MATHEMATICAL MODELING

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 621.377

А.К. Иванов, А.Л. Савкин

МОДЕЛЬ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ОРГАНАХ УПРАВЛЕНИЯ

Иванов Александр Куприянович, доктор технических наук, окончил физический факультет Иркутского государственного университета, аспирантуру Московского высшего технического училища им. Н.Э. Баумана, докторантуру Ульяновского государственного технического университета. Главный научный сотрудник ФНПЦ АО «НПО «Марс». Имеет монографии, учебное пособие, статьи в области математического моделирования иерархических АСУ реального времени. [e-mail: mars@mv.ru].

Савкин Александр Леонидович, кандидат военных наук, доцент, окончил Ульяновское высшее военное командное училище связи, Военную академию связи им. С.М. Буденного, адъюнктуру при ВАС. Начальник службы обеспечения научно-технической деятельности ФНПЦ АО «НПО «Марс». Имеет научные работы, учебные пособия, статьи в области разработки и моделирования систем управления и связи, автоматизированных информационных систем. [e-mail: mars@mv.ru].

Аннотация

Построение модели принятия решений основано на аналогии интеллектуальной деятельности должностных лиц органов управления с работой изобретателей, описанной с точки зрения теории катастроф. Формирование решения представлено движением в потенциальном поле типа «сборки». Потенциальная функция имеет два минимума. Первый минимум соответствует исходным данным, второй – полученным выводам. Для перехода должен быть преодолен потенциальный барьер путем проведения определенных исследований с накоплением знаний. В деятельности должностных лиц выделено две части: многоэтапное преобразование исходных данных по известным алгоритмам; творческий процесс установления параметров решения. В качестве математической модели первой части предложена система линейных дифференциальных уравнений. Получены аналитические решения для трех и четырех этапов. В качестве модели второй части принята модель цепных реакций. Аналогия с цепными реакциями установлена на основании предположения о том, что в процессе преобразования исходных данных образуются информационные ресурсы, стимулирующие интеллектуальные выводы с лавинообразным нарастанием новых знаний.

Ключевые слова: органы управления, принятие решений, математическая модель, теория катастроф.

doi: 10.35752/1991-2927-2020-1-5-4-13

THE DECISION-MAKING MODEL IN MANAGEMENT BODIES

Aleksandr Kupriianovich Ivanov, Doctor of Sciences in Engineering; graduated from the Faculty of Physics at Irkutsk State University, completed his postgraduate studies at Bauman Moscow Technical School, doctoral studies at Ulyanovsk State Technical University, Chief Staff Scientist of FRPC JSC 'RPA 'Mars'; an author of monographs, tutorial, articles in the field of the mathematical modeling of hierarchical real-time computer-aided control systems. e-mail: mars@mv.ru.

Aleksandr Leonidovich Savkin, Candidate of Military Science, Associate Professor; graduated from the Ulyanovsk Higher Military Command School of Communications and the Marshal Budjonny Military Academy of Signal Corps; completed his postgraduate studies in the Military Academy of Communications; Head of Science and Engineering Support Department of FRPC JSC 'RPA 'Mars'; an author of scientific works, manuals, and articles in the field of the development and modeling of communication control systems, automated information systems. e-mail: mars@mv.ru.

Abstract

The decision-making modeling is based on the analogy of the intellectual activity of officials in the management bodies with inventor's work described in terms of the catastrophe theory. The formation of decision is presented by motion in a potential field of cusp geometry. A potential function has two minima. The first minimum corresponds to initial data, the second one is in line with the findings reached. For transition, a potential barrier needs to be overcome through the pursuance of the specified research with knowledge accumulation. The activity of officials is divided in two parts. The first stage is a multistage data transformation using known algorithms, and the second one is a creative process for identifying the decision variables. Analytical solutions for three and four stages are obtained. A model of chain reaction is received in the model of the second part. The analogy with chain reactions is determined on grounds of the suggestion that information resources stimulating the intellectual conclusions with the avalanche-like growth of new knowledge are created during initial data transformation.

Key words: management bodies, decision making, mathematical model, catastrophe theory.

ВВЕДЕНИЕ

Применение методологии математического моделирования для описания процессов обработки информации и принятия решений в сложных системах управления ограничено в настоящее время следующими причинами [1]:

- отсутствие в процессах обработки информации и принятия решений фундаментальных законов;
- неустраняемая неточность измерений количества информации при различного рода преобразованиях;
- разномасштабность, разнородность и нелинейность изучаемых процессов;
- постоянное усложнение информационных ресурсов.

Лишь в редких случаях бывает удобным и оправданным построение математических моделей сразу во всей полноте, с учетом всех факторов, существенных для поведения исследуемого объекта. Поэтому естественен подход, реализующий принцип «от простого к сложному», когда следующий шаг делается после достаточно подробного изучения не очень сложной модели. При этом возникает цепочка все более полных моделей, каждая из которых обобщает предыдущие, включая их в качестве частного случая.

Относительно простой областью исследования является изучение скоростей информационных преобразований, которые по аналогии с химической кинетикой можно назвать информационной кинетикой. Изучение кинетики информационных преобразований имеет большое теоретическое и прикладное значение, так как позволяет выяснить механизмы управления. В работах [2–5] информационные процессы иерархических систем управления описаны дифференциальными моделями различного вида, позволяющими предсказать основные кинетические закономерности. При этом не учитывалась содержательная сторона преобразований,

что значительно сужает область применения разработанных моделей.

При анализе содержания преобразований информации можно выделить две части. Первая часть – это получение из одних информационных ресурсов других с использованием известных алгоритмов или математических зависимостей. Вторая часть – это творческие процессы формирования новых знаний, последовательность которых не поддается формализации. При выборе подходов к моделированию второй части целесообразно рассмотреть достижения в области решения изобретательских задач [6, 7]. В качестве математического аппарата моделирования технического творчества используются теория бифуркации и теория катастроф [8]. Модель представляет собой катастрофу типа «сборки», а качественный переход от исходных данных к конечному результату достигается выбором параметров. Сущность качественного скачка не рассматривается. Очевидно, что между работой изобретателя и деятельностью должностного лица органа управления, стремящегося на основании исходных данных об обстановке получить оптимальные варианты действий по достижению поставленных целей, есть определенное сходство. Что касается качественного перехода, то для его приближенного представления можно рассмотреть модель цепных реакций, которая описывает взрывообразный рост продукции с генерацией вспомогательных средств [9, 10]. Таким образом, синтез подходов из различных областей науки и техники позволяет построить первичное формальное представление информационных процессов системы управления.

1 ВЫБОР АНАЛОГОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Информационные процессы, выполняемые должностными лицами органов управления, наряду с отно-

сительно простыми операциями включают акты творческой мыслительной деятельности для получения новых знаний на основе анализа исходных данных. Длительный опыт использования автоматизированных систем управления различного назначения показывает, что автоматизация простых операций переработки информации не обеспечивает значительного повышения качества управления. Необходимо расширять круг автоматизируемых процессов за счет включения части интеллектуальной деятельности лиц, принимающих решения [11]. Для достижения такой цели необходим соответствующий математический аппарат, позволяющий моделировать процессы получения новых знаний на основе исходных данных. В настоящее время в теории информационных систем такой аппарат не разработан, поэтому имеет смысл рассмотреть другие области науки и техники. В частности, имеются определенные достижения в теории решения изобретательских задач [6].

Появление теории решения изобретательских задач (ТРИЗ) в 50-х годах XX века дало качественный скачок в методах научно-технического творчества. К тому времени психология, изучая творческое мышление человека, выработала способы «раскрепощения» сознания, преодоления психологической инерции. Появились мозговой штурм, синектика, однако дальнейшее развитие методов технического творчества затормозились из-за трудностей изучения субъективной психики человека.

Автор ТРИЗ Г.С. Альтшуллер, в отличие от психологов, взглянул на процесс технического творчества со стороны техники [12].

Действительно, изобретение появляется при соединении психики человека изобретателя и техники, существующей к моменту появления изобретения. Г.С. Альтшуллер изучал патенты, описания изобретений, т. е. объективный результат деятельности изобретателей. В результате появились диалектико-логические модели развития технических систем и инструментальные методы работы с этими моделями, приводящие к решению изобретательской задачи.

В настоящее время техническая ТРИЗ переросла технику, продвинувшись в бизнес, искусство, педагогику, медицину и другие области деятельности человека. Можно сказать, что ТРИЗ растет вширь, наряду с определенными продвижениями в теорию.

Как указывает В.М. Петров [6], «разработка новой теории может вестись теоретически или экспериментально по направлениям: ...4. Формализация и кибернетизация ТРИЗ (использование современной математики, разработка экспертных систем и систем искусственного интеллекта)». Таким образом, можно сделать важный вывод: методам технического творчества и ТРИЗ, в частности, необходимо развитие математического аппарата.

Одной из конкретных технологий может стать математическое моделирование процессов развития изобретений, и главное, математическое моделирование мышления изобретателя в процессе решения изобретательской задачи.

Целью математического моделирования является получение количественных оценок процессов мышления, выявление влияния психологических свойств изобретателя на успешность решения изобретательской задачи, рекомендации по обучению техническому творчеству.

Одной из главных проблем при моделировании творческого процесса в изобретательстве является адекватное математическое представление свойства новизны решения. Изобретательская задача имеет свою специфику: в процессе решения главным являются расщепление конфликтующих сторон и максимальное обострение технического противоречия, выход на парадокс с целью преодоления психологического барьера в сознании изобретателя и получения нового технического решения. Для моделирования такой задачи требуются математические модели с многозначными характеристиками, с перерывами постепенности, с нелинейной зависимостью от параметров. Получены определенные результаты с использованием теории катастроф [6, 8].

Катастрофами называются скачкообразные изменения, возникающие в виде внезапного ответа системы на плавное изменение внешних или внутренних условий. Эти условия задаются управляющими параметрами. При катастрофе под действием управляющих параметров изменяется стационарное состояние системы, т. е. она переходит из одного стационарного состояния в другое. В простейшем случае под стационарным состоянием понимается неподвижное состояние равновесия. Как проходит переходный процесс – для теории катастроф, в сущности, неважно.

Р. Том доказал важную теорему в теории катастроф, которая помогла классифицировать катастрофы по типу, и ввел так называемые элементарные или канонические катастрофы. Одна элементарная катастрофа отличается от другой выражением потенциальной функции. Например, для катастрофы типа «складки» потенциальная функция $E(x, \lambda)$ задается математическим выражением

$$E(x, \lambda) = \frac{x^3}{3} - \lambda x,$$

где x – координаты катастрофы, λ – управляющий параметр. Для катастрофы типа «сборки» потенциальная функция имеет вид:

$$E(x, \lambda, \mu) = \frac{x^4}{4} - \lambda \frac{x^2}{2} + \mu x.$$

Сборка имеет два управляющих параметра λ и μ . Оба параметра могут изменяться от $-\infty$ до $+\infty$. При $\lambda < 0$, $\mu = 0$ потенциальная функция имеет одно стационарное состояние равновесия, в начале координат при $x = 0$. Состояние равновесия устойчиво. Когда параметр принимает критическое значение $\lambda = 0$, тогда наступает катастрофа, появляются три состояния равновесия, два устойчивых x_{s1} и x_{s2} , расположенных симметрично относительно оси координат, и одно неустойчивое состо-

яние равновесия, в начале координат. При критическом значении второго параметра $\mu_{кр} = \pm \sqrt{\frac{4\lambda^3}{27}}$ снова наступает катастрофа – меняется число состояний равновесия, снова остается только одно, устойчивое состояние равновесия x_{s1} . Стационарные состояния находятся из уравнения:

$$\frac{dE(x, \lambda, \mu)}{dx} = x_s^3 - \lambda x_s + \mu = 0.$$

Корни алгебраического уравнения третьей степени можно найти по формуле Кардано.

В зависимости x_s от μ при $\lambda = \text{const} > 0$ на определенном интервале $[\mu_1, \mu_2]$ одному значению аргумента соответствует два значения функции, что и является бифуркацией или разветвлением. Кроме бифуркационной зависимости для «сборки» устанавливается зависимость одного управляющего параметра от другого. График такой зависимости приведен на рисунке 1 и образует кривую катастрофы. Внутри заштрихованного острия находится закритичная область катастрофы, имеющая в потенциальной функции три состояния равновесия, два устойчивых и одно неустойчивое.

Рис. 1. График зависимости управляющих параметров «сборки»

Вне острья – докритичная область, где потенциальная функция имеет одно устойчивое состояние равновесия.

Канонические катастрофы используются для получения математических моделей процессов, в которых могут происходить катастрофы. Выбор той или иной элементарной катастрофы, т. е. выражения для потенциальной функции $E(x, \lambda)$, зависит от того, сколько учитывается управляющих параметров или факторов, влияющих на катастрофу. Для физических систем потенциальная функция совпадает с их потенциальной энергией.

В изобретательских задачах используется катастрофа типа «сборки», с двумя управляющими параметрами λ и μ . Она имеет в закритичной области два устойчивых равновесных состояния, в левой ямке, условно говоря, находится «шарик» старого решения, прототипа, который в момент катастрофы перекачивается в правую ямку, что соответствует получению нового решения.

Процесс получения нового решения рассматривается как мгновенный скачок мысли, «озарение» или инсайт.

По аналогии с изобретательской деятельностью творческий процесс формирования решений также можно представить потенциальной функцией элементарной катастрофы типа «сборки».

2 Модель поиска решения с использованием КАТАСТРОФЫ ТИПА «СБОРКИ»

При описании творческих процессов принятия решений должностными лицами органов управления с точки зрения теории катастроф используем аналогию с работой изобретателя по поиску нетривиальных результатов [6].

Начальным состоянием системы является получение исходных данных, конечным – сформированные решения по достижению поставленных целей и с учетом сложившейся обстановки. Переход от начального состояния к конечному требует проведения определенного объема исследований и повышения потенциала системы для преодоления существующего барьера потенциальной функции.

Движение мысли должностного лица уподобляется движению шарика в потенциальной яме, глубина которой задается функцией

$$V(x) = 0,25x^4 + 0,5bx^2 - tx,$$

где x – идеальность принимаемого решения;

b, t – коэффициенты.

Формулой выражена потенциальная функция элементарной катастрофы типа «сборки» $E(x, \lambda) = x_1^4 + \lambda_1 \frac{x_1^2}{2} + \lambda_2 x_1$ с точностью до масштаба и знаков управляющих параметров.

При $b < 0$ и $t = 0$ график этой функции (рис. 2) симметричен и имеет вид двух «ям» равной глубины. Расстояние между минимумами этих «ям» равно $Dx = 2\sqrt{-b}$, а высота разделяющего их бугра – $DV = V(0) - V(x_{1,2}) = 0,25b^2$.

Рис. 2. Потенциальная функция элементарной катастрофы типа «сборки»

Если параметр $t \neq 0$, то глубина «ям» перераспределяется. При $t < t_0$ правая яма исчезает, а левая яма

углубляется, при $-t_0 < t < t_0$ – имеем две ямы разной глубины, а при $t > t_0$ – левая яма исчезает, а правая углубляется (рис. 3). Здесь $t_0 = 4\sqrt{\frac{(-b)^3}{27}}$.

Рис. 3. Изменение вида потенциальной функции элементарной катастрофы типа «сборки»

Левая яма интерпретируется как исходные данные по сложившейся ситуации, а правая яма – как решение в данных условиях. Параметр t – время, с течением которого исходные данные (левая яма) постепенно заменяются решением (правой ямой) с более высокой идеальностью. Расстояние между ямами по оси x , т. е. Dx , характеризует приращение идеальности при переходе от исходных данных к решению. Таким образом, x – идеальность.

Правая яма без шарика отражает появившуюся, но еще не осознанную должностным лицом возможность построить управленческое решение с более высокой идеальностью. Идея решения постепенно созревает, и оперативный состав неизбежно сформирует это решение, шарик-мысль должностного лица перекатится из левой ямы в правую. Высоту DV бугорка, разделяющего эти потенциальные ямы, естественно интерпретировать как познавательный-психологический барьер (ППБ), препятствующий мысли-шарику перейти от исходных данных к решению даже в тех случаях, когда идея решения уже созрела.

Согласно формуле, величина приращения идеальности Dx пропорциональна параметру b . Предлагается рассматривать этот параметр как абстрактность, отразив в этом названии так называемый парадокс решения: чем в более абстрактной форме поставлена задача, тем проще ее решить. В нашем случае этот парадокс звучит так: чем больше скачок в идеальности Dx требуется от должностного лица (чем выше уровень решения), тем более абстрактным должны быть его рассуждения.

Шарик-мысль в потенциальной яме находится в равновесии, т. е. в состоянии, при котором выполняется условие стационарности:

$$\frac{dV}{dx} = x^3 + b - t = 0.$$

Поэтому процесс преодоления ППБ в таком стационарном режиме удобно представить графически, выбирая значения (t, b) и откладывая соответствующие значения x согласно формуле. Построенный таким образом график функции в трехмерном пространстве (t, b, x) будет иметь вид «сборки Уитни». Проанализируем плоские сечения этого графика.

Сечение «сборки Уитни» (t, b, x) плоскостью $b = \text{const}$ имеет вид S-образной кривой в координатах (t, x) , описывающей рост идеальности решения со временем. При неизменном уровне абстракции плавное, эволюционное увеличение идеальности решения раньше или позже становится невозможным, возникает противоречие, разрешение которого (акт «озарения») вызывает скачкообразное увеличение идеальности.

Проекция «сборки Уитни» на плоскость (t, b) имеет вид клюва. Время решения задачи отсчитывается от $-t_0$, поэтому величина $\Delta t = [-t_0, t_0]$ характеризует максимально возможное время решения задачи.

В качестве потенциальной функции обычно выбирается та величина, которая характеризует качество процесса и должна принимать минимальное значение.

3 ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ПОЭТАПНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

При использовании теории катастроф для моделирования изобретательской деятельности отсутствует содержательное описание процессов перехода от одного состояния к другому, что снижает возможности точного моделирования. Для устранения существующего ограничения разделим переход на две части. Первая часть – это повышение интеллектуального потенциала системы за счет информационных исследований. Вторая часть – взрывное понимание конечных результатов на основе проведенной работы и полученных знаний.

Информационные исследования включают несколько этапов преобразования исходных данных по известным алгоритмам, кинетика которых описывается системой дифференциальных уравнений, рассмотренных в работах [2–5, 13]. Взрывной процесс перехода от полученных знаний к решению ранее не рассматривался, в статье предлагается использовать для его описания модели цепных реакций [9].

Схема поэтапной обработки исходных данных с целью повышения интеллектуального потенциала и подготовки к принятию решения представлена на рисунке 4.

Процесс обработки информации для трех этапов описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_1}{dt} = -k_1 x_1;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = k_1 x_1 - k_2 x_2;$$

$$\frac{dx_3}{dt} = k_2 x_2.$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$ – объемы информационных ресурсов на этапах;

x – объем решения;

$k_1, k_2, \dots, k_{n-1}$ – скорости преобразования на этапах;

$k_i, i = [1, n-1]$;

w – скорость формирования решения.

Рис. 4. Схема поэтапной обработки информации и получения решений в системах управления

Решение первого уравнения системы:

$$x_1 = Ce^{-k_1 t}, Ce^{-k_1 \cdot 0} = 1 \rightarrow C = 1 \text{ и } x_1 = e^{-k_1 t}.$$

Подставим полученное решение во второе уравнение:

$$\frac{dx_2}{dt} = k_1 e^{-k_1 t} - k_2 x_2.$$

Решение полученного неоднородного уравнения находится методом вариации постоянной:

$$x_2 = C(t)e^{-k_2 t};$$

$$\frac{dC(t)}{dt} e^{-k_2 t} = k_1 e^{-k_1 t};$$

$$C(t) = \int k_1 e^{(-k_1 + k_2)t} dt + C_1 =$$

$$= \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{(-k_1 + k_2)t} + C_1;$$

$$x_2 = \left(\frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{(-k_1 + k_2)t} + C_1 \right) e^{-k_2 t}.$$

Постоянную интегрирования C_1 находим из начальных условий: при $t = 0, x_2 = 0$:

$$0 = \left(\frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{(-k_1 + k_2) \cdot 0} + C_1 \right) e^{-k_2 \cdot 0};$$

$$C_1 = -\frac{k_1}{k_2 - k_1};$$

$$x_2 = \left(\frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{(-k_1 + k_2)t} - \frac{k_1}{k_2 - k_1} \right) e^{-k_2 t} =$$

$$= \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_1 t} - \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2 t}.$$

Подставим в третье уравнение системы полученное решение:

$$\frac{dx_3}{dt} = k_2 \left(\frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_1 t} - \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2 t} \right);$$

$$x_3 = k_2 \int \left(\frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_1 t} - \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2 t} \right) dt + C;$$

$$x_3 = -\frac{k_2}{k_2 - k_1} e^{-k_1 t} + \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2 t} + C.$$

Постоянную интегрирования находим из начальных условий: при $t = 0, x_3 = 0$:

$$0 = -\frac{k_2}{k_2 - k_1} e^{-k_1 \cdot 0} + \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2 \cdot 0} + C;$$

$$C = 1;$$

$$x_3 = 1 - \frac{k_2}{k_2 - k_1} e^{-k_1 t} + \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2 t}.$$

Графики изменения данных на каждом из этапов приведены на рисунке 5.

Рис. 5. Графики изменения объема данных для трех этапов обработки

Процесс обработки информации на четырех этапах описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_1}{dt} = -k_1 x_1;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = k_1 x_1 - k_2 x_2;$$

$$\frac{dx_3}{dt} = k_2 x_2 - k_3 x_3;$$

$$\frac{dx_4}{dt} = k_3 x_3.$$

Решения для x_1 и x_2 получены при рассмотрении схемы из трех последовательных этапов:

$$x_1 = e^{-k_1 t};$$

$$x_2 = \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_1 t} - \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2 t}.$$

Подставим полученное решение в третье уравнение:

$$\frac{dx_3}{dt} = k_2 \left(\frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_1 t} - \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2 t} \right) - k_3 x_3.$$

Решение полученного неоднородного уравнения находится методом вариации постоянной:

$$x_3 = C(t) e^{-k_3 t};$$

$$\frac{dC(t)}{dt} e^{-k_3 t} = k_2 \left(\frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_1 t} - \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2 t} \right);$$

$$\begin{aligned} C(t) &= \int k_2 \left(\frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{(-k_1 + k_3)t} - \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{(-k_2 + k_3)t} \right) dt + C_1 = \\ &= \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{(-k_1 + k_3)t} - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{(-k_2 + k_3)t} + C_1; \\ x_3 &= \left(\frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{(-k_1 + k_3)t} - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{(-k_2 + k_3)t} + C_1 \right) e^{-k_3 t}. \end{aligned}$$

Постоянную интегрирования C_1 находим из начальных условий: при $t = 0$ $x_3 = 0$:

$$0 = \left(\frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{(-k_1 + k_3) \cdot 0} - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{(-k_2 + k_3) \cdot 0} + C_1 \right) e^{-k_3 \cdot 0};$$

$$C_1 = -\frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} + \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)};$$

$$\begin{aligned} x_3 &= \left\{ \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{(-k_1 + k_3)t} - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{(-k_2 + k_3)t} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} + \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} \right\} e^{-k_3 t} = \\ &= \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_1 t} - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_2 t} - \\ &\quad - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_3 t} + \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_3 t}. \end{aligned}$$

Подставим в четвертое уравнение системы полученное решение:

$$\begin{aligned} \frac{dx_4}{dt} &= k_3 \left\{ \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_1 t} - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_2 t} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_3 t} + \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_3 t} \right\}; \\ x_4 &= k_3 \left\{ \int \left[\frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_1 t} - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_2 t} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_3 t} + \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_3 t} \right] dt \right\} + C; \end{aligned}$$

$$x_4 = -\frac{k_3 k_2}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_1 t} + \frac{k_3 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_2 t} + \\ + \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_3 t} - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_3 t} + C.$$

Постоянную интегрирования находим из начальных условий: при $t = 0$ $x_4 = 0$:

$$0 = -\frac{k_3 k_2}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_1 \cdot 0} + \frac{k_3 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_2 \cdot 0} + \\ + \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_3 \cdot 0} - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_3 \cdot 0} + C; \\ C = \frac{k_3 k_2}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} - \frac{k_3 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} + \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)}; \\ x_4 = -\frac{k_3 k_2}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_1 t} + \frac{k_3 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_2 t} + \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} e^{-k_3 t} - \\ - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} e^{-k_3 t} + \frac{k_3 k_2}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} - \frac{k_3 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} - \\ - \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} + \frac{k_2 k_1}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)}.$$

Графики изменения объема данных на этапах приведены на рисунке 6.

Рис. 6. Графики изменения объема данных для четырех этапов обработки

4 Модель цепной реакции перехода к решению

После повышения интеллектуального потенциала системы до необходимого уровня происходит случайным образом акт относительно быстрого понимания основных элементов формируемого решения. Взрывной характер такого акта имеет определенное сходство с цепными реакциями, теория которых разработана Н.Н. Семеновым [9, 10].

Под информационной цепной реакцией будем понимать регулярно повторяющиеся элементарные акты формирования выводов или заключений с использованием информационных ресурсов особого вида, кото-

рые можно назвать активными из-за их положительного влияния на формирование выводов (необходимый для начала цепной реакции объем активных информационных ресурсов происходит на этапах обработки исходных данных). При этом происходит образование новых активных информационных ресурсов, вызывающих новые элементарные акты творческой деятельности должностного лица. Речь не идет о реальных химических реакциях умственной деятельности, а только о достаточно приближенных аналогиях выработки решений с кинетикой цепных реакций.

Во всякой цепной реакции выделяют три стадии:

- реакция зарождения цепи;
- реакция развития цепи;
- обрыв цепи.

Зарождение цепи — элементарный акт, в результате которого в системе появляются информационные ресурсы, влияющие на формирование выводов.

Реакции развития цепи выражаются уравнениями элементарных информационных актов, чередование которых осуществляет цепной процесс, эти элементарные акты будут звеньями цепи. По особенностям стадии развития цепи цепные реакции бывают неразветвленными (в процессе развития цепи число активных информационных ресурсов остается неизменным) и разветвленными (число активных информационных ресурсов в процессе развития цепи растет).

Обрыв цепи — это акты, в результате которых уничтожаются активные информационные ресурсы и прекращается цепная реакция.

Скорость реакции:

$$w = \frac{n_0}{\delta - \beta} \left(e^{\frac{(\delta - \beta)t}{\tau}} - 1 \right), \text{ если } \delta > \beta;$$

$$w = \frac{n_0}{\beta - \delta} \left(1 - e^{-\frac{(\beta - \delta)t}{\tau}} \right), \text{ если } \beta > \delta,$$

где n_0 – скорость образования первичных активных информационных ресурсов;

β – вероятность обрыва цепи;

δ – вероятность разветвления цепи;

τ – время, в течение которого последовательно протекают элементарные информационные акты, составляющие звено цепи.

В первом случае скорость реакции со временем t постепенно возрастает до ∞ . Это возрастание при больших t идет по закону:

$$w = Ae^{\varphi t}, A = \frac{n_0}{\delta - \beta} = \frac{n_0}{\varphi \tau}, \varphi = \frac{\delta - \beta}{\tau}.$$

Графики скоростей цепных реакций приведены на рисунке 7.

Количество обработанных информационных ресурсов x к моменту времени t будет выражаться формулами:

$$x = \int_0^t w dt = \frac{n_0}{\delta - \beta} \left[\frac{\tau}{\delta - \beta} \left(e^{\frac{(\delta - \beta)t}{\tau}} - 1 \right) - t \right];$$

$$x = \int_0^t w dt = \frac{n_0}{\beta - \delta} \left[t + \frac{\tau}{\beta - \delta} \left(e^{-\frac{(\beta - \delta)t}{\tau}} - 1 \right) \right].$$

При не слишком малых t первая формула имеет простой вид:

$$n = \frac{n_0 \tau}{(\delta - \beta)^2} e^{\frac{\delta - \beta}{\tau} t} = \frac{n_0}{\varphi^2 \tau} e^{\varphi t} = Ne^{\varphi t}.$$

В цепных реакциях скорость резко меняется с ростом температуры. Аналогом температуры в процессе

принятия решения может быть накопленный должностными лицами опыт управления, зафиксированный в базе знаний системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Формирование оптимальных решений в иерархической АСУ является основой повышения качества управления за счет автоматизации. Можно выделить два крупных блока решений: оценка обстановки по результатам анализа исходных данных о состоянии объектов управления и среды; планирование применения объектов управления в соответствии с распоряжениями руководства и состоянием подчиненных объектов. Целью математического моделирования является получение количественных оценок процессов мышления и установления рациональных режимов управления. Отсутствие математического аппарата, описывающего с достаточной точностью процессы мышления при поиске вариантов управления в различных ситуациях, приводит к использованию аналогов из различных областей науки и техники. Имеется определенное сходство между деятельностью должностных лиц органов управления и решением изобретательских задач. Следовательно, можно использовать методы ТРИЗ, в частности математическую модель поиска на основе теории катастроф. При этом необходимо учитывать незавершенность данной модели, например, нет содержания процесса перехода из устойчивого состояния исходных данных в устойчивое состояние полученного изобретения. Для описания этого перехода использована модель цепной реакции, в которой предполагается генерация информационных ресурсов, инициирующих получение новых знаний. Исходные информационные ресурсы, с которых начинается цепная реакция, находятся путем преобразования начальных данных по обстановке. Эти преобразования описываются системами дифференциальных уравнений, в некоторых случаях имеющих аналитическое решение и образующих информационную кинетику системы.

Рис. 7. Графики зависимостей скоростей цепных реакций от времени и вероятностей развития

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд., испр. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. 320 с.
2. Иванов А.К. Разработка и применение математических моделей иерархических АСУ. Ульяновск : УлГТУ, 2017. 262 с.
3. Иванов А.К. Дифференциальные модели обработки информации в органах управления иерархической АСУ // Автоматизация процессов управления. 2015. № 4 (42). С. 15–26.
4. Иванов А.К. Построение и исследование динамических моделей информационных процессов в сложных системах // Автоматизация процессов управления. 2016. № 1 (43). С. 4–16.
5. Иванов А.К. Динамические модели информационных процессов иерархических систем управления // Автоматизация процессов управления. 2016. № 3 (45). С. 4–17.
6. Бушуев А.Б. Математическое моделирование процессов технического творчества. СПб. : СПбГУ ИТМО, 2010. 181 с.
7. Лабковский Б.А. Наука изобретать. СПб. : Нордмет-Издат, 1999. 371 с.
8. Арнольд В.И. Теория катастроф. М. : Наука, 1990. 128 с.
9. Семенов Н.Н. Цепные реакции. 2-е изд., испр. и доп. М. : Наука, 1986. 535 с.
10. Холохонова Л.И., Короткая Е.В. Кинетика химических реакций. Кемерово : Кемеровский технологический институт, 2004. 80 с.
11. Гвардейцев М.И., Кузнецов П.Г., Розенберг В.Я. Математическое обеспечение управления. Меры развития общества. СПб. : Специальная литература, 2016. 222 с.
12. Альтшуллер Г.С. Найти идею. Введение в теорию решения изобретательских задач. Петрозаводск : «Скандинавия», 2004. 208 с.
13. Иванов А.К. Математические модели управления знаниями в проектных организациях // Автоматизация процессов управления. 2017. № 2 (48). С. 10–21.
- Computer-Aided Control Systems]. Ulyanovsk, UISTU Publ., 2017. 262 p.
3. Ivanov A.K. Differentsialnye modeli obrabotki informatsii v organakh upravleniia ierarkhicheskoi ASU [Differential Models of Information Processing in Hierarchical Computer-Aided Control System Authorities]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2015, no. 4 (42), pp. 15–26.
4. Ivanov A.K. Postroenie i issledovanie dinamicheskikh modelei informatsionnykh protsessov v slozhnykh sistemakh [Building and Researching Dynamic Models of Information Processes in Complex Systems]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2016, no. 1 (43), pp. 4–16.
5. Ivanov A.K. Dinamicheskie modeli informatsionnykh protsessov ierarkhicheskikh sistem upravleniia [Dynamic Models of Information Processes in Hierarchical Control Systems]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2016, no. 3 (45), pp. 4–17.
6. Bushuev A.B. *Matematicheskoe modelirovanie protsessov tekhnicheskogo tvorchestva* [Mathematical Modeling of Technical Creativity Processes]. St.Petersburg, SPbGU ITMO Publ., 2010. 181 p.
7. Labkovskii B.A. *Nauka izobretat* [Invention as a Science]. St. Petersburg, Nordmet-Izdat Publ., 1999. 371 p.
8. Arnold V.I. *Teoriia katastrof* [Theory of Catastrophes]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 128 p.
9. Semienov N.N. *Tsepnye reaktsii. 2-e izd., ispr. i dop.* [Chain Reactions. The 2nd Edition revised and enlarged]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 535 p.
10. Kholokhonova L.I., Korotkaia E.V. *Kinetika khimicheskikh reaktsii* [Chemical Kinetics]. Kemerovo, Kemerovo Technological Institute Publ., 2004. 80 p.
11. Gvardeitsev M.I., Kuznetsov P.G., Rozenberg V.Ia. *Matematicheskoe obespechenie upravleniia. Mery razvitiia obshchestva* [Mathematical Tools for Management. Social Advancement Measures]. St.Petersburg, Spetsialnaia literature Publ., 2016. 222 p.
12. Altshuller G.S. *Naiti ideiu. Vvedenie v teoriu resheniia izobretatelskikh zadach* [Creativity as a Science. The Theory of the Solution of Inventive Problems]. Petrozavodsk, Skandinaviia Publ., 2004. 208 p.
13. Ivanov A.K. Matematicheskie modeli upravleniia znaniiami v proektnykh organizatsiiakh [Mathematical Models for Knowledge Management in Design Organizations]. *Avtomatizatsiia protsessov upravleniia* [Automation of Control Processes], 2017, no. 2 (48), pp. 10–21.

REFERENCES

1. Samarskii A.A., Mikhailov A.P. *Matematicheskoe modelirovanie: Idei. Metody. Primery. 2-e izd., ispr.* [Mathematical Modeling. Ideas. Methods, Examples. The 2nd Edition revised]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2005. 320 p.
2. Ivanov A.K. *Razrabotka i primeneniie matematicheskikh modelei ierarkhicheskikh ASU* [Development and Application of Mathematical Models of Hierarchical