \right] + \left[D^{(0)} \right] + Kd^{(1)} + \\
 &\quad + \sqrt{\left(\left[D^{(0)} \right] - \left[S_D^{(0)} \right] + Kd^{(1)} \right)^2 + 4Kd^{(1)} \left[S_D^{(0)} \right]}.
 \end{aligned}$$

Тогда

$$\frac{d[(R)_1]}{dt} = k_{+1}^{(1)} \left([(R)_1] - \alpha_1^{(1)} \right) \left([(R)_1] - \alpha_2^{(1)} \right).$$

С учетом начальных условий ($t = 0 \rightarrow [(R)_1] = 0$) можно получить решение методом неопределенных коэффициентов:

$$\begin{aligned}
 \frac{d[(R)_1]}{\left([(R)_1] - \alpha_1^{(1)} \right) \left([(R)_1] - \alpha_2^{(1)} \right)} &= k_{+1}^{(1)} dt; \\
 \int \frac{d[(R)_1]}{\left([(R)_1] - \alpha_1^{(1)} \right) \left([(R)_1] - \alpha_2^{(1)} \right)} &= \\
 = \int \frac{m}{[(R)_1] - \alpha_1^{(1)}} d[(R)_1] + \int \frac{n}{[(R)_1] - \alpha_2^{(1)}} d[(R)_1]; \\
 m \left([(R)_1] - \alpha_2^{(1)} \right) + n \left([(R)_1] - \alpha_1^{(1)} \right) &= 1; \\
 m + n &= 0; \\
 -m\alpha_2^{(1)} - n\alpha_1^{(1)} &= 1; \\
 m = \frac{1}{\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)}}, \quad n = \frac{1}{\alpha_2^{(1)} - \alpha_1^{(1)}}; \\
 \frac{1}{\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)}} \int \frac{d \left([(R)_1] - \alpha_1^{(1)} \right)}{[(R)_1] - \alpha_1^{(1)}} + \\
 + \frac{1}{\alpha_2^{(1)} - \alpha_1^{(1)}} \int \frac{d \left([(R)_1] - \alpha_2^{(1)} \right)}{[(R)_1] - \alpha_2^{(1)}} &= \\
 = \frac{1}{\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)}} \left(\ln \left([(R)_1] - \alpha_1^{(1)} \right) - \ln \left([(R)_1] - \alpha_2^{(1)} \right) \right) &= \\
 = \frac{1}{\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)}} \ln \frac{[(R)_1] - \alpha_1^{(1)}}{[(R)_1] - \alpha_2^{(1)}};
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)}} \ln \frac{[(R)_1] - \alpha_1^{(1)}}{[(R)_1] - \alpha_2^{(1)}} = k_{+1}^{(1)} t + C,$$

$$C = \frac{1}{\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)}} \ln \frac{\alpha_1^{(1)}}{\alpha_2^{(1)}};$$

$$\ln \frac{\left([(R)_1] - \alpha_1^{(1)} \right) \alpha_2^{(1)}}{\left([(R)_1] - \alpha_2^{(1)} \right) \alpha_1^{(1)}} = k_{+1}^{(1)} t \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right);$$

$$\frac{\left([(R)_1] - \alpha_1^{(1)} \right) \alpha_2^{(1)}}{\left([(R)_1] - \alpha_2^{(1)} \right) \alpha_1^{(1)}} = \exp \left(k_{+1}^{(1)} t \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right) \right);$$

$$\begin{aligned}
 [(R)_1] \alpha_2^{(1)} - [(R)_1] \alpha_1^{(1)} \exp \left(k_{+1}^{(1)} t \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right) \right) &= \\
 = \alpha_1^{(1)} \alpha_2^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \alpha_1^{(1)} \exp \left(k_{+1}^{(1)} t \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right) \right);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [(R)_1] &= \frac{\alpha_1^{(1)} \alpha_2^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \alpha_1^{(1)} \exp \left(k_{+1}^{(1)} t \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right) \right)}{\alpha_2^{(1)} - \alpha_1^{(1)} \exp \left(k_{+1}^{(1)} t \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right) \right)} = \\
 &= \frac{\alpha_1^{(1)} \alpha_2^{(1)} \left(1 - \exp \left(k_{+1}^{(1)} t \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right) \right) \right)}{\alpha_2^{(1)} - \alpha_1^{(1)} \exp \left(k_{+1}^{(1)} t \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right) \right)}.
 \end{aligned}$$

Решение второго уравнения:

$$\begin{aligned}
 2\alpha_1^{(2)} &= \left[S_{(R)_1}^{(0)} \right] + \left[(R)_1^0 \right] + Kd^{(2)} - \\
 &\quad - \sqrt{\left(\left[(R)_1^0 \right] - \left[S_{(R)_1}^{(0)} \right] + Kd^{(2)} \right)^2 + 4Kd^{(2)} \left[S_{(R)_1}^{(0)} \right]}; \\
 2\alpha_2^{(2)} &= \left[S_{(R)_1}^{(0)} \right] + \left[(R)_1^0 \right] + Kd^{(2)} + \\
 &\quad + \sqrt{\left(\left[(R)_1^0 \right] - \left[S_{(R)_1}^{(0)} \right] + Kd^{(2)} \right)^2 + 4Kd^{(2)} \left[S_{(R)_1}^{(0)} \right]}.
 \end{aligned}$$

Тогда

$$\frac{d[(R)_2]}{dt} = k_{+1}^{(2)} \left([(R)_2] - \alpha_1^{(2)} \right) \left([(R)_2] - \alpha_2^{(2)} \right).$$

С учетом начальных условий ($t = 0 \rightarrow [(R)_2] = 0$) можно получить решение методом неопределенных коэффициентов:

$$\frac{d[(R)_2]}{\left([(R)_2] - \alpha_1^{(2)} \right) \left([(R)_2] - \alpha_2^{(2)} \right)} = k_{+1}^{(2)} dt;$$

$$\begin{aligned}
& \int \frac{d[(R)_2]}{([(R)_2] - \alpha_1^{(2)})([(R)_2] - \alpha_2^{(2)})} = \\
& = \int \frac{m}{[(R)_2] - \alpha_1^{(2)}} d[(R)_2] + \int \frac{n}{[(R)_2] - \alpha_2^{(2)}} d[(R)_2]; \\
& m([(R)_2] - \alpha_2^{(2)}) + n([(R)_2] - \alpha_1^{(2)}) = 1; \\
& m + n = 0; \\
& -m\alpha_2^{(2)} - n\alpha_1^{(2)} = 1; \\
& m = \frac{1}{\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}}, \quad n = \frac{1}{\alpha_2^{(2)} - \alpha_1^{(2)}}; \\
& \frac{1}{\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}} \int \frac{d([(R)_2] - \alpha_1^{(2)})}{[(R)_2] - \alpha_1^{(2)}} + \\
& + \frac{1}{\alpha_2^{(2)} - \alpha_1^{(2)}} \int \frac{d([(R)_2] - \alpha_2^{(2)})}{[(R)_2] - \alpha_2^{(2)}} = \\
& = \frac{1}{\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}} \left(\ln([(R)_2] - \alpha_1^{(2)}) - \ln([(R)_2] - \alpha_2^{(2)}) \right) = \\
& = \frac{1}{\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}} \ln \frac{[(R)_2] - \alpha_1^{(2)}}{[(R)_2] - \alpha_2^{(2)}}; \\
& \frac{1}{\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}} \ln \frac{[(R)_2] - \alpha_1^{(2)}}{[(R)_2] - \alpha_2^{(2)}} = k_{+1}^{(2)} t + C, \\
& C = \frac{1}{\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}} \ln \frac{\alpha_1^{(2)}}{\alpha_2^{(2)}}; \\
& \ln \frac{([(R)_2] - \alpha_1^{(2)}) \alpha_2^{(2)}}{([(R)_2] - \alpha_2^{(2)}) \alpha_1^{(2)}} = k_{+1}^{(2)} t (\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}); \\
& \frac{([(R)_2] - \alpha_1^{(2)}) \alpha_2^{(2)}}{([(R)_2] - \alpha_2^{(2)}) \alpha_1^{(2)}} = \exp \left(k_{+1}^{(2)} t (\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}) \right); \\
& [(R)_2] \alpha_2^{(2)} - [(R)_2] \alpha_1^{(2)} \exp \left(k_{+1}^{(2)} t (\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}) \right) = \\
& = \alpha_1^{(2)} \alpha_2^{(2)} - \alpha_2^{(2)} \alpha_1^{(2)} \exp \left(k_{+1}^{(2)} t (\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}) \right);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[(R)_2] &= \frac{\alpha_1^{(2)} \alpha_2^{(2)} - \alpha_2^{(2)} \alpha_1^{(2)} \exp \left(k_{+1}^{(2)} t (\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}) \right)}{\alpha_2^{(2)} - \alpha_1^{(2)} \exp \left(k_{+1}^{(2)} t (\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}) \right)} = \\
&= \frac{\alpha_1^{(2)} \alpha_2^{(2)} \left(1 - \exp \left(k_{+1}^{(2)} t (\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}) \right) \right)}{\alpha_2^{(2)} - \alpha_1^{(2)} \exp \left(k_{+1}^{(2)} t (\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}) \right)}.
\end{aligned}$$

В случае, если объем исходных данных много меньше объема знаний на первом этапе, а объем результатов первого этапа много меньше объема знаний второго этапа, то для схемы

$$D + S_D \xrightleftharpoons[k_{-1}^{(1)}]{k_{+1}^{(1)}} (R)_1, \quad (R)_1 + S_{(R)_1} \xrightleftharpoons[k_{-1}^{(2)}]{k_{+1}^{(2)}} (R)_2,$$

объем знаний первого и второго этапов можно считать постоянным по отношению к объему исходных данных и результатов первого этапа. Тогда математическая модель для данной системы записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{d[(R)_1]}{dt} &= k_{+1}^{(1)} [D][S_D] - k_{-1}^{(1)} [(R)_1] = \\
&= k_{+1}^{(1)} ([D_0] - [(R)_1]) [S_D^{(0)}] - k_{-1}^{(1)} [(R)_1]; \\
\frac{d[(R)_2]}{dt} &= k_{+1}^{(2)} [(R)_1][S_{(R)_1}] - k_{-1}^{(2)} [(R)_2] = \\
&= k_{+1}^{(2)} \left([(R)_1^0] - [(R)_2] \right) [S_{(R)_1}^{(0)}] - k_{-1}^{(2)} [(R)_2].
\end{aligned}$$

Решения находятся методом вариации постоянной:

$$\begin{aligned}
[(R)_1] &= \frac{[S_D^{(0)}][D_0]}{[S_D^{(0)}] + Kd^{(1)}} \times \\
&\times \left(1 - \exp \left[-t \left(k_{+1}^{(1)} [S_D] + k_{-1}^{(1)} \right) \right] \right); \\
[(R)_2] &= \frac{[S_{(R)_1}^{(0)}][(R)_1^0]}{[S_{(R)_1}^{(0)}] + Kd^{(2)}} \times \\
&\times \left(1 - \exp \left[-t \left(k_{+1}^{(2)} [S_D] + k_{-1}^{(2)} \right) \right] \right).
\end{aligned}$$

Примеры расчета изменения объема решений приведены на рисунке 3.

Рис. 3. Примеры формирования объема решений

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для успешной разработки и применения инновационных технологий совершенствования СППР необходимо учитывать психологические составляющие процесса принятия решений [11, 12].

Принятие решений – волевой акт формирования последовательности действий, ведущих к достижению цели на основе преобразования исходной информации в ситуации неопределенности. Основные этапы процесса принятия решений включают информационную подготовку решений и собственно процедуру принятия решений – формирование и сопоставление вариантов, выбор и построение программы действий.

Принятие решений, с одной стороны, может выступать как особая форма мыслительной деятельности (например, управленческое решение), с другой – как один из этапов мыслительного действия при решении любых задач. Процесс принятия решений обеспечивается деятельностью интеллекта, который складывается в основном из совместной работы памяти, внимания и мышления.

Мышление в понимании психологов – это процесс познавательной деятельности человека, обеспечиваю-

щий организацию и переработку информации; это анализ, синтез, а также обобщение условий и требований решаемой задачи и способов ее решения. Только с помощью развитого мышления человек получает возможность преодолевать пространственную ограниченность восприятия.

Психологи продолжают заниматься изучением поведения человека при выборе различного рода решений. К настоящему времени сформулирован и изучен целый ряд психологических эффектов, которые человек должен учитывать для осуществления действительно лучшего выбора.

Построение аналитических моделей принятия решений на основе математического аппарата, используемого в различных областях науки и техники, является одним из многочисленных направлений исследования интеллектуальной деятельности должностных лиц органов управления. Положительные результаты этой работы позволят повысить уровень автоматизации СППР и обеспечить более эффективное управление сложными системами различного назначения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вилкас Э.Й., Майминас Е.З. Решения: теория, информация, моделирование. М. : Радио и связь, 1981. 328 с.
2. Блюмин С.Л., Шуйкова И.А. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности. Липецк : ЛЭГИ, 2001. 138 с.
3. Пономарев Я.А. Психология творчества. М. : Наука, 1976. 296 с.
4. Шамис А.Л. Пути моделирования мышления. М. : Комкнига, 2006. 333 с.
5. Бушуев А.Б. Математическое моделирование процессов технического творчества. СПб. : СПбГУ ИТМО, 2010. 181 с.
6. Арнольд В.И. Теория катастроф. М. : Наука, 1990. 128 с.
7. Иванов А.К. Моделирование информационных процессов. Ульяновск : УлГТУ, 2020. 246 с.
8. Варфоломеев С.Д., Гуревич К.Г. Биокинетика: Практический курс. М. : ФАИР-ПРЕСС, 1999. 720 с.
9. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. М. : «Высшая школа», 1967. 564 с.
10. Пономарев К.К. Составление дифференциальных уравнений. Минск : «ВЫШЭЙШАЯ ШКОЛА», 1973. 560 с.
11. Александров Е.А. Основы теории эвристических решений. Подход к изучению естественного и построению искусственного интеллекта. М. : Советское радио, 1975. 256 с.
12. Вертгеймер М. Продуктивное мышление. М. : Прогресс, 1987. 336 с.
2. Bliumin S.L., Shuikova I.A. *Modeli i metody priniatiia reshenii v usloviakh neopredelennosti* [Models and Techniques of Decision Making under Uncertainty]. Lipetsk, LEGI Publ., 2001. 138 p.
3. Ponomarev Ia.A. *Psikhologiya tvorchestva* [Creativity Psychology]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 296 p.
4. Shamis A.L. *Puti modelirovaniia myshleniia* [Thinking Simulation Techniques]. Moscow, Komkniga Publ., 2006. 333 p.
5. Bushuev A.B. *Matematicheskoe modelirovanie protsessov tekhnicheskogo tvorchestva* [Mathematical Modeling of Technical Creativity Processes]. St. Petersburg, SPbGU ITMO Publ., 2010. 181 p.
6. Arnold V.I. *Teoriia katastrof* [Theory of Catastrophes]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 128 p.
7. Ivanov A.K. *Modelirovanie informatsionnykh protsessov* [Modeling of Information Processes]. Ulyanovsk, UISTU Publ., 2020. 246 p.
8. Varfolomeev S.D., Gurevich K.G. *Biokinetika: Prakticheskii kurs* [Bioengineering. Practical Course]. Moscow, FAIR-PRESS, 1999. 720 p.
9. Matveev N.M. *Metody integrirvaniia obyknovennykh differentsialnykh uravnenii* [Integration Techniques for Ordinary Differential Equations]. Moscow, Vysshaia Shkola Publ., 1967. 564 p.
10. Ponomarev K.K. *Sostavlenie differentsialnykh uravnenii* [Generation of Differential Equations]. Minsk, Vysheishaia Shkola Publ., 1973. 560 p.
11. Aleksandrov E.A. *Osnovy teorii evristicheskikh reshenii. Podkhod k izucheniiu estestvennogo i postroeniiu iskusstvennogo intellekta* [Fundamentals of Heuristic Decision Theory. An Approach to Researching of Natural Intelligence and Creating of Artificial Intelligence]. Moscow, Sovetskoe Radio Publ., 1975. 256 p.
12. Vertgeimer M. *Produktivnoe myshlenie* [Productive Thinking]. Moscow, Progress Publ., 1987. 336 p.

REFERENCES

1. Vilkas E.Y., Mayminas E.Z. *Resheniia. Teoriia, informatsiia, modelirovanie* [Decisions. Theory, Information, Modeling]. Moscow, Radio i Sviaz Publ., 1981. 328 p.