MATHEMATICAL MODELING

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 004.932.4

А.Г. Ташлинский, Г.Л. Сафина, Р.О. Коваленко, М.Г. Царёв

ВЕРОЯТНОСТНОЕ ФИНИТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ МЕЖКАДРОВЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ¹

Ташлинский Александр Григорьевич, доктор технических наук, профессор, окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института. Заведующий кафедрой «Радиотехника» Ульяновского государственного технического университета. Имеет статьи, монографии, изобретения в области цифровой обработки сигналов и изображений. [e-mail: tag@ulstu.ru].

Сафина Галина Леонидовна, кандидат технических наук, окончила экономико-математический факультет УлГТУ. Доцент кафедры «Прикладная математика» Национального исследовательского Московского государственного строительного университета. Имеет статьи и монографии в областях обработки и анализа изображений и их последовательностей, а также изучения потока движения жидкости в пористой среде. [e-mail: tinkinag@mail.ru].

Коваленко Роман Олегович, окончил радиотехнический факультет УлГТУ, аспирант УлГТУ. Имеет статьи в области оценивания параметров деформаций изображений. [e-mail: r.kovalenko.o@yandex.ru].

Царёв Михаил Григорьевич, окончил радиотехнический факультет УлГТУ. Старший преподаватель кафедры «Радиотехника» УлГТУ. Имеет статьи в области оценивания параметров деформаций цифровых сигналов и изображений. [e-mail: michael.tsaryov@gmail.com].

Аннотация

Предложена методика вероятностного финитного моделирования процедуры стохастического оценивания параметров межкадровых геометрических деформаций изображений. Методика основана на дискретизации области определения параметров деформаций и нахождении на каждой итерации оценивания вектора вероятностей сноса оценок. Рассмотрено нахождение с использованием методики плотностей распределения вероятностей оценок параметров межкадровых деформаций изображений, формируемых безыдентификационной релейной процедурой за заданное конечное число итераций. В качестве целевых функций оценивания использованы средний квадрат межкадровой разности и коэффициент межкадровой корреляции.

Ключевые слова: стохастическое оценивание, итерация, вероятность, финитное моделирование, межкадровые деформации, параметры, снос оценки, распределение вероятностей, корреляционная функция.

doi:

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Ульяновской области в рамках научного проекта № 18-41-730006 и проекта № 19-29-09048.

PROBABILISTIC FINITE MODELING THE STOCHASTIC ESTIMATION PROCESSES OF INTERFRAME GEOMETRIC IMAGE DEFORMATIONS

Aleksandr Grigorievich Tashlinskii, Doctor of Sciences in Engineering, Professor; graduated from the Faculty of Radioengineering at Ulyanovsk Polytechnic Institute; Head of the Department of Radioengineering at Ulyanovsk State Technical University; an author of articles, monographs, and inventions in the field of digital signal-and-image processing. e-mail: tag@ulstu.ru.

Galina Leonidovna Safina, Candidate of Sciences in Engineering; graduated from Faculty of Mathematics and Economics at Ulyanovsk State Technical University; Associate Professor of the Applied Mathematics Department at the Moscow State (National Research) University of Civil Engineering; an author of articles, monographs in the field of digital image processing and computer vision as well as of studying of the fluid flow in a porous medium. e-mail: minkinag@mail.ru.

Roman Olegovich Kovalenko, Postgraduate Student at Ulyanovsk State Technical University; graduated from the Radioengineering Faculty of USTU; an author of articles in the field of parameter estimation of image deformation. e-mail: r.kovalenko.o@yandex.ru.

Mikhail Grigorevich Tsarev, Senior Lecturer at the Department of Radioengineering at Ulyanovsk State Technical University; graduated from the Faculty of Radioengineering of USTU; an author of articles in the field of parameter estimation of digital signal and image deformation. e-mail: michael.tsaryov@gmail.com.

Abstract

A method of probabilistic finite modeling of the procedure for stochastic estimation of interframe geometric image deformation parameters is proposed. The method is based on the discretization of deformation parameters domain and determining at each iteration the estimation of the probability vector of estimates drift. Using the probability density method, the estimation of interframe image deformation parameters generated by an unidentified relay procedure for a given finite number of iterations is considered. The average square of the interframe difference and the interframe correlation coefficient were used as the cost estimation functions.

Key words: stochastic estimation, iteration, probability, finite modeling, interframe deformations, parameters, estimate drift, probability distribution, correlation function

ВВЕДЕНИЕ

Оценивание параметров геометрических деформаций последовательности изображений остается одной из актуальных задач их представления и обработки [1–4]. Одним из подходов к решению этой задачи является рекуррентное стохастическое оценивание [5–8], реализация которого приводит, как правило, к итеративным процедурам [9–11]. Стохастические процедуры показали свою эффективность при обработке последовательностей как изображений [12–15], так и сигналов [16, 17]. Разработаны асимптотически оптимальные по скорости сходимости процедуры стохастической аппроксимации [18, 19]. Они требуют полной априорной информации и не дают ответа на вопрос о погрешностях оценок параметров деформаций при конечном числе выполненных итераций. Известны подходы к анализу точности оценок алгоритмов стохастической аппроксимации при конечном числе итераций [20], основанные на учете априорной информации об оптимальном решении, которая задается финитной плотностью распределения вероятностей (ПРВ). Однако при отсутствии такой априорной информации алгоритмы этого класса на конечных итерациях могут приводить к оценкам параметров деформаций изображений, далеким от оптимальных. При этом исследования, посвященных вероятностному анализу точности при конечном числе итераций, явно

недостаточно, что и определило направление настоящей работы.

При оценивании параметров деформаций приходится иметь дело с наличием достаточно сложного комплекса мешающих факторов, таких как: временная и пространственная неоднородность характеристик изображений и помех, неоднородность чувствительности датчиков, импульсные помехи и т. д. По своей природе указанные факторы имеют случайный характер, поэтому при обработке реальных изображений практически всегда присутствует как параметрическая, так и непараметрическая априорная неопределенность. В условиях априорной неопределенности перспективными представляются релейные стохастические адаптивные процедуры [21] вида:

$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_{t+1} \text{sign} \beta_{t+1} \left(Q \left(\mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}, \hat{\alpha}_t \right) \right), \quad (1)$$

где $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)^T$ – вектор оцениваемых параметров геометрических деформаций; Λ_t – матрица усиления, $\beta_t = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)^T$ – стохастический градиент целевой функции $Q \left(\mathbf{Z}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)} \right)$ качества оценивания; t – номер итерации.

Далее будем считать, что исследуемые изображения аддитивно зашумлены: $z_j^{(1)} = x_j^{(1)} + \theta_j^{(1)}$, $x_j^{(1)} \in \mathbf{X}^{(1)}$,

$\theta_j^{(1)} \in \Theta^{(1)}$; $z_j^{(2)} = x_j^{(1)}(\alpha) + \theta_j^{(2)}$, $x_j^{(1)}(\alpha) \in \mathbf{X}^{(2)}$, $\theta_j^{(2)} \in \Theta^{(2)}$; где $\Theta^{(1)}$, $\Theta^{(2)}$ – независимые Гауссовы случайные поля с нулевыми средними и одинаковыми дисперсиями σ_{θ}^2 ; $\mathbf{j} = (j_x, j_y) \in \Omega$ – координаты узла сетки отсчетов Ω , на которой заданы изображения; x, y – базовые оси изображений. При этом изображение $\mathbf{X}^{(2)}$ получено деформацией изображения $\mathbf{X}^{(1)}$ с параметрами α принятой модели деформаций. В частности, в проведенных исследованиях использована модель подобия [22], включающая в качестве параметров параллельный сдвиг (h_1, h_2) , угол поворота v и коэффициент масштаба k , то есть $\alpha = (h_1, h_2, v, k)^T$.

Моделирование процесса стохастического оценивания осложняется тем, что погрешность оценок параметров деформаций, формируемых процедурой (1), зависит от многих условий, в частности, характеристик исследуемых изображений и мешающих шумов, вида целевой функции качества оценивания и параметров процедуры. В рамках данной работы вероятностные характеристики изображений и мешающего шума будем задавать ПРВ и автокорреляционной функцией (АКФ), а стохастическую процедуру характеризовать видом стохастического градиента, матрицей усиления, числом итераций и начальным приближением оценок искомых параметров.

РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СНОСА ОЦЕНОК (ВСО)

Для принятой модели наблюдаемых изображений факторами, не зависящими от параметров процедуры (1), являются ПРВ и АКФ изображений $\mathbf{X}^{(1)}$, $\mathbf{X}^{(2)}$ и мешающего шума Θ . Сюда же можно отнести вид целевой функции Q . К характеристикам процедуры, которыми можно управлять при её реализации, можно отнести способ расчета стохастического градиента β , вид матрицы усиления Λ_ν , число итераций T и начальное приближение $\hat{\alpha}_0$ оценок параметров α . Для упрощения процедуры моделирования целесообразно использовать минимальный набор величин, характеризующих независимые факторы достаточно для нахождения вероятностных оценок параметров, как функции β_ν , Λ_ν , T и $\hat{\alpha}_0$. В качестве таких величин в настоящей работе использованы ВСО $\rho_i = (\rho_i^+, \rho_i^0, \rho_i^-)^T$ [23, 24], где ρ_i^+ – вероятность изменения оценки параметра α_i в сторону оптимального значения α_i^* ; ρ_i^- – от α_i^* ; ρ_i^0 – не изменения оценки. Заметим, что если в соответствии с критерием оптимальности целевая функция, например, максимизируется, а $(\hat{\alpha}_i - \alpha_i^*) > 0$, то ρ_i^+ соответствует отрицательности проекции β_i градиента целевой функции:

$$\rho_i^+(\varepsilon_t) = P\{\beta_i < 0\} = \int_{-\infty}^0 w(\beta_i(Z_t, \hat{\alpha}_{i,t-1})) d\beta_i, \quad (2)$$

где $w(\beta_i(\cdot))$ – ПРВ проекции β_i в пространстве на ось α_i ; $\varepsilon_t = \hat{\alpha}_t - \alpha$ – рассогласование вектора оценок на t -й итерации; $Z_t = \{z_{jl}^{(2)}, \tilde{z}_{jl}^{(1)}\}$ – двумерная локальная выборка отсчетов $z_{jl}^{(2)} \in \mathbf{Z}^{(2)}$ и $\tilde{z}_{jl}^{(1)} = \tilde{z}^{(1)}(\mathbf{j}, \hat{\alpha}_t) \in \tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}$, $\mathbf{j}_t \in \Omega$, $\in \Omega$ по которой рассчитывается оценка градиента; Ω_t – множество координат локальной выборки отсчетов Z_t ; $\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}$ – передискретизированное изображение, полученное из $\mathbf{Z}^{(1)}$ с помощью некоторой аппроксимации по текущим оценкам $\hat{\alpha}_t$ параметров используемой модели деформаций.

В предположении, что исследуемые изображения $\mathbf{Z}^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$ имеют Гауссово распределение яркостей с нулевым средним с известной АКФ $R(\mathbf{j})$, найдены выражения для расчета ВСО для случаев использования в качестве целевой функции среднего квадрата межкадровой разности с оценкой на t -й итерации:

$$q_t = \mu^{-1} \sum_{\mathbf{j}_l \in \Omega_t} (z_{jl}^{(2)} - \tilde{z}_{jl}^{(1)})^2, \quad (3)$$

и коэффициента межкадровой корреляции с оценкой:

$$q_t = (\mu \hat{\sigma}_{Z1} \hat{\sigma}_{Z2})^{-1} \times \left(\sum_{\mathbf{j}_l \in \Omega_t} z_{jl}^{(2)} \tilde{z}_{jl}^{(1)} - \mu^{-1} \sum_{\mathbf{j}_l \in \Omega_t} z_{jl}^{(2)} \sum_{\mathbf{j}_l \in \Omega_t} \tilde{z}_{jl}^{(1)} \right), \quad (4)$$

где μ – объем локальной выборки Z_t ; $\hat{\sigma}_{Z1}^2$ и $\hat{\sigma}_{Z2}^2$ – оценки дисперсий изображений $\mathbf{Z}^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$.

В соответствии с (2) для расчета $\rho_i^+(\bar{\varepsilon})$ необходимо найти ПРВ $w(\beta_i)$ проекции β_i градиента:

$$\beta_i = \frac{2}{\mu} \sum_{\mathbf{j}_l \in \Omega_t} (z_{jl}^{(2)} - \tilde{z}_{jl}^{(1)}) \left(\frac{d\tilde{z}_{jl}^{(1)}}{dx} \gamma_i + \frac{d\tilde{z}_{jl}^{(1)}}{dy} \zeta_i \right), \quad (5)$$

где γ_i и ζ_i – функции, зависящие от параметров принятой модели межкадровых геометрических деформаций. Так, для параметров модели подобия получаем:

$$\begin{aligned} \gamma_{h1} &= 1, \quad \gamma_{h2} = 0, \\ \gamma_v &= -k((a_l - j_{1o}) \sin v + (b_l - j_{2o}) \cos v), \\ \gamma_k &= (a_l - j_{1o}) \cos v - (b_l - j_{2o}) \sin v, \\ \zeta_{h1} &= 0, \quad \zeta_{h2} = 1, \\ \zeta_v &= k((a_l - j_{1o}) \cos v + (b_l - j_{2o}) \sin v), \\ \zeta_k &= (a_l - j_{1o}) \sin v - (b_l - j_{2o}) \cos v, \end{aligned}$$

где (j_{1o}, j_{2o}) – координаты центра поворота.

Поскольку в реальных условиях зависимость $\tilde{z}_{jl}^{(1)}$ от α и $\mathbf{j}$ априорно неизвестна, то можно использовать оценки производных $\frac{d\tilde{z}_{jl}^{(1)}}{dx}$ и $\frac{d\tilde{z}_{jl}^{(1)}}{dy}$ через конечные разности.

Тогда, например, при аппроксимации второго порядка:

$$\frac{d\tilde{z}_{jl}^{(1)}}{dx} \approx \frac{\tilde{z}_{jl}^{(1)}(j_{1l}-1, j_{2l}, \alpha) - \tilde{z}_{jl}^{(1)}(j_{1l}+1, j_{2l}, \alpha)}{2},$$

$$\frac{d\tilde{z}_{jl}^{(1)}}{dy} \approx \frac{\tilde{z}_{jl}^{(1)}(j_{1l}, j_{2l}-1, \alpha) - \tilde{z}_{jl}^{(1)}(j_{1l}, j_{2l}+1, \alpha)}{2}.$$

Анализ показал, что величина β_i при увеличении μ быстро нормализуется. Так уже при $\mu = 2$ выражение

(5) содержит не менее шестнадцати однотипных слагаемых. Тогда, считая ПРВ β_i близкой к Гауссовой, в соответствии с (2) вероятность ρ_i^+ , $i = \overline{1, m}$, можно найти как:

$$\rho_i^+ = 1 - F\left(\frac{M\{\beta_i\}}{\sigma\{\beta_i\}}\right), \quad (7)$$

где $F(\cdot)$ – функция Лапласа.

При выборе для синтеза стохастической процедуры в качестве целевой функции среднего квадрата межкадровой разности (3) для математического ожидания $M[\beta_i]$ и дисперсии $\sigma^2[\beta_i]$ стохастического градиента получаем:

$$M[\beta_i] = -\sum_{l=1}^{\mu} \sigma_x^2 \left((R(a_l-1; b_l) - R(a_l+1; b_l)) \gamma_{il} + (R(a_l; b_l-1) - R(a_l; b_l+1)) \zeta_{il} \right), \quad (8)$$

$$\sigma^2[\beta_i] = 4 \sum_{l=1}^{\mu} \sigma_x^4 \left((\gamma_{il}^2 + \zeta_{il}^2) \left((1 - R(a_l; b_l)) (1 - R(2)) + g^{-1} (2 - R(a_l; b_l) - R(2) + g^{-1}) \right) + \right. \\ \left. + (\gamma_{il} (R(a_l-1; b_l) - R(a_l; b_l+1)) + \zeta_{il} (R(a_l; b_l-1) - R(a_l; b_l+1)))^2 \right). \quad (9)$$

При использовании коэффициента межкадровой корреляции (4) выражения (8) и (9) принимают вид:

$$M[\beta_i] \cong -0,5(1 - \mu^{-1}) \sum_{l=1}^{\mu} \left((R(a_l+1; b_l) - R(a_l-1; b_l)) \gamma_i + (R(a_l; b_l+1) - R(a_l; b_l-1)) \zeta_i \right), \quad (10)$$

$$\sigma^2[\beta_i] \cong 0,5(1 - \mu^{-1})^2 \left((\gamma_i^2 + \zeta_i^2) (1 - R(2)) \left(1 + (\mu-1)^{-1} \left(1 + 2\mu^{-1} \sum_{l=1}^{\mu} R^2(a_l, b_l; j_{1l}, j_{2l}) \right) \right) + \right. \\ \left. + g^{-1} (2 - R(2) + g^{-1}) \right) + 0,25 (\gamma_i (R(a+1; b) - R(a-1; b)) + \zeta_i (R(a; b+1) - R(a; b-1)))^2. \quad (11)$$

где $R(a; b)$ – нормированная АКФ изображения; a_l и b_l – расстояние рассогласования между координатами отсчетов $\tilde{z}_{jl}^{(2)}$ и $\tilde{z}_{jl}^{(1)}$ по осям x и y соответственно. Аналогично могут быть получены выражения и для вероятностей ρ_i^- ($\bar{\varepsilon}$) и ρ_i^0 ($\bar{\varepsilon}$).

Для примера на рисунке 1а приведены зависимости функции $\rho_{i=h}^+$ от рассогласования (погрешности оценивания) $\varepsilon_h = \hat{h}_x - h_x$ для ситуации, когда параметром оценивания является параллельный сдвиг изображения $\mathbf{Z}^{(2)}$ по координате x . Графики рассчитаны с использованием соотношений (8) и (9) при $\mu = 1$ (кривая 1), $\mu = 4$ (кривая 2) и $\mu = 10$ (кривая 3). На рисунке 1б – графики, полученные по соотношениям (10) и (11) при $\mu = 2$ (кривая 1), $\mu = 4$ (кривая 2) и $\mu = 10$ (кривая 3). Расчет проведен для изображений с Гауссовой АКФ радиуса корреляции 5 и отношения сигнал/шум $g = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_\theta^2} = 10$. Там же показаны экспериментальные результаты (крестики), полученные статистическим моделированием на имитиро-

ванных изображениях с аналогичными параметрами, синтезированных с использованием волновой модели [25]. Экспериментальные результаты усреднены по 150 реализациям. Видно, что уже при $\mu = 4$ аппроксимация ПРВ стохастического градиента Гауссовым законом дает удовлетворительные результаты.

Рис. 1. Примеры зависимости ВСО от погрешности оценивания

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРВ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ НА ЗАДАННОЙ ИТЕРАЦИИ ОЦЕНИВАНИЯ

На основе описанного выше приема расчета ВСО разработана методика вероятностного финитного моделирования процесса стохастического оценивания параметров межкадровых деформаций последовательности изображений. Методика направлена на расчет ПРВ оцениваемых параметров и других вероятностных характеристик. Особенностью методики является то, что она вместо многомерной ПРВ оценок параметров позволяет хранить только распределения вероятностей отдельных оценок. Это дало возможность существенно снизить требования к объему памяти, необходимой для моделирования.

При формировании массивов ВСО использована дискретизация области определения параметров. Заметим, что даже при регулярной дискретизации параметров в области их определения получаем нерегулярную сетку точек пространства параметров, в которых рассчитываются значения вероятностей сноса. Для нахождения значений ВСО в промежуточных точках использована линейная аппроксимация этой нерегулярной сетки. Принятый подход позволил существенно сократить вычислительные затраты.

Ещё одной особенностью при моделировании каждой итерации оценивания и расчете ПРВ оцениваемых параметров является адаптивное ограничение границ окна моделирования в пространстве параметров. При этом с целью сохранения точности предусмотрена коррекция ВСО в узлах дискретизированной области определения вблизи границ окна моделирования.

На рисунке 2 приведены примеры расчета ПРВ w_ε погрешности ε оценки параллельного сдвига изображений на различных итерациях релейного оценивания. Рисунок 2а получен для случая оценивания параметра сдвига при элементе матрицы усиления, изменяющемся по правилу:

$$\lambda_t = \text{var} = \frac{\lambda_0}{1 + kt},$$

где λ_0 и k – постоянные коэффициенты, зависящие от АКФ изображений. Рисунок 2б соответствует ситуации

$\lambda_t = \text{const}$. В обоих случаях исходное рассогласование сдвига составляло 5 шагов сетки отсчетов, объём локальной выборки $\mu = 4$. Из рисунков видно, что при $\lambda_t = \text{const}$ начиная примерно с 520 итерации процесс оценивания стабилизируется. После этого дальнейшее увеличение числа итераций не приводит к увеличению точности оценивания. Это позволяет для заданного класса изображений найти, в частности, значения элементов матрицы усиления, обеспечивающие требуемую точность оценивания, а также число итераций для достижения вектором оценок области стабилизации. При $\lambda_t = \text{var}$ процесс формирования ПРВ не имеет равновесного состояния, дисперсия оценивания теоретически постоянно уменьшается. Точность формируемых оценок в этом случае зависит от числа итераций и коэффициента k уменьшения параметра λ_t . Сказанное иллюстрируется графиками рисунка 2в, на котором приведены зависимости дисперсий σ_ε^2 оценок от числа итерации для тех же условий моделирования. Здесь кривая 1 соответствует $\lambda_t = \text{var}$, кривая 2 – $\lambda_t = \text{const}$. Видно, что при $\lambda_t = \text{const}$ величина дисперсии стабилизируется, а при $\lambda_t = \text{var}$ монотонно убывает с увеличением числа итераций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При моделировании процесса стохастического оценивания параметров межкадровых геометрических деформаций изображений приходится учитывать сложный комплекс влияющих факторов. В частности, факторами, не зависящими от параметров стохастической процедуры, являются ПРВ и АКФ изображений и мешающие шумы, а также вид целевой функции качества оценивания. К характеристикам процедуры, на которые можно воздействовать, относятся способ расчета стохастического градиента, матрица усиления, число итераций и начальное приближение вектора оценок параметров. Для реализуемости процедуры моделирования целесообразно использовать минимальный набор величин, характеризующих независимые факторы достаточно для нахождения вероятностных оценок параметров как функции управляемых характеристик процедуры. В качестве таких величин в работе использованы ВСО.

Для получения расчетных выражений ВСО параметров использована нормализуемость стохастического градиента целевой функции стохастического оценивания при увеличении объема локальной выборки, по которой он находится. Получены выражения для ситуаций использования в качестве целевых функций среднего квадрата межкадровой разности и коэффициента межкадровой корреляции.

Рис. 2. Плотность распределения и дисперсия оценки параллельного сдвига при постоянном и уменьшающемся шаге оценивания

При моделировании процесса стохастического оценивания на каждой итерации применено адаптивное ограничение границ окна моделирования в пространстве параметров. При этом с целью сохранения точности моделирования выполняется коррекция вероятностей сноса в узлах дискретизированной области определения параметров вблизи границ окна моделирования. Такой учет вероятности нахождения оценок за пределами окна моделирования позволил в несколько раз сократить вычислительные затраты при сохранении адекватности модели.

Предложенная методика вероятностного финитного моделирования может быть использована для нахождения точностных и вероятностных характеристик стохастических алгоритмов оценивания межкадровых геометрических деформаций изображений при заданном числе итераций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев А.А., Замятин А.В. Гибридные методы автоматизированной идентификации изменений ландшафтного покрова по данным дистанционного зондирования Земли в условиях шумов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 3. – С. 431–440.
2. Коноваленко И.В., Пастух О.А., Марущак П.О. Использование нечетких множеств для оценки геометрических параметров повреждений поверхности // Автометрия. – 2016. Т. 52, №. 4. – С. 319–327.
3. Conforming identification of the fundamental matrix in image matching problem / V.A. Fursov et al. // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 4. – С. 559–563.
4. Максимов А.И., Гашников М.В. Адаптивная интерполяция многомерных сигналов при дифференциальной компрессии // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42, № 4. – С. 679–687.
5. Tashlinskii A.G. Computational expenditure reduction in pseudo-gradient image parameter estimation // International Conference on Computational Science. Springer, Berlin, Heidelberg, 2003. pp. 456–462.
6. Rocco I., Arandjelovic R., Sivic J. Convolutional neural network architecture for geometric matching // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2017. pp. 6148–6157.
7. Agarwal N., Bullins B., Hazan E. Second-order stochastic optimization for machine learning in linear time // The Journal of Machine Learning Research. 2017. V. 18, N. 1. pp. 4148–4187.
8. Allen-Zhu Z. Katyusha: the first direct acceleration of stochastic gradient methods // Proceedings of the 49th Annual ACM SIGACT Symposium on Theory of Computing. Canada: Montreal, 2017. pp. 1200–1205.
9. Tashlinskii A.G. Optimization of goal function pseudogradient in the problem of interframe geometrical deformations estimation // Pattern Recognition Techniques, Technology and Applications. – INTECH Open Access Publisher, 2008. (Vienna: I Tech Education and Publishing). Chapter 10. pp. 249–280.
10. Борисова И.В., Легкий В.Н., Кравец С.А. Применение ориентации градиента яркости для систем сопровождения объектов // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, №. 6. – С. 931–937.
11. Shalev-Shwartz Sh. and Zhang T. Accelerated proximal stochastic dual coordinate ascent for regularized loss minimization // Mathematical Programming. 2016. V. 155, N. 1. – pp. 105–145.
12. Moritz Ph., Nishihara R, Jordan M.I. A linearly-convergent stochastic L-BFGS algorithm // In Proceedings of the 19th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics. – AISTATS, 2016. pp. 249–258.
13. Tashlinskii A.G., Smirnov P.V., Tsaryov M.G. Pixel-by-pixel estimation of scene motion in video // ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information. Copernicus Publications, 2017. V. XLII-2/W4. pp. 61–65.
14. Tashlinskii A.G., Safina G.L. The convergence rate optimization of geometrical image inter-frame transformations parameters at recurrent estimation // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing Ltd, 2018. V. 1096, N. 1. p. 012032.
15. Tashlinskiy A.G., Zhukova A.V. Effectiveness of correlation and information measures for synthesis of recurrent algorithms for estimating spatial deformations of video sequences // Proceedings of the International conference Information Technology and Nanotechnology, Session Image Processing, Geoinformation Technology and Information Security (IPGTIS-ITNT 2017). – CEUR Workshop Proceedings, 2017. V. 1901. pp. 235–239.
16. Tashlinskii A.G., Tsaryov M.G. Detection of radio pulses in unfiltered signals received by spatially distributed receivers // Procedia Engineering. Elsevier, 2017. V. 201. pp. 296–301.
17. Tashlinskii A.G., Tsarev M.G. An algorithm for time shift estimation of radio pulses received by spatially distributed sensors // International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON), IEEE Conference № 35463. 2015. – URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7147237> (дата обращения: 02.10.2019).
18. Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Оптимальные псевдоградиентные алгоритмы адаптации // Автоматика и телемеханика. – 1980. – № 8. – С. 74–84.
19. Степанов О.А. Предельно достижимая точность совмещения гауссовских изображений // Автометрия. – 1990. – № 5. – С. 16–23.
20. Цыпкин Я.З. Информационная теория идентификации. – М.: Наука. Физматлит, 1995. – 336 с.
21. Tashlinskii A.G. Pseudogradient Estimation of Digital Images Interframe Geometrical Deformations // Vision Systems: Segmentation & Pattern Recognition. Vienna, Austria: I Tech Education and Publishing, 2007. pp. 465–494.
22. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2012. – 1104 с.
23. Tashlinskii A.G. The Efficiency of Pseudogradient Procedures for the Estimation of Image Parameters with

a Finite Number of Iterations // Pattern Recognition and Image Analysis (Advances in Mathematical Theory and Applications). 1998. V. 8, N. 2. pp. 260–261.

24. Ташлинский А.Г., Воронов И.В. Вероятность сноса оценок параметров межкадровых геометрических деформаций изображений при псевдоградиентном оценивании // Известия Самарского научного центра РАН. – 2014. – Т. 16, № 6. – С. 612–615.

25. Крашенинников В.Р. Статистические методы обработки изображений : учеб. пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2015. – 167 с.

REFERENCES

1. Afanasev A.A., Zamiatin A.V. Gibrindnye metody avtomatizirovannoi identifikatsii izmenenii landshaftnogo pokrova po dannym distantsionnogo zondirovaniia Zemli v usloviakh shumov [Hybrid Methods for Automatic Landscape Change Detection in Noisy Data Environment]. *Kompiuternaia optika* [Computer Optics], 2017, vol. 41, no. 3, pp. 431–440.
2. Konovalenko I.V., Pastukh O.A., Marushchak P.O. Ispolzovanie nechetkikh mnozhestv dlia otsenki geometricheskikh parametrov povrezhdenii poverkhnosti [Using Fuzzy Sets to Estimate the Geometric Parameters of Surface Damage]. *Avtometriya* [Autometering], 2016, vol. 52, no. 4, pp. 319–327.
3. Fursov V.A. et al. Conforming Identification of the Fundamental Matrix in Image Matching Problem. *Komputernaia optika* [Computer Optics], 2017, vol. 41, no. 4, pp. 559–563.
4. Maksimov A.I., Gashnikov M.V. Adaptivnaia interpoliatsiia mnogomernykh signalov pri differentsialnoi kompressii [Adaptive Interpolation of Multidimensional Signals for Differential Compression]. *Komputernaia optika* [Computer Optics], 2018, vol. 42, no. 4, pp. 679–687.
5. Tashlinskii A.G. Computational Expenditure Reduction in Pseudo-Gradient Image Parameter Estimation. *International Conference on Computational Science*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2003, pp. 456–462.
6. Rocco I., Arandjelovic R., Sivic J. Convolutional Neural Network Architecture for Geometric Matching. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 2017, pp. 6148–6157.
7. Agarwal N., Bullins B., Hazan E. Second-Order Stochastic Optimization for Machine Learning in Linear Time. *The Journal of Machine Learning Research*, 2017, vol. 18, no. 1, pp. 4148–4187.
8. Allen-Zhu Z. Katyusha: the First Direct Acceleration of Stochastic Gradient Methods. *Proceedings of the 49th Annual ACM SIGACT Symposium on Theory of Computing*. Canada, Montreal, 2017, pp. 1200–1205.
9. Tashlinskii A.G. Optimization of Goal Function Pseudogradient in the Problem of Interframe Geometrical Deformations Estimation. *Pattern Recognition Techniques, Technology and Applications*. INTECH Open Access Publisher, 2008, (Vienna: I Tech Education and Publishing), Chapter 10, pp. 249–280.
10. Borisova I.V., Legkii V.N., Kravets S.A. Primenenie orientatsii gradienta iarkosti dlia sistem avtosoprovozhdeniia obekтов [Application of the Gradient Orientation for Systems of Automatic Target Detection]. *Kompiuternaia optika* [Computer Optics], 2017, vol. 41, no. 6, pp. 931–937.
11. Shalev-Shwartz Sh. and Zhang T. Accelerated Proximal Stochastic Dual Coordinate Ascent for Regularized Loss Minimization. *Mathematical Programming*, 2016, vol. 155, no. 1, pp. 105–145.
12. Moritz Ph., Nishihara R, Jordan M.I. A Linearly-convergent Stochastic L-BFGS Algorithm. *Proceedings of the 19th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*. AISTATS, 2016, pp. 249–258.
13. Tashlinskii A.G., Smirnov P.V., Tsarev M.G. Pixel-by-Pixel Estimation of Scene Motion in Video. *ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information*. Copernicus Publications, 2017, V. XLII-2/W4, pp. 61–65.
14. Tashlinskii A.G., Safina G.L. The Convergence Rate Optimization of Geometrical Image Inter-Frame Transformations Parameters at Recurrent Estimation. *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing Ltd, 2018, vol. 1096, no. 1, p. 012032.
15. Tashlinskii A.G., Zhukova A.V. Effectiveness of Correlation and Information Measures for Synthesis of Recurrent Algorithms for Estimating Spatial Deformations of Video Sequences. *Proceedings of the International Conference Information Technology and Nanotechnology, Session Image Processing, Geoinformation Technology and Information Security (IPGTIS-ITNT 2017)*. CEUR Workshop Proceedings. 2017, vol. 1901, pp. 235–239.
16. Tashlinskii A.G., Tsarev M.G. Detection of Radio Pulses in Unfiltered Signals Received by Spatially Distributed Receivers. *Procedia Engineering*. Elsevier, 2017, vol. 201, pp. 296–301.
17. Tashlinskii A.G., Tsarev M.G. An Algorithm for Time Shift Estimation of Radio Pulses Received by Spatially Distributed Sensors. *International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON)*, IEEE Conference no. 35463. 2015. Available at: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7147237> (accessed: 02.10.2019).
18. Poliak B.T., Tsyppkin Ia.Z. Optimalnye psevdogradientnye algoritmy adaptatsii [Optimal Pseudogradient Algorithms of Adaptation]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automatics and Telemechanics]. 1980, no. 8, pp. 74–84.
19. Stepanov O.A. Predelno dostizhimaia tochnost sovmeshcheniia gaussovskikh izobrazhenii [Extremum Anticipated Accuracy Gaussian Images]. *Avtometriya* [Autometering], 1990, no. 5, pp. 16–23.
20. Tsyppkin Ia.Z. *Informatsionnaia teoriia identifikatsii* [Information Identification Theory]. Moscow, Nauka. Fizmatlit Publ., 1995. 336 p.
21. Tashlinskii A.G. Pseudogradient Estimation of Digital Images Interframe Geometrical Deformations. *Vision Systems: Segmentation & Pattern Recognition*.

Vienna, Austria: I Tech Education and Publishing, 2007, pp. 465–494.

22. Gonsales R., Woods R. *Tsifrovaia obrabotka izobrazhenii* [Digital Image Processing]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2012. 1104 p.

23. Tashlinskii A.G. The Efficiency of Pseudogradient Procedures for the Estimation of Image Parameters with a Finite Number of Iterations. *Pattern Recognition and Image Analysis (Advances in Mathematical Theory and Applications)*, 1998, vol. 8, no. 2, pp. 260–261.

24. Tashlinskii A.G., Voronov I.V. Veroiatnost snosa otsenok parametrov mezhkadrovyykh geometricheskikh

deformatsii izobrazhenii pri psevdogradientnom otsenivanii [Synthesis of Pseudogradient Procedures of Images Binding by Criterion of Maximum Mutual Information]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN* [Academic Journal Izvestia of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences], 2014, vol. 16, no. 6, pp. 612–615.

25. Krasheninnikov V.R. *Statisticheskie metody obrabotki izobrazhenii. Ucheb. posobie*. [Statistical Methods of Image Processing. Tutorial]. Ulyanovsk, UISTU Publ., 2015. 167 p.