УДК 681.51

О.М. Горбачева, А.С. Боровский

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ ОТРАБОТАННОГО МАСЛА В ДВИГАТЕЛЕ ТЕПЛОВОЗА

Горбачева Ольга Михайловна, окончила магистратуру Оренбургского государственного университета (ОГУ) по направлению «Управление и информационные технологии в технических системах», аспирант кафедры «Системы автоматизации производства» ОГУ. Имеет научные публикации в области автоматизации и управления технологическими процессами и производствами. [e-mail: Ol.gorba4ewa2017@yandex.ru].

Боровский Александр Сергеевич, доктор технических наук, доцент, окончил Тульское высшее артиллерийское инженерное училище по специальности «Автоматизированные системы управления», проректор по научной работе ОГУ. Имеет многочисленные научные публикации в области анализа и синтеза информационных и технических систем. [e-mail: borovski@mail.ru].

Аннотация

В настоящей статье представлен анализ математической модели процесса очистки отработанного масла в масляной системе двигателя тепловоза. Очистка отработанного масла происходит непосредственно в двигателе во время его работы, что позволяет существенно сократить время, затрачиваемое на очистку, а также добиться значительного снижения концентрации загрязняющих веществ в масле. В предлагаемой системе автоматического управления процессом очистки отработанного масла основными контролируемыми параметрами являются давление и температура очищаемого масла. В процессе анализа аналитического решения системы было проведено исследование приращения концентрации частиц примеси, изучено поведение скоростей частиц в центрифуге, а также определены допущения, в рамках которых проводилось моделирование скорости движения частиц примеси. При определении допущений было учтено влияние формы частицы загрязняющего вещества в масле.

Ключевые слова: центрифуга, параллельная составляющая скорости, перпендикулярная составляющая скорости, контролируемые параметры, автоматическая система.

doi: 10.35752/1991-2927-2020-3-61-108-113

ANALYSIS OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE WASTE OIL PURIFICATION IN A DIESEL LOCOMOTIVE ENGINE

Olga Mikhailovna Gorbacheva, graduated from Orenburg State University with the Master's degree in the Management and Information Technologies in Engineering Systems; Postgraduate Student of the Department of Production Automation Systems at OSU; an author of articles in the field of automation and control of production and manufacturing processes. e-mail: Ol.gorba4ewa2017@yandex.ru.

Aleksandr Sergeevich Borovskii, Doctor of Sciences in Engineering, Associate Professor; graduated from Tula Higher Artillery Engineering College with the specialty in Automated Control Systems; Vice-Rector for Scientific Affairs of OSU; an author of numerous scientific publications in the field of analysis and synthesis of information and engineering systems. e-mail: borovski@mail.ru.

Abstract

The article analyses a mathematical model of the waste oil purification in the oil system of a diesel locomotive engine. Waste oil purification takes place directly in the engine during its operation, which enables to reduce considerably the time taken to purify, and to decrease the concentration of impurities in the oil. In the proposed system for automatic control of waste oil purification, the main monitored parameters are pressure and temperature of the oil being purified. During analyzing the analytical solution of the system, the authors studied an increase in the concentration of impurity particles, the behavior of particle velocities in the centrifuge, and determined assumptions, within the framework of which the velocity of impurity particles was simulated. The influence of the impurity particle shape in the oil was taken into account in making these assumptions.

Key words: centrifuge, parallel velocity component, perpendicular velocity component, monitored parameters, automatic system.

ВВЕДЕНИЕ

Решение проблемы очистки отработанного масла, образованного в результате работы двигателя тепловоза, и его последующего использования в технической системе на сегодняшний день является актуальной задачей.

Для увеличения срока службы масла в двигателе тепловоза необходимо удалять из него загрязняющие вещества (сажу, твердые частицы). В результате эффективной очистки масло можно повторно использовать в масляной системе двигателя [1].

Разрабатываемая система автоматического управления процессом очистки отработанного масла на двигателе тепловоза включает в себя: задающее устройство, устройство сравнения, регулятор, двигатель, фильтр грубой очистки, центрифугу, датчик давления, серводвигатель исполнительного механизма, а также исполнительный механизм (рис. 1) [1].

Важным параметром технологического процесса очистки масла является давление в центрифуге. За счет его контроля достигаются требуемые значения таких параметров, как вязкость и плотность масла [2].

Отработанное масло с двигателя поступает в фильтр грубой очистки, где происходит его очистка от загрязняющих веществ крупного размера. Для достижения более высокой степени очистки масло поступает в центрифугу, где подвергается центробежной очистке.

В процессе очистки отработанного масла в центрифуге датчик давления формирует сигнал, поступающий в устройство сравнения, где он соотносится с задающим сигналом. Полученный в результате сигнал рассогласования поступает на серводвигатель исполнительного механизма, который приводит в действие исполнительный механизм, который изменяет площадь сечения отверстия, через которое масло поступает в центрифугу, что приводит к изменению расхода масла. В результате изменения расхода масла происходит изменение давления масла в центрифуге, а соответственно меняется и его вязкость.

Объектом управления в системе автоматического управления процессом очистки отработанного масла является центрифуга. В связи с этим, согласно [3], система управления должна строиться с учетом всех ее качеств. Изменение скорости подачи очищаемого масла в центрифугу является наиболее значительным возмущающим воздействием, оказываемым на объект управления. При увеличении расхода масла наблюдаются вымывание части осадка из центрифуги и повышение его влажности, а уменьшение расхода нарушает равномерность слоя осадка и приводит к сильной вибрации ротора.

Основной задачей исследования являются анализ и изучение математической модели процесса очистки отработанного масла на двигателе тепловоза на этапе проектирования системы автоматического управления процессом очистки отработанного масла на двигателе тепловоза.

1 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ОЧИСТКИ ОТРАБОТАННОГО МАСЛА

Для идеального газа, идеальной жидкости, а также баротропной и бароклинической жидкости можно применять, при рассмотрении ее поведения, основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Масло, поступающее в центрифугу, является бароклинической жидкостью – его плотность является функцией не только давления, но и температуры [4].

Рассмотрим основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$$P = nkT, \quad (1)$$

где P – давление масла, $n = \frac{N}{V}$ – концентрация загрязняющих веществ, содержащихся в масле (N – число частиц, V – объем), k – постоянная Больцмана ($1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К), T – температура (К).

Рис. 1. Функциональная схема системы автоматического управления процессом очистки отработанного масла на двигателе тепловоза

Выразим концентрацию:

$$n = \frac{P}{kT} = \frac{1}{k} \cdot \frac{P}{T},$$

заметим, что в нашем случае давление и температура являются сложными функциями, где одна из переменных будет время (t).

Будем считать, что $n = f\left(\frac{P}{T}\right)$, где $P = f(t)$,

$T = f(t)$. Найдем изменение концентрации с течением времени по теореме о дифференцировании сложной функции [5]:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{dn}{dP} \frac{dP}{dt} + \frac{dn}{dT} \frac{dT}{dt}, \quad (2)$$

где $\frac{dP}{dt} = \alpha$, $\frac{dT}{dt} = \beta$ – параметры, контролируемые автоматической системой управления.

Отдельно следует найти из основного уравнения

$$\frac{dn}{dP} = \frac{1}{kT} \text{ и } \frac{dn}{dT} = -\frac{P}{kT^2}.$$

Подставим найденные производные в уравнение (2):

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\alpha}{kT} - \frac{\beta P}{kT^2} = \frac{1}{kT} \left(\alpha - \frac{P\beta}{T} \right). \quad (3)$$

В нашем случае $\frac{dn}{dt} < 0$ [5], концентрация примеси в масле должна уменьшаться с течением времени. Отрицательная производная позволяет получить одно из условий для автоматической системы управления:

$$\frac{P\beta}{T} > \alpha, \text{ следовательно } \frac{P}{T} > \frac{\alpha}{\beta}, \quad (4)$$

при управлении можно перейти и к нечеткому неравенству.

Рассмотрим базовое определение концентрации:

$$n = \frac{N}{V},$$

в нашем случае

$$V = Sv^q t,$$

где S – площадь, v^q – скорость движения частиц примеси.

Получим, что:

$$n = \frac{N}{Sv^q t}, \quad (5)$$

как и следовало ожидать: $n = f\left(\frac{1}{v^q t}\right)$, чем дольше время центрифугирования и больше скорость движения частиц примеси, концентрация примеси уменьшается.

Для дальнейшего анализа рассмотрим приращение концентрации частиц примеси по формуле (5):

$$dn = \frac{N}{S} d\left(\frac{1}{v^q t}\right) = \frac{N}{Sv^q t^2} dv^q dt,$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{N}{S} \frac{dv^q}{v^q t^2}. \quad (6)$$

Проанализируем приращение скорости в прямоугольной системе координат:

$$v^q = \sqrt{v_{\parallel}^q{}^2 + v_{\perp}^q{}^2},$$

значит

$$dv^q = \frac{v_{\parallel}^q + v_{\perp}^q}{\sqrt{v_{\parallel}^q{}^2 + v_{\perp}^q{}^2}},$$

где $v_{\parallel}^q$ – параллельная составляющая скорости, $v_{\perp}^q$ – перпендикулярная составляющая скорости.

Найденное приращение скорости подставим в форму (6), получим:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{N}{S} \frac{v_{\parallel}^q + v_{\perp}^q}{v^q t^2}. \quad (7)$$

В силу равенства левых частей уравнений (3) и (7), приравняем правые части:

$$\frac{N}{S} \frac{v_{\parallel}^q + v_{\perp}^q}{v^q t^2} = \frac{1}{kT} \left(\alpha - \frac{P\beta}{T} \right). \quad (8)$$

Для дальнейшего анализа выражения (8) воспользуемся базовым определением плотности $\rho = \frac{m}{V}$,

где $m = m_1 + m_2$, пусть m_1 – масса примеси, тогда m_2 – масса масла.

Массу примеси можно представить как $m_1 = Nm_0$,

где m_0 – это масса частицы примеси.

Тогда

$$\rho = \frac{m_1}{V} + \rho_0 = \frac{Nm_0}{V} + \rho_0,$$

где ρ_0 – плотность масла.

Значит

$$N = \frac{\rho - \rho_0}{m_0} \cdot V = \frac{\rho - \rho_0}{m_0} \cdot Sh,$$

где h – высота центрифуги.

Тогда уравнение управления (8) примет вид:

$$\frac{\rho - \rho_0}{m_0} \frac{v_{\parallel}^q + v_{\perp}^q}{v^q t^2} h = \frac{1}{kT} \left(\alpha - \frac{P\beta}{T} \right),$$

и необходимая степень очистки будет задана уравнением:

$$\rho - \rho_0 = \frac{v^q t^2 m_0}{kTh(v_{\parallel}^q + v_{\perp}^q)} \left(\alpha - \frac{P\beta}{T} \right). \quad (9)$$

В уравнение (9) входят управляемые параметры α и β , а также скорость движения частиц примеси в масле.

Проведем анализ скоростей движения частиц в масле.

Наиболее полно анализ поведения скоростей частиц в центрифугах представлен в работе [6]. В указанной работе описание процесса опирается на физические представления различной природы, что значительно усложняет математические модели при практической реализации. Применение этих моделей зачастую требует проведения большого количества предварительных исследований при определении коэффициентов и параметров процесса, включенных в расчетные формулы.

Теория движения тела в жидкости или газе с небольшими скоростями подробно описана в источнике [7].

Сопротивление движению тела обусловлено силами трения, и эта сила (сила вязкого трения) пропорциональна произведению коэффициента динамической вязкости среды на линейные размеры тела, а также скорости движения. На тела шарообразной формы силу вязкого трения можно найти по формуле Стокса:

$$F_{\text{в.тр.}} = 6\pi r \eta v^{\text{ч}},$$

где η – коэффициент динамической вязкости среды, $v^{\text{ч}}$ – скорость движения частицы, r – радиус шара.

При больших скоростях движения материального тела в реальной среде, а по условиям нашей центрифуги имеет место именно этот случай, причиной сопротивления со стороны масла является совершение работы на образование вихрей. В нашем случае сила сопротивления при движении тела, которое называется силой лобового сопротивления, пропорциональна квадрату скорости движения тела и площади проекции тела на плоскость, перпендикулярную направлению движения (так называемое «миделево сечение» тела S):

$$F_c = C \frac{\rho v^{\text{ч}^2}}{2} S, \quad (10)$$

где C – коэффициент лобового сопротивления.

Лобовое сопротивление при движении тел в жидкости создается по двум причинам:

- 1) действие сил вязкого трения;
- 2) действие сил инерции, вследствие которого происходит вихреобразование.

Образование вихревого потока при движении тела вытекает из парадокса Эйлера.

В процессе движения тела в жидкости обязательно образуются вихри, а также возникают поверхности разрыва скорости. Это термодинамически необратимые процессы, и они приводят к возникновению сопротивления движению тела со стороны жидкости.

Коэффициент пропорциональности C , входящий в формулу (10), зависит от формы тела: форма тела способствует или противодействует возникновению вихрей при обтекании тела жидкостью. При этом для тела «удобообтекаемой» формы разности давлений, создаваемые в различных участках его поверхности, вызванные различием скорости, будут незначительны, так как встречное движение потоков жидкости будет выраже-

но слабо. Также по этой причине будет практически отсутствовать срыв струй, а, следовательно, и вихреобразование, и испытываемое телом сопротивление движению будет невелико.

В результате применения формулы (10) к различным скоростям движения следует, что коэффициент лобового сопротивления C надо рассматривать как некоторую функцию скорости движения $v^{\text{ч}}$. Но поскольку вихреобразование зависит еще и от коэффициента динамической вязкости среды η , плотности среды ρ и характерных линейных размеров тела l , можно совершенно строго доказать, что коэффициент сопротивления C зависит в совокупности от всех перечисленных характеристик.

Из перечисленных выше величин составили безразмерную величину $\rho l v^{\text{ч}} / \eta$. Коэффициент лобового сопротивления C сам является безразмерной физической величиной, поэтому его функциональная зависимость от величин ρ , η , l и $v^{\text{ч}}$ сводится к зависимости от такой их комбинации, которая представляет собой безразмерное число. Данное безразмерное отношение называют числом Рейнольдса:

$$Re = \rho l v^{\text{ч}} / \eta.$$

Коэффициент лобового сопротивления является некой, до сих пор теоретически еще не вполне обоснованной для всех практически возможных случаев, функцией чисел Рейнольдса:

$$C = f(Re).$$

Отношение коэффициента динамической вязкости среды η к плотности среды ρ называют кинематической вязкостью $\nu = \eta / \rho$, поэтому число Рейнольдса выражают также через кинематическую вязкость ν , то есть $Re = l v^{\text{ч}} / \nu$.

Коэффициент лобового сопротивления является достаточно сложной функцией от числа Рейнольдса: для тел различной формы функциональная зависимость неодинакова.

Исходя из всего выше сказанного, в нашем случае при описании движения частиц в центрифуге для ухода от сложного решения системы уравнений неразрывности потока и гидродинамических уравнений, в качестве основных зависимых переменных введены напряженность вихря и функции тока.

Допущения, в рамках которых проводились моделирования скорости движения частиц примеси:

1. Эффективная вязкость μ и плотность ρ постоянны;
2. Сила гравитации и сила Архимеда пренебрежимо малы;
3. Частицы твердой фазы в роторе не слипаются и не дробятся;
4. Частицы твердой фазы имеют форму, близкую к сферической.

В принятых допущениях запишем II закон Ньютона для прямоугольной системы координат для движения частицы:

$$\begin{cases} m \frac{dv_{\parallel}^q}{dt} = F_c, \\ m \frac{dv_{\perp}^q}{dt} = F_c + F_{\text{и}}, \end{cases} \quad (11)$$

где $F_{\text{и}}$ – сила инерции.

Проекция силы сопротивления на соответствующие оси составит:

$$\begin{cases} F_{C\parallel} = \frac{1}{2} \rho (\Delta v_{\parallel})^2 C \frac{\pi d^2}{4}, \\ F_{C\perp} = \frac{1}{2} \rho (\Delta v_{\perp})^2 C \frac{\pi d^2}{4}, \end{cases}$$

где $\Delta v_{\parallel} = v_{\parallel}^{\text{ж}} - v_{\parallel}^q$, $\Delta v_{\perp} = v_{\perp}^{\text{ж}} - v_{\perp}^q$, разности компонентов скорости жидкости и частицы.

Силой инерции будет являться центробежная сила, возникающая за счет вращения центрифуги:

$$F_{\text{и}} = m\omega^2 r,$$

где ω – угловая скорость, r – радиус траектории частицы.

Коэффициент гидравлического сопротивления найдем из упомянутого выше закона Стокса:

$$C = \frac{24}{Re},$$

где Re – число Рейнольдса, его анализ приведен выше.

Окончательно, с учетом анализа всех сил, система (11) примет вид:

$$\begin{cases} S_c \frac{dv_{\parallel}^q}{dt} = \Delta v_{\parallel}, \\ S_c \left(\frac{dv_{\perp}^q}{dt} - \omega^2 t \right) = \Delta v_{\perp}, \\ \frac{dz}{dt} = v_{\parallel}^q, \\ \frac{dr}{dt} = v_{\perp}^q, \end{cases} \quad (12)$$

где $S_c = \frac{\rho d^2}{18\mu}$ – число Стокса, μ – вязкость масла.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного анализа аналитического решения системы (11) модели процесса очистки отработанного масла на двигателе тепловоза было рассмотрено основное уравнение молекулярно-кинетической

теории, определены контролируемые параметры, предлагаемые автоматической системой управления, исследовано приращение концентрации частиц примеси, проведен анализ скоростей движения частиц в масле, а также определены допущения, в рамках которых проводятся моделирования скорости движения частиц примеси.

На основании представленного анализа можно сделать вывод о том, что в нашем случае возникают сложности при поиске решения системы через элементарные функции и математические операции [8].

Для дальнейшего поиска решения исследуемой системы планируется применить численный метод Рунге-Кутты 4-го порядка, а также нейросетевой алгоритм. После чего будет проведено сравнение полученных решений. Найденные величины скорости будут использованы для разрешения уравнения (9), в котором непо-

средственно находятся $\frac{dP}{dt} = \alpha$, $\frac{dT}{dt} = \beta$ – параметры, контролируемые автоматической системой управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горбачева О.М., Боровский А.С. Исследование свойств системы автоматического управления процессом очистки отработанного масла на двигателе тепловоза // Научно-технический вестник Поволжья. 2019. № 6. С. 43–47.
2. Gorbacheva O., Borovsky A. System Analysis of the State of Automation of Technological Processes for Cleaning Used Oils // Ecology and Industry of Russia. 2018. № 22 (5). pp. 54–58.
3. Пospelov Д.А. Ситуационное управление. Теория и практика. М. : Наука, 1986. 288 с.
4. Аргучинцев В.К. Динамическая метеорология : учеб. пособие. 2-е изд., испр. и доп. Иркутск : Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2009. 179 с. URL: <https://rucont.ru/efd/145314> (дата обращения: 25.05.2020).
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. Т. 1. 616 с.
6. Соколов В.И. Центрифугирование. М. : Химия. 1979. 407 с.
7. Кондратенко П.С. Теоретические основы гидродинамики и теплопереноса. М. : Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, 2003. 68 с.
8. Хованский А.Г. Топологическая теория Галуа. Разрешимость и неразрешимость уравнений в конечном виде. М. : Изд-во МЦНМО, 2008. 295 с.

REFERENCES

1. Gorbacheva O.M., Borovskii A.S. Issledovanie svoistv sistemy avtomaticheskogo upravleniia protsessom ochistki otrabotannogo masla na dvigatele teplovoza [The Study of the Properties of the Automatic Control System of the

Process of Purification of Waste Oil on the Engine of the Locomotive]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Povolzhia* [Scientific and Technical Volga Region Bulletin], 2019, no. 6, pp. 43–47.

2. Gorbacheva O., Borovsky A. System Analysis of the State of Automation of Technological Processes for Cleaning Used Oils. *Ecology and Industry of Russia*, 2018, no. 22 (5), pp. 54–58.

3. Pospelov D.A. *Situatsionnoe upravlenie. Teoriia i praktika* [Situational Management. Theory and Practice]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 288 p.

4. Arguchintsev V.K. *Dinamicheskaiia meteorologiia*. Ucheb. posobie. 2-e izd., ispr. i dop. [Dynamic Meteorology Study Guide, 2nd Edition revised and enlarged]. Irkutsk, Irkutsk State University Publ., 2009. 179 p. Available at: <https://rucont.ru/efd/145314> (accessed 25.05.2020).

5. Fichtenholz G.M. *Kurs differentsialnogo i integralnogo ischisleniia* [Differential and Integral Calculus]. Moscow, Fizmatlit Publ. vol. 1., 2001. 616 p.

6. Sokolov V.I. *Tsentrifugirovanie* [Centrifuge Process]. Moscow, Khimiia Publ., 1979. 407 p.

7. Kondratenko P.S. *Teoreticheskie osnovy gidrodinamiki i teploperenosa* [Hydrodynamics and Heat Transfer Fundamentals]. Moscow, Nuclear Safety Institute of RAS Publ., 2003. 68 p.

8. Khovanskii A.G. *Topologicheskaiia teoriia Galua. Razreshimost i nerazreshimost uravnenii v konechnom vide* [Topological Galois Theory. Solvability and Unsolvability of Equations in Finite Terms]. Moscow, MTsNMO Publ., 2008. 295 p.