УДК 519.248:629.7.017

А.В. Вертемягин, В.Г. Литвин, Ю.В. Литвин

ОЦЕНКА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ОБЪЕКТОВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ И СЕТЕЙ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УРОВНЯХ ИХ ЖИВУЧЕСТИ

Вертемягин Андрей Валерьевич, окончил Киевское высшее военное инженерное училище связи. Начальник отдела АО «Ордена Трудового Красного Знамени научно-исследовательский институт автоматической аппаратуры им. академика В.С. Семенихина» (АО «НИИАА»), г. Москва. Имеет статьи в области оценки эффективности вычислительных систем. [e-mail: a.vertemyagin@yandex.ru].

Литвин Василий Григорьевич, доктор технических наук, профессор, окончил Таганрогский радио-технический институт и аспирантуру Института проблем управления РАН. Главный специалист АО «НИИАА». Имеет монографии и статьи в области моделирования информационно-вычислительных систем и сетей. [e-mail: litvg@mail.ru].

Литвин Юрий Васильевич, кандидат экономических наук, окончил Московский инженерно-физический институт. Директор центра ООО «Научно-исследовательский институт экономики и организации управления в газовой промышленности» (ООО «НИИгазэкономика», ОАО «Газпром»), г. Москва. Имеет монографии и статьи в области управления и исследовании операций. [e-mail: litvinj@simplecs.ru].

Аннотация

В статье рассматривается подход к расчету производительности объектов, подверженных неблагоприятным воздействиям (НВ), базирующийся на марковских моделях теории массового обслуживания, работающих в случайной среде. Исследуется три типа моделей систем массового обслуживания (СМО) с неограниченной и ограниченной очередью, отличающихся друг от друга режимами обработки сообщений, выполняемыми в процессе восстановления после НВ: 1) поступающие сообщения продолжают выполняться с другой производительностью по сравнению с обычным режимом; 2) в процессе восстановления поступающие сообщения накапливаются, а обработка блокируется; 3) в процессе восстановления поступление сообщений не производится и обработка уже находящихся в очереди сообщений не ведется. Режимы работы объектов изменяются в результате случайных воздействий внешнего окружения (кибератак, воздействий внешней среды или отказов объекта). Модели рассматриваются при простейших предположениях о распределениях входных потоков поступающих на объект сообщений, времени их обслуживания, распределении времени возникновения НВ и времени восстановления объекта после этого (пуассоновские потоки и экспоненциальное время рассматриваемых интервалов времени). Разработанные модели позволяют оценивать принимаемые с точки зрения производительности проектные решения по организации обслуживания сообщений при заданной живучести в стационарных предположениях. На численных примерах проиллюстрировано использование моделей для оценок показателей производительности и некоторых показателей живучести исследуемых объектов.

Ключевые слова: производительность, живучесть, системы массового обслуживания, переменный режим работы, марковские модели.

doi: 10.35752/1991-2927-2021-2-64-77-85

PERFORMANCE EVALUATION OF COMPUTING SYSTEM AND NETWORK OBJECTS AT DIFFERENT LEVELS OF SURVIVABILITY

Andrei Valerievich Vertemiagin, graduated from the Kiev Higher Military Engineering School of Communications; Head of a department of JSC 'Order of the Red Banner of Labor V.S. Semikhin Scientific Research Institute of Automatic Equipment' (JSC 'NIIAA') in Moscow; an author of articles in the field of computing systems efficiency. e-mail: a.vertemyagin@yandex.ru.

Vasilii Grigorevich Litvin, Doctor of Sciences in Engineering, Professor; graduated from the Taganrog Radio Engineering Institute and postgraduate studies at the Institute of Control Sciences of the Russian Academy

of Sciences; Chief Specialist at JSC 'Order of the Red Banner of Labor V.S. Semenikhin Scientific Research Institute of Automatic Equipment' (JSC 'NIIAA') in Moscow; an author of monographs and articles in the field of modeling information and computing systems and networks. e-mail: litvg@mail.ru.

Iurii Vasilevich Litvin, Candidate of Sciences in Economics, graduated from the Moscow Engineering Physics Institute; Director of the LLC 'Research Institute of Economics and Management Organization in the Gas Industry Center' (LLC 'NIlgazekonomika', OJSC 'Gazprom') in Moscow; an author of monographs and articles in the field of management and operations research. e-mail: litvinj@simplecs.ru.

Abstract

The article discusses an approach to calculating the performance of objects exposed to adverse effects (AE), based on Markov models of queuing theory operating in a random environment. Three types of models of service queuing systems with an unlimited and a limited queue are investigated differing from each other in the message processing modes performed in the recovery process after AE: (1) incoming messages continue to be executed with a different performance compared to the normal mode; (2) in the process of recovery, incoming messages are accumulated, and processing is blocked; (3) in the process of restoration, no messages are received and no processing of messages already in the queue is carried out.

The modes of operation of objects change as a result of random influences of the external environment (cyberattacks, influences of the external environment or object failures). The models are considered under the simplest assumptions about the distributions of the input flows of messages arriving at the object, their service time, the distributions of the time of occurrence of the AE and the recovery time of the object after that (Poisson flows and exponential time of the considered time intervals). The developed models make it possible to evaluate the design decisions taken from the performance point of view on the organization of message service for a given survivability under stationary assumptions. Numerical examples illustrate the use of models for assessing performance indicators and some indicators of survivability of the objects under study.

Keywords: performance, survivability, queuing systems, variable operation, Markov models.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время можно наблюдать две особенности в области информатизации общества. Во-первых, люди и организации становятся критически зависимыми от работы вычислительных систем и сетей передачи данных, а во-вторых, увеличивается уязвимость этих информационных структур из-за их сложности, ненадежности и внешних неблагоприятных воздействий (НВ). В связи с этим растет потребность в создании модельного инструментария поддержки принимаемых решений при проектировании и эксплуатации вычислительных систем и сетей, подверженных НВ [1]. Особую практическую значимость при этом играют точные и приближенные аналитические методы и модели, позволяющие быстро получать предварительные примерные оценки показателей производительности объектов вычислительных систем и сетей при НВ, которые сложно найти, оставаясь в рамках интуитивных представлений. В качестве часто используемых усредненных показателей производительности применяют пропускные способности и простои объектов, времена задержек сообщений в объекте, величины очереди сообщений, количество отказов в выполнении поступающих сообщений и др. Достаточно полная информация о точных и приближенных методах оценки производительности объектов вычислительных систем и сетей приведены в [2, 3]. Вопросам изучения влияния искусственных и природных факторов на производительность вычислительных систем и сетей, а также разработке механизмов обеспечения их живучести, устойчивости и надежности

уделяется исключительно большое внимание как в теоретическом, так и в практическом аспектах [4–7].

Существуют различные определения живучести для компьютерных и других видов систем. Согласно [5], живучесть может быть определена как способность системы выполнять стоящие перед ней задачи передачи и обработки информации путем минимизации влияния возмущений на полезность ее использования после НВ. Живучесть систем и объектов часто достигается путем обеспечения требуемого баланса между несколькими качественными и количественными показателями их работы [6–8]. В ряде случаев необходим анализ функционирования компонентов систем и сетей при снижении интересующих показателей по мере выхода из строя отдельных элементов или других нарушениях вычислительного процесса [2]. Процесс обнаружения возникших проблем и восстановления объекта можно разделить на следующие фрагменты [5]: 1) обнаружение НВ и определение его последствий; 2) восстановление объекта; 3) настройка объекта или сети на нормальный режим работы. На рисунках 1 и 2 в графическом виде показаны эти периоды с отражением возможных изменений уровня работоспособности объекта после проведения восстановительных мероприятий. Так, на рисунке 1 показан случай, когда в момент обнаружения НВ объект полностью прекращает свою работу, а на рисунке 2 – случай, когда объект частично теряет производительность, т. е. в процессе восстановления объект продолжает функционировать, но с меньшей интенсивностью [5].

Существенную поддержку в оценках принимаемых проектных решений по организации процессов

Рис. 1. Процесс прекращения работы объекта в процессе его восстановления

на объектах, подверженных НВ, оказывают модели различных видов. Большинство работ на эту тему посвящено развитию теории марковских и полумарковских дискретных и непрерывных случайных процессов в той или иной степени касающихся систем со случайным изменением режимов работы и укрупнения [9, 11]. Так в работе [9] сформированы теоретические основы асимптотического поведения диффузионных случайных процессов, нашедших применение при описании систем массового обслуживания (СМО) в случайной среде. В статье [10] осуществлена кусочно-линейная аппроксимация процессов многоканальной СМО, работающей в случайной среде, в основу которой положены методы диффузионных процессов. В работе [11] исследованы полумарковские модели систем с учетом отказов отдельных элементов. Большое число интересных результатов получено для систем автоматизированного управления с изменяющейся случайным образом структурой и режимами работы. В частности, в монографиях [12, 13] приведены результаты по оптимизации динамики функционирования мультиструктурных систем. При этом считалось, что структуры одного и того же объекта носят детерминированный характер и описываются различными дифференциальными уравнениями, а переходы между ними осуществляются в случайные моменты времени. Достаточно емкий материал по вероятностным методам анализа объектов с возможными вероятностными изменениями представлен в монографии [14]. Причем рассматривались случаи, когда изменения режимов работы зависят не только от текущего момента и состояния, но и от последней смены режима. В монографии приведена обширная библиография по указанной тематике на момент ее издания.

Наряду с перечисленными результатами исследований систем и сетей, подвергаемых НВ, существует потребность в развитии более простых инженерных методов приближенной оценки характеристик производительности таких систем. В работах [2, 15–17] рассматриваются марковские модели объектов подобного рода с изменяющимися случайным образом режимами работы.

Рис. 2. Процесс снижения производительности объекта до момента его восстановления

В данной статье решается задача разработки аналитических моделей, позволяющих оценить влияние на производительность компонентов вычислительной системы или сети, параметры которых меняются в зависимости от НВ. При этом на эти компоненты может влиять случайная среда, под которой понимаются активные воздействия заинтересованных в ухудшении работы вычислительных систем или сетей сторон или отказы.

МАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ РАБОТЫ ОБЪЕКТА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ИЛИ СЕТИ ПРИ НВ

Рассмотрим объект, подверженный воздействиям окружающей среды, в который поступает случайный поток сообщений, требующий обработки (рис. 3).

Примем, что НВ на объект возникают через независимые случайные экспоненциально распределенные интервалы времени с параметром η_1 . Время восстановления объекта после НВ является независимой экспоненциальной случайной величиной с параметром η_2 . Далее будем рассматривать случай, когда объект может работать в двух режимах: режим 1, если его характеристики не испытывают влияния среды, и режим 2 – в противном случае. При возникновении НВ объект переходит во второй режим, в котором он находится случайное время, определяемое временем восстановления.

Рис. 3. Модель объекта с НВ

Считаем, что НВ, возникающие в процессе восстановления объекта, в модели не учитываются.

Рассмотрим несколько упрощенных моделей работы объекта при неблагоприятных воздействиях на него, позволяющих получать аналитические оценки вероятностных показателей производительности, усредненных значений задержек обработки сообщений и величин нагрузок. В качестве моделей использованы СМО, работающие в случайной марковской среде [16, 17].

Вероятности нахождения модели СМО в том или ином режиме определяются следующим образом:

$$p_1 = \sum_{k=0}^{\infty} p_{1k} = \frac{\eta_2}{(\eta_1 + \eta_2)} \text{ и}$$

$$p_2 = \sum_{k=0}^{\infty} p_{2k} = \frac{\eta_1}{(\eta_1 + \eta_2)};$$

$$p_1 + p_2 = 1,$$

где p_1 – вероятность работы объекта в режиме 1, а p_2 – в режиме 2.

Приведем несколько вариантов концептуального описания первой группы моделей, характеризующих работу объекта в различных режимах в стационарных предположениях. Группа моделей определяется отсутствием или наличием ограничений на величину очереди.

Модель 1.1. Представим объект в виде модели СМО с неограниченной очередью, работающей в двух режимах: 1) нормальный режим работы; 2) замедленная обработка сообщений параллельно с восстановлением после НВ. Модель строится в простейших предположениях относительно входного потока сообщений, потока НВ, времени обработки сообщений и восстановления (пуассоновские потоки, экспоненциальное время обслуживания и восстановления). В модели приняты следующие обозначения:

- 1) входной поток сообщений является пуассоновским с параметрами: λ_1 – режим 1, λ_2 – режим 2;
- 2) время обработки каждого сообщения имеет экспоненциальное распределение с параметрами: μ_1 – режим 1, μ_2 – режим 2;
- 3) характеристики внешней среды модели были приведены выше.

Обозначим через (s, k) состояние СМО, где k – число сообщений, находящихся в модели в данный момент (в очереди и на обработке), s – указывает на режим работы объекта (объект находится в обычном рабочем состоянии или восстанавливается, теряя при этом часть производительности). На состояниях $\{(s, k), s = \overline{1, 2}, k = \overline{1, \infty}\}$ определен процесс $X(t)$, который описывает функционирование рассматриваемой СМО в случайной среде. Стационарные вероятности состояний процесса $X(t)$ обозначим через p_{sk} . Граф состояний процесса $X(t)$ будет иметь вид, представленный на рисунке 4.

Уравнения равновесия для процесса $X(t)$ будут следующими:

Рис. 4. Граф состояний процесса $X(t)$ модели 2.1

$$\begin{aligned} p_{10}(\lambda_1 + \eta_1) &= p_{11}\mu_1 + p_{20}\eta_2, \\ p_{20}(\lambda_2 + \eta_2) &= p_{21}\mu_2 + p_{10}\eta_1, \\ p_{1k}(\lambda_1 + \eta_1 + \mu_1) &= p_{1k-1}\lambda_1 + p_{1k+1}\mu_1 + p_{2k}\eta_2, \\ p_{2k}(\lambda_2 + \eta_2 + \mu_2) &= p_{2k-1}\lambda_2 + p_{2k+1}\mu_2 + p_{1k}\eta_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где $k = \overline{1, \infty}$.

Для вероятностей p_{sk} выполняется условие нормировки:

$$\sum_{s=1}^2 \sum_{k=0}^{\infty} p_{sk} = 1.$$

Модель 1.2. Следующая модель является частным случаем модели 1.1, в которой для упрощения принято, что интенсивность поступления сообщений одинакова в обоих режимах работы объекта ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$), а обработка поступивших сообщений в процессе восстановления объекта не происходит ($\mu_1 = \mu, \mu_2 = 0$).

Уравнения для стационарных вероятностей состояний p_{sk} для модели 1.2 подобны (1) и определяются из (1) при $\mu_2 = 0$.

$$\begin{aligned} p_{10}(\lambda + \eta_1) &= p_{11}\mu + p_{20}\eta_2, \\ p_{20}(\lambda + \eta_2) &= p_{10}\eta_1, \\ p_{1k}(\lambda + \eta_1 + \mu) &= p_{1k-1}\lambda + p_{2k}\eta_2 + p_{1k+1}\mu, \\ &(\forall k > 0), \\ p_{2k}(\lambda + \eta_2) &= p_{2k-1}\lambda + p_{1k}\eta_1, (\forall k > 0), \\ \sum_{s=1}^2 \sum_{k=0}^{\infty} p_{sk} &= 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Модель 1.3. Рассматривается модель объекта в виде СМО с неограниченной очередью, но поступающие сообщения в процессе восстановления объекта теряются.

Уравнения для данной модели для первого режима совпадают с (1). Для состояний второго режима уравнения баланса будут иметь следующий вид:

$$p_{2k}\eta_2 = p_{1k}\eta_1, k = \overline{1, \infty}. \quad (3)$$

Применение рассмотренных моделей состоит в определении стационарных вероятностей состояний СМО, работающих в случайной среде, через которые оцениваются основные характеристики производительности и уровень живучести объекта.

Существенно усложняется расчет для рассматриваемых моделей СМО с ограниченной очередью. Опишем кратко приведенные выше варианты этих моделей с

учетом указанной особенности (вторая группа моделей).

Модели 2.1–2.3. Рассматриваются модели, аналогичные моделям 1.1–1.3, но очередь ограничена величиной K сообщений. Сообщения, поступающие при заполненной очереди, теряются. Процесс $X(t)$ определен на множестве состояний $\{(s, k), s = \overline{1, 2}, k = \overline{1, K}\}$. Уравнения равновесия для процесса $X(t)$ для всех состояний, кроме граничных (s, K) будут совпадать с (1) и (2). Выпишем уравнения для указанных граничных состояний

$$\begin{aligned} p_{1K}(\eta_1 + \mu_1) &= p_{1K-1}\lambda_1 + p_{2K}\eta_2, \\ p_{1K}(\eta_2 + \mu_2) &= p_{2K-1}\lambda_2 + p_{1K}\eta_1. \end{aligned} \quad (4)$$

По найденным вероятностям состояний могут быть определены различные показатели работы объекта в стационарных условиях как по отдельным режимам, так и в целом по системе. Живучесть объекта будем оценивать по следующему показателю:

$$v_i = \frac{A_i}{A} \times 100\%,$$

где A – производительность объекта при отсутствии НВ;

A_i – производительность объекта при НВ и восстановлении: A_1 – модели 1.1 и 1.2; A_2 – модели 1.2 и 2.2; A_3 – модели 1.3 и 2.3.

При $t \rightarrow \infty$

$$v_1 = p_1 + \frac{\mu_2}{\mu_1} p_2; \quad v_2 = v_3 = p_1. \quad (5)$$

Существует большое число других подобных показателей живучести [5, 7, 8].

Приведенные модели легко могут быть обобщены на объекты с многими режимами работы, применяя для расчета вероятностей состояний соответствующих графов матричные методы, детально проработанные в [18]. Другим направлением возможного обобщения рассмотренных моделей является подход диффузионной аппроксимации процессов СМО, работающих в случайной среде [10]. Мы ограничимся рассмотрением более простых структур моделей.

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ СМО В СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ РАБОТУ ОБЪЕКТА ПРИ НВ

Модель 1.1. Используя производящую функцию $P_s(z) = \sum_{k=0}^{\infty} z^k p_{sk}, |z| \leq 1, s = 1, 2$, получены компактные результаты, которые могут применяться при расчетах показателей производительности и оценках живучести объектов [16]. Но вначале введем некоторые обозначения, позволяющие представить условия стационарности процесса $X(t)$ и уменьшить громоздкость формул рассчитываемых показателей.

$$\hat{\lambda} = p_1 * \lambda_1 + p_1 * \lambda_2, \quad \hat{\mu} = p_1 * \mu_1 + p_1 * \mu_2.$$

Условие стационарности для процесса $X(t)$ будет следующим: $\hat{\mu} - \hat{\lambda} > 0$.

Из уравнений (1) для $\hat{\mu} - \hat{\lambda}$ легко получить следующее полезное соотношение:

$$\hat{\mu} - \hat{\lambda} = p_{10} * \mu_1 + p_{20} * \mu_2.$$

Выпишем выражения для производящих функций вероятностей состояний.

$$P_1(z) = \left[\eta_2 (\hat{\mu} - \hat{\lambda}) z + p_{10} (1 - z) (\lambda_2 z - \mu_2) \right] / y_1(z),$$

$$P_2(z) = \left[\eta_1 (\hat{\mu} - \hat{\lambda}) z + p_{20} (1 - z) (\lambda_1 z - \mu_1) \right] / y_1(z),$$

$$y_1(z) = \lambda_1 \lambda_2 z^3 -$$

$$- (\eta_1 \lambda_2 + \eta_2 \lambda_1 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1) z^2 +$$

$$+ (\eta_1 \mu_2 + \eta_2 \mu_1 + \mu_1 \mu_2 + \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1) z - \mu_1 \mu_2.$$

Конечные выражения для вероятностей p_{10} и p_{20} и имеют вид:

$$p_{10} = \left[\eta_2 (\hat{\mu} - \hat{\lambda}) z_0 \right] / \left[\mu_1 (1 - z_0) (\mu_2 - \lambda_2 z_0) \right],$$

$$p_{20} = \left[\eta_1 (\hat{\mu} - \hat{\lambda}) z_0 \right] / \left[\mu_2 (1 - z_0) (\mu_1 - \lambda_1 z_0) \right],$$

где z_0 – единственный корень, лежащий между 0 и 1 для уравнения для $y_1(z) = 0$.

Вероятность простоя объекта (δ) из-за отсутствия в нем сообщений и восстановления определяется через вероятности p_{10} и p_{20} .

$$\delta = p_{10} + p_{20}.$$

Занятость объекта обработкой сообщений определяется как $1 - \delta$.

Среднее число сообщений в СМО получено из производящей функции

$$\frac{d}{dz} P_s(z) \Big|_{z=1} = M_s, \quad s = 1, 2.$$

$$M = M_1 + M_2 = \frac{\hat{\lambda}}{(\hat{\mu} - \hat{\lambda})} + \left[\mu_1 (\mu_2 - \lambda_2) p_{10} + \right.$$

$$\left. + \mu_2 (\mu_1 - \lambda_1) p_{20} - (\mu_1 - \lambda_1) (\mu_2 - \lambda_2) \right] / \left[(\eta_1 + \eta_2) (\hat{\mu} - \hat{\lambda}) \right].$$

Среднее время задержки сообщения в СМО (на объекте) с учетом НВ определяется по формуле Литтла $T = M / \hat{\lambda}$.

Модель 1.2. Условия стационарности процесса в модели данного типа выполняются, если $p_1 * \mu \geq \lambda$.

Вероятности p_{10} и p_{20} имеют следующий вид:

$$p_{10} = \frac{p_1 \mu - \lambda}{\mu}, \quad p_{20} = p_{10} \frac{\eta_1}{(\eta_2 + \lambda)}.$$

Средняя очередь получается из (6) при $\mu_2 = 0$.

Модель 1.3. Условие стационарности и показатели данной модели СМО совпадают с результатами для классической системы М/М/1. Поэтому выписывать известные формулы для данной модели мы не будем.

Модели второй группы являются аналогами моделей 1.1 – 1.3, но очередь сообщений в таких моделях ограничена величиной K . В этом случае уравнения для состояний $\{(s, k), s = \overline{1, 2}, k = \overline{1, K-1}\}$ совпадают с (1) и (3). А для состояний $\{(s, k), s = \overline{1, 2}, k = K\}$ уравнения будут иметь вид (4).

Выпишем формулы расчета вероятностей состояний модели 2.1 через рекуррентные уравнения для коэффициентов. Из первых $2K$ уравнений методом последовательных исключений неизвестных выражаются все вероятности для $0 < k < K$ через p_{10} и p_{20} :

$$\begin{aligned} p_{1k} &= \frac{1}{\mu_1} (A_1^k p_{10} - B_1^k p_{20}), \\ p_{2k} &= \frac{1}{\mu_2} (A_2^k p_{20} - B_1^k p_{10}), \end{aligned} \quad (7)$$

где коэффициенты A_s^k и B_s^k , $s = 1, 2$, зависят от параметров $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2, \eta_1$ и η_2 .

Через введенные коэффициенты A_s^k и B_s^k и (7) определяются искомые вероятности состояний СМО:

$$\begin{aligned} p_{10} &= \frac{1}{c_K}, \quad p_{20} = \frac{a_K}{b_K c_K}, \\ p_{1k} &= \frac{A_1^k - \frac{a_K}{b_K} B_1^k}{\mu_1 c_K}, \quad p_{2k} = -\frac{B_2^k - \frac{a_K}{b_K} A_2^k}{\mu_2 c_K}, \\ a_K &= A_1^{K+1} - p_1 A_1^K, \quad b_K = B_1^{K+1} - p_1 B_1^K, \\ c_K &= \frac{1}{\mu_1} \sum_{k=0}^K \left(A_1^k - \frac{a_K}{b_K} B_1^k \right) - \frac{1}{\mu_2} \sum_{k=0}^K \left(B_2^k - \frac{a_K}{b_K} A_2^k \right), \\ p_1 &= \frac{\lambda_1}{\mu_1}, \quad A_1^0 = \mu_1, \quad B_1^0 = 0, \quad A_2^0 = \mu_2, \quad B_1^0 = 0. \end{aligned}$$

Коэффициенты A_s^k и B_s^k вычисляются по следующим рекуррентным формулам:

$$\begin{aligned} A_1^k &= \frac{\gamma_1}{\mu_1} A_1^{k-1} - \frac{\lambda_1}{\mu_1} A_1^{k-2} + \frac{\eta_2}{\mu_2} B_2^{k-1}, \\ B_1^k &= \frac{\gamma_1}{\mu_1} B_1^{k-1} - \frac{\lambda_1}{\mu_1} B_1^{k-2} + \frac{\eta_2}{\mu_2} A_2^{k-1}, \\ A_2^k &= \frac{\gamma_2}{\mu_2} A_2^{k-1} - \frac{\lambda_2}{\mu_2} A_2^{k-2} + \frac{\eta_1}{\mu_1} B_1^{k-1}, \end{aligned}$$

$$B_2^k = \frac{\gamma_2}{\mu_2} B_2^{k-1} - \frac{\lambda_2}{\mu_2} B_2^{k-2} + \frac{\eta_1}{\mu_1} A_1^{k-1},$$

$$k = \overline{1, K}; \quad \gamma_s = \lambda_s + \mu_s + \eta_s, \quad s = 1, 2.$$

Подобно приведенным для модели 1.1 соотношениям, выпишем аналогичные соотношения для модели 2.1

$$\hat{\mu} - \hat{\lambda} = p_{10} \mu_1 + p_{20} \mu_2 + p_{1K} \lambda_1 + p_{2K} \lambda_2.$$

По найденным стационарным значениям вероятностей состояний СМО с ограниченной очередью, работающей в случайной среде, могут быть оценены показатели производительности объекта при различных параметрах НВ, восстановления и обслуживания.

Относительная пропускная способность СМО может быть определена через введенные коэффициенты

$$\begin{aligned} q &= 1 - p_{1K} - p_{2K} = \\ &= \left(\mu_1 \mu_2 c_K b_K - \left(\mu_2 A_1^K - \mu_1 B_2^K \right) b_K - \right. \\ &\quad \left. - \left(\mu_1 A_2^K - \mu_2 B_1^K \right) a_K \right) / \mu_1 \mu_2 c_K b_K. \end{aligned}$$

Вероятность отказа в обслуживании определяется соотношением

$$p_{\text{отк}} = 1 - q.$$

Расчет показателей живучести производится по формулам (5).

Вместо производящей функции вероятностей состояний для систем с небольшим числом состояний можно использовать метод оценки моментов через моментную производящую функцию

$$M_{sX}(t) = \sum_{k=0}^K e^{t x_{sk}} p_{sk}, \quad s = 1, 2.$$

Откуда находим интересующие нас начальные моменты распределения вероятностей, через которые могут быть определены остальные показатели.

$$\alpha_{sl} = \frac{d^l}{dt^l} M_{sX}(t) \Big|_{t=0}, \quad l = 1, 2,$$

где α_{sl} – начальный момент порядка l .

Некоторые другие частные случаи рассматриваемых моделей объектов, работающих в случайной среде, приведены в [2, 14, 16].

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ И ЖИВУЧЕСТИ ОБЪЕКТА НА МОДЕЛЯХ ВТОРОЙ ГРУППЫ

Рассмотрим несколько вариантов расчета показателей производительности по описанным выше моделям для различных интенсивностей НВ. В таблице 1

Таблица 1
Исходные значения параметров (интенсивностей)

Среда		Параметры модели объекта			
η_1	η_2	λ_1	μ_1	λ_2	μ_2
0,05	0,1	9	10	9	2

Таблица 2

Показатели производительности объекта при различных интенсивностях НВ

№ п/п	НВ (η_1)	Среднее число сообщений в системе (М)	Среднее время ответа объекта (Т)	Абсолютная пропускная способность	Производительность	Процент простоя объекта	Доля потерянных сообщений
Модель 2.1							
1	0,05	4,82	0,54	6,31	0,7	10%	30%
2	0,1	5,59	0,62	5,27	0,59	7%	41%
3	0,15	6,02	0,67	4,66	0,52	5,6%	48%
4	0,2	6,33	0,7	4,24	0,47	4,4%	53%
Модель 2.2 ($\mu_2 = 0$)							
1	0,05	4,93	0,55	5,65	0,63	10%	37%
2	0,1	5,74	0,64	4,28	0,46	7%	52%
3	0,15	6,23	0,69	3,46	0,39	5,5%	62%
4	0,2	6,55	0,73	2,91	0,32	4,3%	68%
Модель 2.3 ($\lambda_2 = 0; \mu_2 = 0$)							
1	0,05	3,31	0,55	3,72	0,62	44%	27%
2	0,1	3,31	0,73	2,09	0,45	59%	26%
3	0,15	3,31	0,92	1,34	0,38	67%	25%
4	0,2	3,31	1,1	0,93	0,31	72%	23%

Таблица 3

Показатели производительности объекта при изменениях времени восстановления (модель 2.1, вариант 2)

№ пп	Интенсивность (η_2)	Среднее число сообщений в системе (М)	Среднее время ответа объекта (Т)	Абсолютная пропускная способность	Производительность	Процент простоя объекта	Доля потерянных сообщений
Модель 2.1							
1	0,5	5,67	0,63	4,54	0,5	7,3%	49,5%
2	1	5,71	0,63	4,79	0,53	7,3%	46,9%
3	2	5,63	0,62	5,03	0,56	7,3%	44%
4	2,5	5,51	0,61	5,51	0,61	7,4%	38,5%

приведены условные исходные данные, для которых велись расчеты показателей производительности (табл. 2 и 3) и живучести объекта (табл. 4).

Создание системы живучести объекта, при которой объект не прекращает своей работы при НВ, а только снижает производительность, показывает лучшие результаты (модель 2.1) по сравнению с двумя другими видами систем (модели 2.2 и 2.3). Результаты модели 2.3 существенно отличаются от моделей 2.1 и 2.2 из-за того, что входной поток сообщений значительно уменьшен ($\lambda_2 = 0$).

Следует отметить, что производительность (пропускная способность объекта) в моделях 2.2 и 2.3 снижается не только из-за ограниченности буфера и возникающих

в связи с этим потерь, но и из-за приостановки обработки сообщений в режиме 2.

В заключение приведем оценки живучести объекта, рассчитанного для моделей 2.1 – 2.3 при различных потоках НВ (табл. 4). Как видим, уровень живу-

Таблица 4

Живучесть объекта

Тип модели	Интенсивность НВ			
	0,05	1	1,5	2
Модель 2.1	0,75	0,59	0,52	0,47
Модель 2.2	0,63	0,48	0,38	0,32
Модель 2.3	0,41	0,23	0,15	0,1

чести объекта снижается при росте интенсивности потока НВ.

Наиболее низкие значения уровня живучести дает работа объекта по третьему сценарию. Таким образом, применение простейших моделей оценки живучести объекта, входящего в вычислительную или коммуникационную сеть, позволяет всесторонне изучить динамику его работы и оценить влияние на характеристики производительности при НВ и характеристики самого объекта, в частности, влияние кибератак, а также определить требования как к самому объекту, так и к его системе живучести.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существенную помощь в оценке производительности объектов, подверженных непредвиденным воздействиям, могут оказать математические модели массового обслуживания. Даже в простейших предположениях относительно параметров входных потоков сообщений, времени их обработки и НВ, а также затрат времени на работу самой системы живучести можно получить полезные инженерные оценки, которые сложно определить, оставаясь на интуитивном уровне. Приведенный подход к оценкам может быть распространен на объекты с количеством режимов работы больше двух. Применение рассмотренных и других подобных моделей требует использования компьютерных вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Додонов А.Г., Ландэ Д.В. Живучесть информационных систем. К. : Наук. думка, 2011. 256 с.
2. Авен О.И., Гурин Н.Н., Коган Я.А. Оценка качества и оптимизация вычислительных систем. М. : Наука, 1982. 464 с.
3. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями. М. : Мир, 1979. 600 с.
4. Guo S. *Survival Analysis*. Oxford University Press, 2010. 172 p.
5. Richards M. G., Rhodes D. H. Defining Survivability for Engineering Systems // USA, PROCEEDINGS CSER, 2007. pp. 1–12.
6. Nakamura S. *Stochastic Reliability Modeling, Optimization and Applications*. Japan, Kinjo Gakuin University, 2010. 310 p.
7. Hines A. *Planning for Survivable Networks—Ensuring Business Continuity*. Canada, Wiley, 2002. 224 p.
8. Черкесов Г.Н. Методы и модели оценки живучести сложных систем. М. : Знание, 1987. 32 с.
9. Боровков А.А. Асимптотические методы в теории массового обслуживания. М. : Наука, 1980. 384 с.
10. Kogan Ya. A., Litvin V. G. Piecewise diffusion approximation for queuing problems with heterogeneous arrivals and service // *Problems of Control and Information Theory*. 1979. Vol. 8, № 5/6. pp. 433–443.
11. Королюк В.С., Турбин Ф.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности. Киев : Наук. Думка, 1982. 236 с.
12. Казаков И. Г. Статистическая динамика систем с переменной структурой. М. : Наука, 1977. 416 с.
13. Казаков И.Г., Артемьев В.М. Оптимизация динамических систем случайной структуры. М. : Наука, 1980. 384 с.
14. Складаревич А.Н., Складаревич Ф.К. Вероятностные модели объектов с возможными изменениями. Рига : Зинатне, 1989. 360 с.
15. Heegaard P.E., Trivedi R.S. Network survivability modeling//US, Computer networks. 2009.Vol 53. pp. 1215–1234.
16. Yechiali V., Naor P. Queuing problems with heterogeneous arrivals and service // *Oper. Res.* 1971. Vol. 19, №. 4. pp. 722–734.
17. Коган Я.А., Литвин В.Г. К вычислению характеристик системы массового обслуживания с конечным буфером, работающей в случайной среде // *Автоматика и телемеханика*. 1976. № 12. С. 49–57.
18. Башарин Г.П., Громов А.И. Матричный метод нахождения стационарного распределения для некоторых нестандартных систем массового обслуживания // *Автоматика и телемеханика*. 1978. № 1. С. 29–38.

REFERENCES

1. Dodonov A.G., Lande D.V. *Zhivuchest informatsionnykh sistem* [Information System Survivability]. Kiev, Nauk. Dumka Publ., 2011. 256 p.
2. Aven O.I., Gurin N.N., Kogan Ia.A. *Otsenka kachestva i optimizatsiia vychislitelnykh system* [Quality Assessment and Optimization of Computing Systems]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 464 p.
3. Kleinrok L. *Vychislitelnye sistemy s ocherediami* [Computing Systems with Queues]. Moscow, Mir Publ., 1979. 600 p.
4. Guo S. *Survival Analysis*. Oxford University Press, 2010. 172 p.
5. Richards M. G., Rhodes D. H. Defining Survivability for Engineering Systems. *Proceedings CSER, USA*, 2007, pp. 1–12.
6. Nakamura S. *Stochastic Reliability Modeling, Optimization and Applications*. Japan, Kinjo Gakuin University, 2010. 310 p.
7. Hines A. *Planning for Survivable Networks – Ensuring Business Continuity*. Canada, Wiley, 2002. 224 p.
8. Cherkesov G.N. *Metody i modeli otsenki zhivuchesti slozhnykh system* [Methods and Models for Assessing the Survivability of Complex Systems]. Moscow, Znanie Publ., 1987. 32 p.
9. Borovkov A.A. *Asimptoticheskie metody v teorii massovogo obsluzhivaniia* [Asymptotic Methods in the Theory of Queuing]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 384 p.
10. Kogan Ia. A., Litvin V. G. Piecewise Diffusion Approximation for Queuing Problems with Heterogeneous Arrivals and Service. *Problems of Control and Information Theory*, 1979, vol. 8, no. 5(6), pp. 433–443.
11. Koroliuk V.S., Turbin F.F. *Protsessy markovskogo vosstanovleniia v zadachakh nadezhnosti* [Markov

Recovery Processes in Reliability Problems]. Kiev, Nauk. Dumka Publ., 1982. 236 p.

12. Kazakov I.G. *Statisticheskaia dinamika sistem s peremennoi strukturoi* [Statistical Dynamics of Systems with Variable Structure]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 416 p.

13. Kazakov I.G., Artemev V.M. *Optimizatsiia dinamicheskikh sistem sluchainoi struktury* [Optimization of Dynamical Systems of Random Structure]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 384 p.

14. Skliarevich A.N., Skliarevich F.K. *Veroiatnostnye modeli obektov s vozmozhnymi izmeneniiami* [Probabilistic Models of Objects with Possible Changes]. Riga, Zinatne Publ., 1989. 360 p.

15. Heegaard P.E., Trivedi R.S. Network Survivability Modeling. *Computer Networks*, US, 2009, vol. 53, pp. 1215–1234.

16. Yechiali V., Naor P. Queuing Problems with Heterogeneous Arrivals and Service. *Oper. Res.*, 1971, vol. 19, no. 4, pp. 722–734.

17. Kogan Ia.A., Litvin V.G. K vychisleniiu kharakteristik sistemy massovogo obsluzhivaniia s konechnym buferom, rabotaiushchei v sluchainoi srede [Calculation of the Characteristics of a Queuing System with a Finite Buffer Operating in a Random Environment]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automatics and Telemechanics], 1976, no. 12, pp. 49–57.

18. Basharin G.P., Gromov A.I. Matrichnyi metod nakhozhdeniia statsionarnogo raspredeleniia dlia nekotorykh nestandartnykh sistem massovogo obsluzhivaniia [A Matrix Method for Finding a Stationary Distribution for Some Non-Standard Queuing Systems]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automatics and Telemechanics], 1978, no. 1, pp. 29–38.