AUTOMATED CONTROL SYSTEMS

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 621.377

А.К. Иванов, В.А. Бабошин

МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ АСУ

Иванов Александр Куприянович, доктор технических наук, окончил физический факультет Иркутского государственного университета, аспирантуру Московского высшего технического училища им. Н.Э. Баумана, докторантуру Ульяновского государственного технического университета. Главный научный сотрудник ФНПЦ АО «НПО «Марс». Имеет монографии, учебное пособие, статьи в области математического моделирования иерархических АСУ реального времени. [e-mail: mars@mv.ru].

Бабошин Владимир Александрович, кандидат технических наук, доцент, окончил Ульяновское высшее военное командное училище связи, доцент кафедры «Информатика и математика» Санкт-Петербургского военного института войск национальной гвардии. Имеет статьи, изобретения в области анализа (синтеза) информационных систем и математического моделирования. [e-mail: boboberst@mail.ru].

Аннотация

Обоснована перспективность создания технологии разработки специального математического обеспечения (СМО) автоматизированной системы управления (АСУ) с целью повышения качества управления на основе автоматизации процессов содержательной обработки информации и поддержки принятия решений (ППР). Выполнен анализ различных составляющих специального программного обеспечения (СПО) и этапов их разработки, построена схема формирования, включающая объемы продукции на каждом этапе и интенсивности их роста и убывания. Математические модели формирования СМО образованы системами линейных дифференциальных уравнений. Получены аналитические решения, приведены графики изменения объемов на всех этапах. Для математического моделирования процессов формирования СМО ППР использованы уравнения Лотки-Вольтерры, отражающие творческий характер работы проектировщиков. Полученные уравнения исследованы на устойчивость с определением приближенных решений. Сформированные модели предназначены для оптимального распределения ресурсов по этапам разработки всех видов СПО.

Ключевые слова: специальное математическое обеспечение, технология проектирования, математическое моделирование.

doi:

MODELS FOR CREATING THE SPECIAL-PURPOSE MATHEMATICAL SUPPORT OF COMPUTER-AIDED CONTROL SYSTEMS

Aleksandr Kupriianovich Ivanov, Doctor of Sciences in Engineering; graduated from the Faculty of Physics at Irkutsk State University, Postgraduate Study at Bauman Moscow Technical School, Doctoral Study at Ulyanovsk

State Technical University; Chief Staff Scientist of FNPC JSC "RPA "Mars"; an author of monographs, text book, articles in the field of the mathematical modeling of hierarchical real-time computer-aided control systems. e-mail: mars@mv.ru.

Vladimir Aleksandrovich Baboshin, Candidate of Sciences in Engineering, Associate Professor: graduated from Ulyanovsk Higher Military Command College of Communications; Associate Professor at the Department of Informatics and Mathematics of St. Petersburg National Guard Forces Command Military Institute; an author of articles and inventions in the field of the analysis and synthesis of information systems and mathematical modeling. e-mail: boboberst@mail.ru.

Abstract

Authors provide reasons to a promising outlook for creating a technology for the development of special-purpose mathematical support of the computer-aided control system in order to improve the management based on process automation of content-related information processing and decision-making support. Different special-purpose software components as well as their development stages are analyzed. A block diagram of special-purpose mathematical support creating that includes production volume data at each stage and intensity of its growth and decrease. Linear differential equations build the mathematical models for creating the special-purpose mathematical support. Analytical decisions have been made, curves demonstrating the production volume change at all stages are provided. For mathematical modelling the processes of special-purpose mathematical support creating and decision-making support, authors use the Lotka-Volterra equations that demonstrate the creative behavior of designers' work. The equations obtained are examined for stability. Authors detect approximate decisions. The models built are designed for optimal source distribution among development stages of all the special-purpose software types.

Key words: special-purpose mathematical support, design technology, mathematical modelling.

ВВЕДЕНИЕ

Современная наука уделяет большое внимание вопросам управления в целом и количественным методам обоснования принимаемых решений в частности.

Созданы огромные материальные ресурсы. Эффективное использование их во многом определяется качеством управления. Принципиально новое качество управлению могут придать средства автоматизации. Однако надежды на повышение качества управления путем внедрения автоматизированных систем управления (АСУ) в полной мере еще не оправдались. Возможности средств автоматизации переработки информации используются далеко не в полной мере. Более того там, где они могут принести наибольший эффект, при обеспечении принятия своевременных и обоснованных решений на всех уровнях управления, они практически не используются [1, 2].

Можно указать следующие основные причины подобного положения [3, 4].

Во-первых, управление в обществе является сложным творческим процессом. Еще недостаточно глубоко изучены и формализованы законы управления, и это сдерживает внедрение средств автоматизации.

Во-вторых, понятие АСУ в основном отождествляется с вычислительной техникой. При этом недооценивается роль алгоритмов и программ, предназначенных для содержательной переработки информации с целью выработки количественно обоснованных предложений для принятия решений в процессе управления.

Следовательно, в совершенствовании нуждается организация разработки этих средств. Разработка средств содержательной переработки информации ве-

дется бессистемно. На их разработку выделяются недостаточные ресурсы. Создаваемые средства содержательной переработки информации не материализуются в форме, позволяющей их накопление, распространение, совершенствование, а также эффективное использование.

В-третьих, до настоящего времени отсутствуют теория построения специального математического обеспечения (СМО) управления, технология его разработки, внедрения и использования. Разработка вычислительной техники ведется на промышленной основе. Разработка СМО управления ведется мелкими неспециализированными подразделениями. Для устранения сложившегося несоответствия между созданием технических средств и математического обеспечения АСУ необходимо разработку СМО управления превратить из искусства в научно обоснованный технологический процесс.

Одним из начальных этапов создания технологии является математическое моделирование отдельных процессов с целью выявления основных закономерностей, изучение которых невозможно теоретическими методами или путем натурных экспериментов [5, 6].

В [7] построены математические модели последовательного преобразования данных в информацию, информации – в знания и знаний – в проектные решения в виде линейных систем дифференциальных уравнений и нелинейных систем Лотки и Вольтерры. Учитывая определенное сходство процессов формирования знаний и процессов создания СМО, можно использовать полученные результаты с учетом разнообразия деятельности должностных лиц больших организационных систем.

1 СХЕМА ФОРМИРОВАНИЯ СМО

Составные части СМО АСУ устанавливаются в соответствии с основными этапами процесса управления и включают:

- информационные решения на основе сбора и анализа данных об обстановке (СМО₁);
- информационно-расчетные задачи на основе аналитических зависимостей между параметрами (СМО₂);
- математические модели и алгоритмы поддержки принятия решений (ППР) структурированных задач (СМО₃);
- математические модели и алгоритмы ППР слабоструктурированных и неструктурированных задач (СМО₄).

Предложены следующие основные методы подготовки принятия информационных решений [8]:

- метод сопоставления данных (корреляционный метод);
- метод фильтрации данных;
- метод распознавания ситуаций.

Метод сопоставления данных включает: группирование данных от различных источников информации; определение веса сообщений; объединение однотипных данных; выработка порога; сравнение с порогом; решение.

Метод фильтрации содержит следующие этапы: анализ данных по параметрам фильтра; выявление подтверждений; определение весовых коэффициентов; объединение данных; сравнение с порогом; принятие решения.

Процедура распознавания содержит следующие этапы: выделение информации о ситуации (т. е. об обстановке и процессе ее развития) из общего потока информации; анализ этой информации, разделение ее на части, относящиеся к различным признакам обстановки и процесса; определение признаков, т. е. восстановление обстановки и процесса ее развития, на основании полученной информации; прогнозирование, определение возможных последствий; определение степени достоверности прогноза и сопоставление его с исходной информацией, устранение противоречий; сопоставление описания в целом; принятие решения.

Установление аналитических зависимостей между параметрами в теории сложных систем ведется в основном по двум направлениям:

- создание общего математического аппарата для построения всей совокупности формальных соотношений между параметрами, образующими статическую модель системы;
- установление отдельных соотношений на основе логического анализа взаимосвязей и решения частных задач.

В [9] предлагается использовать для построения зависимостей аналитическую аппроксимацию экспериментальных данных, получаемых посредством специально разработанных имитационных моделей.

Структурированные задачи представляют собой математическое описание процессов функционирования исследуемых систем. Они различаются как по характеру, так и по степени сложности. Существуют модели детерминистические и вероятностные (стохастические). Как те, так и другие содержат подлежащую оптимизации целевую функцию и некоторую совокупность ограничений. Физический смысл целевой функции зависит от существа оптимизационной задачи. Фигурирующие в математической модели ограничения представляют собой систему соотношений, сужающих область допустимых значений, так называемых управляемых переменных, т. е. тех измеримых величин (параметров и факторов), значения которых подлежат оптимизации. Выраженные через управляемые переменные целевая функция и ограничения и составляют математическую модель задачи организационного управления (или задачи оптимизации управляющего решения). При решении практических структурированных задач находят эффективное применение различные классы оптимизационных моделей (линейные, нелинейные, динамические, целочисленные, имитационные) и методы оптимизации, основанные на использовании математического программирования [10].

К слабоструктурированным относятся проблемы, которые содержат как количественные, так и качественные переменные, причем качественные аспекты проблемы имеют тенденцию доминировать. Неструктурированные проблемы имеют лишь качественное описание.

Существуют две группы задач принятия решений. В задачах первой группы осуществляется анализ заданных альтернатив. В задачах второй группы находится решающее правило, позволяющее оценить любые альтернативы. Разработаны многокритериальные методы решения задач, принадлежащих к первой и второй группам [11].

Многокритериальная теория полезности (МАУТ) представляет собой дальнейшее развитие теории полезности. Методы МАУТ имеют аксиоматическое обоснование: вводятся аксиомы и доказывается существование функции полезности в той или иной форме. Особо важную роль играют аксиомы (условия) независимости, определяющие, что отношения между частью критериальных оценок альтернатив не зависят от фиксированных значений по другим критериям. Методы МАУТ позволяют определить полезность каждой из альтернатив. Наиболее целесообразно применение этих методов для задач первой группы с большим числом альтернатив. Широко известен подход аналитической иерархии (АНР). В соответствии с этим подходом для заданной группы альтернатив определяются путем попарных сравнений коэффициенты важности критериев, целей (если их несколько), альтернатив (для каждого из критериев). Общая ценность альтернативы определяется путем суммирования произведений коэффициентов важности. Одним из пер-

вых подходов к сравнению многокритериальных альтернатив является подход, основанный на определении бинарного отношения превосходства альтернатив по качеству (outranking relation). Этот подход реализован в виде совокупности методов ELECTRE. Методы ELECTRE позволяют определять для каждой пары альтернатив индексы согласия и несогласия с гипотезой превосходства одной альтернативы над другой. При заданных уровнях согласия и несогласия две альтернативы могут находиться в отношениях превосходства, эквивалентности и несравнимости. Последовательное выделение ядер позволяет упорядочить альтернативы по качеству.

На рисунке 1 представлены этапы формирования составных частей СМО. По результатам обследования объекта автоматизации устанавливаются с определенными скоростями (K_{11} , K_{12} , K_{13} , K_{14}) исходные данные для разработки соответствующих частей СМО. Объемы исходных данных (V_{11} , V_{12} , V_{13} , V_{14}) непрерывно возрастают за счет результатов обследования и используются для повышения объема СМО (V_{21} , V_{22} , V_{23} , V_{24}). Скорости формирования СМО (K_{21} , K_{22} , K_{23} , K_{24}) зависят от выделенных ресурсов, опыта и квалификации разработчиков. На основе СМО разрабатывается специальное программное обеспечение (СПО) (СПО₁, СПО₂, СПО₃, СПО₄). Объемы СПО (V_{31} , V_{32} , V_{33} , V_{34}) образуются из объемов СМО со скоростями (K_{31} , K_{32} , K_{33} , K_{34}), определяемыми производительностью программистов.

Двойная стрелка K_{23} отражает более сложный характер работ по формированию СМО₃ из исходных данных по сравнению с первой и второй ветвями схемы. Скорость формирования будет пропорциональна полученному объему, что связано с возрастанием опыта при выполнении работ.

Еще более сложной представляется ветвь построения СМО₄, в которой скорость формирования исходных данных также пропорциональна полученному объему V_{14} наряду со скоростью формирования объема V_{24} .

2 ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ СМО ИНФОРМАЦИОННО-РАСЧЕТНЫХ ЗАДАЧ

Относительно простой характер выполнения этапов формирования СМО информационно-расчетных задач позволяет использовать для моделирования линейные системы дифференциальных уравнений [7].

Процесс формирования описывается следующей системой:

$$\frac{dV_{11}}{dt} = K_{11} - K_{21}V_{11};$$

$$\frac{dV_{21}}{dt} = K_{21}V_{11} - K_{31}V_{21};$$

$$\frac{dV_{31}}{dt} = K_{31}V_{21}.$$

Решение неоднородных уравнений находится методом вариации постоянной [12]:

$$V_{11} = C(t)e^{-K_{21}t}, \quad \frac{dC}{dt} = K_{11}e^{K_{21}t},$$

$$C(t) = \frac{K_{11}}{K_{21}}e^{K_{21}t} + C_1;$$

$$\left(\frac{K_{11}}{K_{21}}e^{K_{21} \cdot 0} + C_1 \right) e^{-K_{21} \cdot 0} = 0, \quad C_1 = -\frac{K_{11}}{K_{21}};$$

$$V_{11} = \left(\frac{K_{11}}{K_{21}}e^{K_{21}t} - \frac{K_{11}}{K_{21}} \right) e^{-K_{21}t} = \frac{K_{11}}{K_{21}}(1 - e^{-K_{21}t});$$

$$V_{21} = C(t)e^{-K_{31}t},$$

$$\frac{dC}{dt} = K_{21}V_{21}e^{K_{31}t} = K_{11}(1 - e^{-K_{21}t})e^{K_{31}t};$$

Рис. 1. Схема формирования СМО АСУ

$$C(t) = \frac{K_{11}}{K_{31}} e^{K_{31}t} - \frac{K_{11}}{K_{31} - K_{21}} e^{(K_{31} - K_{21})t} + C_1;$$

$$\left(\frac{K_{11}}{K_{31}} e^{K_{31} \cdot 0} - \frac{K_{11}}{K_{31} - K_{21}} e^{(K_{31} - K_{21}) \cdot 0} + C_1 \right) e^{-K_{31} \cdot 0} = 0,$$

$$C_1 = \frac{K_{11}}{K_{31} - K_{21}} - \frac{K_{11}}{K_{31}};$$

$$V_{21} = \left(\frac{K_{11}}{K_{31}} e^{K_{31}t} - \frac{K_{11}}{K_{31} - K_{21}} e^{(K_{31} - K_{21})t} + \right.$$

$$\left. + \frac{K_{11}}{K_{31} - K_{21}} - \frac{K_{11}}{K_{31}} \right) e^{-K_{31}t} =$$

$$= \frac{K_{11}}{K_{31}} - \frac{K_{11}}{K_{31} - K_{21}} e^{-K_{21}t} + \frac{K_{11}e^{-K_{31}t}}{K_{31} - K_{21}} - \frac{K_{11}e^{-K_{31}t}}{K_{31}}.$$

Объем СПО₁ находится простым интегрированием с учетом начальных условий:

$$V_{31} = K_{31} \int V_{21} dt + C =$$

$$= K_{31} \int \left[\frac{K_{11}}{K_{31}} - \frac{K_{11}}{K_{31} - K_{21}} e^{-K_{21}t} + \right.$$

$$\left. + \frac{K_{11}e^{-K_{31}t}}{K_{31} - K_{21}} - \frac{K_{11}e^{-K_{31}t}}{K_{31}} \right] dt + C =$$

$$= K_{31} \left[\frac{K_{11}}{K_{31}} t + \frac{K_{11}e^{-K_{21}t}}{K_{21}(K_{31} - K_{21})} - \right.$$

$$\left. - \frac{K_{11}e^{-K_{31}t}}{K_{31}(K_{31} - K_{21})} + \frac{K_{11}e^{-K_{31}t}}{K_{31}K_{31}} \right] + C;$$

$$K_{31} \left[\frac{K_{11}}{K_{31}} \cdot 0 + \frac{K_{11}e^{-K_{21} \cdot 0}}{K_{21}(K_{31} - K_{21})} - \right.$$

$$\left. - \frac{K_{11}e^{-K_{31} \cdot 0}}{K_{31}(K_{31} - K_{21})} + \frac{K_{11}e^{-K_{31} \cdot 0}}{K_{31}K_{31}} \right] + C = 0;$$

$$C = -\frac{K_{31}K_{11}}{K_{21}(K_{31} - K_{21})} + \frac{K_{31}K_{11}}{K_{31}(K_{31} - K_{21})} - \frac{K_{31}K_{11}}{K_{31}K_{31}};$$

Рис. 2. Изменение объемов при формировании информационных и информационно-расчетных задач

$$V_{31} = K_{31} \left[\frac{K_{11}}{K_{31}} t + \frac{K_{11} e^{-K_{21}t}}{K_{21}(K_{31} - K_{21})} - \frac{K_{11} e^{-K_{31}t}}{K_{31}(K_{31} - K_{21})} + \frac{K_{11} e^{-K_{31}t}}{K_{31}K_{31}} \right] - \frac{K_{31}K_{11}}{K_{21}(K_{31} - K_{21})} + \frac{K_{31}K_{11}}{K_{31}(K_{31} - K_{21})} - \frac{K_{31}K_{11}}{K_{31}K_{31}}.$$

Процесс формирования СМО₂ описывается аналогичной системой:

$$\frac{dV_{12}}{dt} = K_{12} - K_{22}V_{12};$$

$$\frac{dV_{22}}{dt} = K_{22}V_{12} - K_{32}V_{22};$$

$$\frac{dV_{32}}{dt} = K_{32}V_{22}.$$

Решение неоднородных уравнений находится также методом вариации постоянной:

$$V_{12} = \left(\frac{K_{12}}{K_{22}} e^{K_{22}t} - \frac{K_{12}}{K_{22}} \right) e^{-K_{22}t} = \frac{K_{12}}{K_{22}} (1 - e^{-K_{22}t});$$

$$V_{22} = \left(\frac{K_{12}}{K_{32}} e^{K_{32}t} - \frac{K_{12}}{K_{32} - K_{22}} e^{(K_{32} - K_{22})t} + \frac{K_{12}}{K_{32} - K_{22}} - \frac{K_{12}}{K_{32}} \right) e^{-K_{32}t} = \frac{K_{12}}{K_{32}} - \frac{K_{12}}{K_{32} - K_{22}} e^{-K_{22}t} + \frac{K_{12} e^{-K_{32}t}}{K_{32} - K_{22}} - \frac{K_{12} e^{-K_{32}t}}{K_{32}};$$

$$V_{32} = K_{32} \left[\frac{K_{12}}{K_{32}} t + \frac{K_{12} e^{-K_{22}t}}{K_{22}(K_{32} - K_{22})} - \frac{K_{12} e^{-K_{32}t}}{K_{32}(K_{32} - K_{22})} + \frac{K_{12} e^{-K_{32}t}}{K_{32}K_{32}} \right] - \frac{K_{32}K_{12}}{K_{22}(K_{32} - K_{22})} + \frac{K_{32}K_{12}}{K_{32}(K_{32} - K_{22})} - \frac{K_{32}K_{12}}{K_{32}K_{32}}.$$

Графики решений для различных значений скоростей формирования приведены на рисунке 2.

3 Модель формирования СМО структурированных задач ППР

Сложный этап формирования структурированной задачи ППР, включающей задание целевой функции, оптимизируемых критериев и ограничений, можно в какой-то мере отобразить в математической модели путем установления скорости создания СМО пропорционально полученному объему. Такой подход в принципе оправдан, так как увеличение объема разработанного СМО приводит к возрастанию опыта и квалификации разработчиков.

Система уравнений, описывающая процесс, в этом случае совпадает с известным уравнением Лотки [13]:

$$\frac{dV_{13}}{dt} = K_{13} - K_{23}V_{13}V_{23};$$

$$\frac{dV_{23}}{dt} = K_{23}V_{13}V_{23} - K_{33}V_{23};$$

$$\frac{dV_{33}}{dt} = K_{33}V_{23}.$$

Первые два уравнения этой системы не зависят от V_{33} , поэтому их можно рассматривать отдельно. Стационарное решение системы:

$$\frac{dV_{13}}{dt} = 0, \quad \frac{dV_{23}}{dt} = 0.$$

Из этих условий получим систему алгебраических уравнений:

$$K_{13} - K_{23}V_{13}V_{23} = 0, \quad K_{23}V_{13}V_{23} - K_{33}V_{23} = 0.$$

Координаты особой точки:

$$\overline{V_{13}} = \frac{K_{33}}{K_{23}}, \quad \overline{V_{23}} = \frac{K_{13}}{K_{33}}.$$

Исследуем устойчивость этого стационарного состояния методом Ляпунова. Введем новые переменные U_{13} , U_{23} , характеризующие отклонение переменных V_{13} , V_{23} :

$$V_{13}(t) = \overline{V_{13}} + U_{13}(t) = \frac{K_{33}}{K_{23}} + U_{13}(t);$$

$$V_{23}(t) = \overline{V_{23}} + U_{23}(t) = \frac{K_{13}}{K_{33}} + U_{23}(t).$$

Линеаризованная система в новых переменных имеет вид:

$$\frac{dV_{13}}{dt} = \frac{d \left(\frac{K_{33}}{K_{23}} + U_{13}(t) \right)}{dt} = K_{13} - K_{23} \left(\frac{K_{33}}{K_{23}} + U_{13}(t) \right) \left(\frac{K_{13}}{K_{33}} + U_{23}(t) \right);$$

$$\frac{dV_{23}}{dt} = \frac{d \left(\frac{K_{13}}{K_{33}} + U_{23}(t) \right)}{dt} = K_{23} \left(\frac{K_{33}}{K_{23}} + U_{13}(t) \right) \left(\frac{K_{13}}{K_{33}} + U_{23}(t) \right) - K_{33} \left(\frac{K_{13}}{K_{33}} + U_{23}(t) \right);$$

$$\frac{dU_{13}(t)}{dt} = -K_{33}U_{23}(t) - \frac{K_{13}K_{23}}{K_{33}}U_{13}(t);$$

$$\frac{dU_{23}(t)}{dt} = \frac{K_{23}K_{13}}{K_{33}}U_{13}(t).$$

Величины отклонений от стационарных значений переменных U_{13} , U_{23} могут менять знак, в то время как исходные переменные V_{13} , V_{23} , являющиеся объемами, могут быть только положительными.

Характеристическое уравнение системы:

$$\begin{vmatrix} -\frac{K_{13}K_{23}}{K_{33}} - \Lambda & -K_{33} \\ \frac{K_{23}K_{13}}{K_{33}} & -\Lambda \end{vmatrix} = 0$$

или

$$\Lambda^2 + \Lambda \frac{K_{23}K_{13}}{K_{33}} + K_{13}K_{23} = 0.$$

Корни характеристического уравнения

$$\Lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[-\frac{K_{23}K_{13}}{K_{33}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_{23}K_{13}}{K_{33}} \right)^2 - 4K_{13}K_{23}} \right]$$

определяются соотношениями $\frac{K_{23}K_{13}}{4K_{33}^2} > 1$ или $\frac{K_{23}K_{13}}{4K_{33}^2} < 1$.

При $\frac{K_{23}K_{13}}{4K_{33}^2} > 1$ оба корня уравнения веществен-

ные, отрицательные и различные по величине. Общее решение для $U_{13}(t)$ и $U_{23}(t)$ в этом случае имеет вид:

$$\begin{aligned} U_{13}(t) &= C_1 e^{\Lambda_1 t} + C_2 e^{\Lambda_2 t}; \\ U_{23}(t) &= C_3 e^{\Lambda_1 t} + C_4 e^{\Lambda_2 t}; \\ V_{13} &= \frac{K_{33}}{K_{23}} + C_1 e^{\Lambda_1 t} + C_2 e^{\Lambda_2 t}; \\ V_{23} &= \frac{K_{13}}{K_{33}} + C_3 e^{\Lambda_1 t} + C_4 e^{\Lambda_2 t}. \end{aligned}$$

Объем V_{33} находится простым интегрированием с учетом начальных условий:

$$\begin{aligned} V_{33} &= K_{33} \int \left(\frac{K_{13}}{K_{33}} + C_3 e^{\Lambda_1 t} + C_4 e^{\Lambda_2 t} \right) dt + C = \\ &= K_{13}t + \frac{K_{33}}{\Lambda_1} C_3 e^{\Lambda_1 t} + \frac{K_{33}}{\Lambda_2} C_4 e^{\Lambda_2 t} + C = \\ &= K_{13}t + \frac{K_{33}}{\Lambda_1} C_3 e^{\Lambda_1 t} + \\ &\quad + \frac{K_{33}}{\Lambda_2} C_4 e^{\Lambda_2 t} - \frac{K_{33}}{\Lambda_1} C_3 - \frac{K_{33}}{\Lambda_2} C_4. \end{aligned}$$

Поскольку оба корня Λ_1 и Λ_2 отрицательны, то при $t \rightarrow \infty$ величины отклонений $U_{13}(t)$ и $U_{23}(t)$ от особой точки будут монотонно уменьшаться, а текущие объе-

мы V_{13} и V_{23} асимптотически стремиться к своим стационарным значениям $\bar{V}_{13}$ и $\bar{V}_{23}$. Значит, при данном соотношении скоростей решение системы устойчиво в стационарной точке и при небольших отклонениях от нее система будет самопроизвольно стремиться к ней. Особая стационарная точка в этом случае является устойчивым узлом.

При $\frac{K_{23}K_{13}}{4K_{33}^2} < 1$ корни являются комплексно-сопряженными с отрицательной действительной частью:

$$\Lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[-\frac{K_{23}K_{13}}{K_{33}} \pm i \sqrt{\left(\frac{K_{23}K_{13}}{K_{33}} \right)^2 - 4K_{13}K_{23}} \right].$$

В этом случае общее решение будет существенно иным. Оно будет характеризоваться наличием затухающих осцилляций:

$$\begin{aligned} U_{13}(t) &= A e^{\alpha t} \sin \left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{13}} \right); \\ V_{13} &= \frac{K_{33}}{K_{23}} + A e^{\alpha t} \sin \left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{13}} \right); \\ U_{23}(t) &= B e^{\alpha t} \sin \left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}} \right); \\ V_{23} &= \frac{K_{13}}{K_{33}} + B e^{\alpha t} \sin \left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}} \right), \end{aligned}$$

где A , B и φ – параметры, определяемые начальными условиями;

α и ψ – константы, причем

$$\alpha = -\frac{K_{23}K_{13}}{2K_{33}}, \quad \psi = \left[\left(\frac{K_{23}K_{13}}{2K_{33}} \right)^2 - K_{13}K_{23} \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Объем V_{33} находится интегрированием по частям:

$$\begin{aligned} V_{33} &= K_{33} \int V_{23} dt = K_{33} \int \left(\frac{K_{13}}{K_{33}} + U_{23}(t) \right) dt = \\ &= K_{13}t + K_{33}B \int e^{\alpha t} \sin \left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}} \right) dt + C; \\ &\int e^{\alpha t} \sin \left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}} \right) dt = \\ &= \psi e^{\alpha t} \cos \left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}} \right) - \\ &\quad - \frac{\psi}{\alpha} \int e^{\alpha t} \cos \left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}} \right) dt; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int e^{\alpha t} \cos\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}}\right) dt &= \\
 &= -\psi e^{\alpha t} \sin\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}}\right) + \\
 &\quad + \frac{\psi}{\alpha} \int e^{\alpha t} \sin\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}}\right) dt; \\
 \left(1 + \frac{\psi^2}{\alpha^2}\right) \int e^{\alpha t} \sin\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}}\right) dt &= \\
 = \psi e^{\alpha t} \cos\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}}\right) + \frac{\psi^2}{\alpha} e^{\alpha t} \sin\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}}\right); \\
 V_{33} &= K_{13}t + K_{33}B \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \psi^2} \times \\
 \times \left[\psi e^{\alpha t} \cos\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}}\right) + \frac{\psi^2}{\alpha} e^{\alpha t} \sin\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{23}}\right) \right] + C.
 \end{aligned}$$

Постоянная C находится из начального условия:
 $V_{33}(0) = 0;$
 $C = -K_{33}B \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \psi^2} \left[\psi \cos(\varphi_{U_{23}}) + \frac{\psi^2}{\alpha} \sin(\varphi_{U_{23}}) \right].$

На рисунке 3 представлены зависимости объемов исходных данных, СМО и СПО для различных значений корней характеристического уравнения.

4 МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ СМО НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ И СЛАБОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ППР

При создании модели необходимо учесть творческий характер подготовки исходных данных и выбора вариантов решений, что приводит к зависимости скорости изменения от полученного объема данных и СМО.

В системе уравнений, описывающей процесс, первые два уравнения совпадают с известной математической моделью Вольтерры [14]:

$$\frac{dV_{14}}{dt} = K_{14}V_{14} - K_{24}V_{14}V_{24};$$

$$\frac{dV_{24}}{dt} = K_{24}V_{14}V_{24} - K_{34}V_{24};$$

$$\frac{dV_{34}}{dt} = K_{34}V_{24}.$$

Анализ системы уравнений Вольтерры производится аналогично приведенному анализу системы уравнений Лотки: находится стационарное состояние; линейризуется система уравнений путем разложения в ряд Тейлора; находятся корни характеристического уравне-

Рис. 3. Изменение объемов решения структурированных задач для различных корней характеристического уравнения

ния, позволяющие оценить характер эволюции системы после того, как она в результате возмущений покинет стационарное состояние.

Из условий стационарности находятся координаты стационарной точки на плоскости V_{14}, V_{24} :

$$\frac{dV_{14}}{dt} = K_{14}\overline{V_{14}} - K_{24}\overline{V_{14}}\overline{V_{24}} = 0;$$

$$\frac{dV_{24}}{dt} = K_{24}\overline{V_{14}}\overline{V_{24}} - K_{34}\overline{V_{24}} = 0;$$

$$\overline{V_{14}} = \frac{K_{34}}{K_{24}}, \overline{V_{24}} = \frac{K_{14}}{K_{24}}.$$

Исследуем устойчивость этого стационарного состояния методом Ляпунова. Введем новые переменные U_{14}, U_{24} , характеризующие отклонение переменных V_{14}, V_{24} :

$$V_{14}(t) = \overline{V_{14}} + U_{14}(t) = \frac{K_{34}}{K_{24}} + U_{14}(t);$$

$$V_{24}(t) = \overline{V_{24}} + U_{24}(t) = \frac{K_{14}}{K_{24}} + U_{24}(t).$$

Линеаризованная система в новых переменных имеет вид:

$$\frac{dV_{14}}{dt} = \frac{d\left(\frac{K_{34}}{K_{24}} + U_{14}(t)\right)}{dt} = K_{14}\left(\frac{K_{34}}{K_{24}} + U_{14}(t)\right) - K_{24}\left(\frac{K_{34}}{K_{24}} + U_{14}(t)\right)\left(\frac{K_{14}}{K_{24}} + U_{24}(t)\right);$$

$$\frac{dV_{24}}{dt} = \frac{d\left(\frac{K_{14}}{K_{24}} + U_{24}(t)\right)}{dt} = K_{24}\left(\frac{K_{34}}{K_{24}} + U_{14}(t)\right) \times \left(\frac{K_{14}}{K_{24}} + U_{24}(t)\right) - K_{34}\left(\frac{K_{14}}{K_{24}} + U_{24}(t)\right);$$

$$\frac{dU_{14}(t)}{dt} = -K_{34}U_{24}(t);$$

$$\frac{dU_{24}(t)}{dt} = K_{14}U_{14}(t).$$

Система из двух уравнений приводится к одному уравнению второго порядка:

$$\frac{d^2U_{14}}{dt^2} + K_{14}K_{24}U_{14} = 0,$$

характеристическое уравнение которого имеет вид:

$$\Lambda^2 + K_{14}K_{24} = 0.$$

Решение последнего дает два одинаковых корня – комплексных с нулевой действительной частью $\Lambda_{1,2} = i\sqrt{K_{14}K_{24}}$.

Отсюда получаются следующие периодические решения для U_{14} и U_{24} :

$$U_{14}(t) = A \sin\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{14}}\right),$$

$$U_{24}(t) = B \sin\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{24}}\right),$$

где A, B и φ – параметры, определяемые начальными условиями;

ψ – константа, причем $\psi = [K_{14}K_{24}]^{-\frac{1}{2}}$.

Решения для V_{14} и V_{24} :

$$V_{14}(t) = \frac{K_{34}}{K_{24}} + A \sin\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{14}}\right),$$

$$V_{24}(t) = \frac{K_{14}}{K_{24}} + B \sin\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{24}}\right).$$

Таким образом, в качестве решения в этом случае будут незатухающие колебания около стационарной точки. Здесь стационарная точка представляет собой центр. Особенность этой точки в том, что она не является аттрактором – фазовые траектории к ней не стремятся и представляют собой систему вложенных друг в друга эллипсов. В этом случае возникают автоколебания объемов исходных данных и СМО.

Объем V_{34} находится простым интегрированием:

$$\begin{aligned} V_{34}(t) &= K_{34} \int V_{24}(t) dt = \\ &= K_{34} \int \left(\frac{K_{14}}{K_{24}} + U_{24}(t) \right) dt = \\ &= \frac{K_{34}K_{14}}{K_{24}} t + K_{34}B \int \sin\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{24}}\right) dt + C = \\ &= \frac{K_{34}K_{14}}{K_{24}} t - K_{34}B\psi \cos\left(\frac{t}{\psi} + \varphi_{U_{24}}\right) + C. \end{aligned}$$

Постоянная C находится из начального условия:

$$V_{34}(0) = 0;$$

$$C = K_{34}B\psi \cos(\varphi_{U_{24}}).$$

На рисунке 4 приведены графики изменения объемов при различных значениях корней характеристического уравнения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанные математические модели отражают принципиальное различие между СМО информационно-расчетных задач и СМО ППР. Сложность создания СМО ППР привела к тому, что автоматизация управления производилась в основном путем совершенствования вычислительной техники и внедрения простых информационно-расчетных задач, не обеспечивающих значительного повышения качества управления. СМО ППР является основным средством повышения интеллектуальных возможностей человека, осуществляющего управление, так как оно позволяет объединить

Рис. 4. Изменение объемов слабоструктурированных и неструктурированных задач для различных корней характеристического уравнения

достижения современной науки с опытом, знаниями и интуицией руководителя.

В настоящее время СМО ППР разрабатывается бессистемно, неспециализированными организациями. Оно не относится к категории промышленной продукции. Как следствие, его выпуск не планируется. Не определены обязательные свойства, не сформулированы требования, которым должно удовлетворять СМО ППР. На него отсутствуют государственные стандарты. Сложность СМО ППР позволяет утверждать, что его создание, развитие и использование невозможны без формирования теоретической базы.

Важность объекта, каким является СМО ППР, требует формирования условий для его построения и развития, выделения для этого необходимых ресурсов. В дополнение к теории к числу таких условий относятся стандарты на СМО ППР, технология его создания, внедрения, использования, кадры, способные вести его разработку. Между ресурсами, выделяемыми на создание вы-

числительных средств и информационно-справочных технологий с целью автоматизации управления, и ресурсами, выделяемыми на создание СМО ППР, должны соблюдаться определенные пропорции. Их нарушение приведет к неоправданным затратам.

Место СМО ППР в общей совокупности средств, повышающих эффективность управления и необходимые объемы этой системы, приводят к выводу о том, что для ее построения должна быть создана промышленная база, состоящая из специализированных предприятий, основной продукцией которых должно быть СМО ППР.

Основой СМО ППР являются математические модели, позволяющие перерабатывать информацию состояния в параметры управления.

Таким образом, создание условий для развития СМО ППР является одной из наиболее важных и трудных проблем повышения эффективности управления на базе средств автоматизации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гудмэн С.Э., МакГенри В.К. Управленческие информационные системы на советских промышленных предприятиях // УСиМ. – 1990. – № 6. – С. 118–130.
2. Информационные технологии в системе управления силами ВМФ. – СПб. : Элмор, 2005. – 832 с.
3. Гаврдейцев М.И., Кузнецов П.Г., Розенберг В.Я. Математическое обеспечение управления. Меры развития общества. – СПб. : Специальная литература, 2016. – 222 с.
4. Гвардейцев М.И., Морозов В.П., Розенберг В.Я. Специальное математическое обеспечение управления. – М. : Сов. Радио, 1978. – 512 с.
5. Ларичев О.И., Петровский А.Б. Системы поддержки принятия решений // Итоги науки. Техническая кибернетика. – 1987. – Т. 21. – С. 131–161.
6. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
7. Иванов А.К. Математические модели управления знаниями в проектных организациях // Автоматизация процессов управления. – 2017. – № 2 (48). – С. 10–21.
8. Дружинин В.В., Конторов Д.С. Идея, алгоритм, решение (Принятие решений и автоматизация). – М. : Воениздат, 1972. – 328 с.
9. Иванов А.К. Экспериментальный метод построения математических моделей информационно-управляющих систем. – Ульяновск : УлГТУ, 1998. – 219 с.
10. Вагнер Г. Основы исследования операций : пер. с англ. – М. : Мир, 1972. – Т. 1. – 335 с.
11. Ларичев О.И. Объективные модели и субъективные решения. – М. : Наука, 1987. – 143 с.
12. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – М. : Высшая школа, 1967. – 564 с.
13. Макурин Ю.Н., Степановских Е.И., Брусницына Л.А. Кинетика сложных реакций. – Екатеринбург : УГТУ-УПИ, 2008. – 52 с.
14. Трубецков Д.И. Феномен математической модели Лотки-Вольтерры и сходных с ней // Изв. вузов «ПНД». – 2011. – Т. 19, № 2. – С. 69–88.
3. Gvardeitsev M.I., Kuznetsov P.G., Rozenberg V.Ia. Matematicheskoe obespechenie upravleniia. Mery razvitiia obshchestva [Mathematical Support of Management. Measure Function for Society Advancement]. St. Petersburg, Spetsialnaia literature Publ., 2016. 222 p.
4. Gvardeitsev M.I., Kuznetsov P.G., Rozenberg V.Ia. Spetsialnoe matematicheskoe obespechenie upravleniia [Special-Purpose Mathematical Support for Management]. Moscow, Sov. Radio Publ., 1978. 512 p.
5. Larichev O.I., Petrovskii A.B. Sistemy podderzhki priniatiia reshenii [Decision-Making Support Systems]. Itogi nauki. Tekhnicheskaiia kibernetika [Research Results. Cybernetics], 1987, vol. 21, pp. 131–161.
6. Samarskii A.A., Mikhailov A.P. Matematicheskoe modelirovanie: Idei. Metody. Primery. 2-e izd., ispr. [Mathematical Modeling: Conceptions. Methods. Examples. 2nd Edition Revised]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2005. 320 p.
7. Ivanov A.K. Matematicheskie modeli upravleniia znaniiami v proektnykh organizatsiiakh [Mathematical Models for Knowledge Management in Design Organizations]. Avtomatizatsiia protsessov upravleniia [Automation of Control Processes], 2017, no. 2 (48), pp. 10–21.
8. Druzhinin V.V., Kontorov D.S. Ideia, algoritm, reshenie (Priniatie reshenii i avtomatizatsiia) [Conception, Algorithm, Decision (Decision-Making and Automating)]. Moscow, Voenizdat Publ., 1972. 328 p.
9. Ivanov A.K. Eksperimentalnyi metod postroeniia matematicheskikh modelei informatsionno-upravliaiushchikh system [Experimental Procedure for the Building of Mathematical Models for Information Management Systems]. Ulyanovsk, UISTU Publ., 1998. 219 p.
10. Wagner G. Osnovy issledovaniia operatsii. Per. s angl. [Principles of Operations Research. Translated from Engl.]. Moscow, Mir Publ., 1972. vol. 1, 335 p.
11. Larichev O.I. Obektivnye modeli i subektivnye resheniia [Object Models and Subjective Decisions]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 143 p.
12. Matveev N.M. Metody integrirovaniia obyknovennykh differentsialnykh uravnenii [Integration Methods for Ordinary Differential Equations]. Moscow, Vysshaia Shkola Publ., 1967. 564 p.
13. Makurin Iu.N., Stepanovskikh E.I., Brusnitsyna L.A. Kinetika slozhnykh reaktzii [Kinetics of Composite Reactions]. Ekaterinburg, UGTU-UPI Publ., 2008. 52 p.
14. Trubetskoy D.I. Fenomen matematicheskoi modeli Lotki-Volterra i skhodnykh s nei [Phenomenon of the Lotka-Volterra Mathematical Model and Similar Models]. Izv. vuzov. PND [Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics], 2011, vol. 19, no. 2, pp. 69–88.

REFERENCES

1. Gudmen S.E., Mak.Genri V.K. Upravlencheskie informatsionnye sistemy na sovetskikh promyshlennykh predpriatiiakh [Management Information Systems at Soviet Industry Plants]. USiM [Upr. Sist. Mash. Int. Sci. Jour.], 1990, no. 6, pp. 118–130.
2. Shpak V.F. Informatsionnye tekhnologii v sisteme upravleniia silami VMF [Information Technologies for Control Systems of the Navy]. St. Petersburg, Elmor Publ., 2005. 832 p.