Э. Ц. Галсанова, Я. В. Калинин

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ
ПРИ НАГРЕВЕ ТОНКИХ ЛИСТОВЫХ ЗАГОТОВОК**

Волгоградский государственный технический университет

E-mail: erjena_g@mail.ru

Представлены результаты теоретических исследований в области температурных напряжений, возникающих при нагреве пластины заготовки. Выведены теоретические уравнения температурных напряжений по площади заготовки.

Ключевые слова: температурные напряжения, горячая штамповка, листовая штамповка, нагревательная установка, нагревание.

E. Ts. Galsanova, Ya. V. Kalinin

**DETERMINATION OF TEMPERATURE STRESSES
DURING HEATING OF THIN SHEET BLANKS**

Volgograd State Technical University

The results of theoretical studies in the field of temperature stresses arising during heating of the billet plate are presented. The theoretical equations of temperature stresses over the workpiece area are derived.

Keywords: temperature stresses, hot stamping, sheet stamping, heating unit, heating.

В работе [1] были сделаны выводы о необходимости равномерного распределения напряжений по площади заготовки при нагреве для горячей листовой штамповки для уменьшения пружинения готового изделия. Одной из

причин появления напряжений без приложения внешних нагрузок в сплошном теле является его неравномерное нагревание. Такое расширение в непрерывном (сплошном) теле, вообще говоря, не может происходить свободно, поэто-

му при нагревании возникают напряжения [2]. Общие выражения для определения температурных напряжений были выведены Жан-Мари Констаном Дюамелем, и независимо от него Францем Нейманом (Franz Neuman), поэтому их часто называют уравнениями Дюамеля-Неймана.

В простейших случаях расчет термических напряжений с учетом геометрии детали и условий закрепления представляет собой достаточно сложную задачу теории упругости [3], в результате решения которой возникают достаточно сложные дифференциальные уравнения в частных производных, аналитическое решение которых требует привлечения аппарата математической физики [4], а численное решение требует привлечения высокоуровневых вычислительных методов [5].

Целью работы является вывод теоретических уравнений термических напряжений пригодных для создания инженерной методики исследования влияния температурных перепадов на распределение напряжений по площади заготовки пластине по температурному полю в условиях нагрева при горячей листовой штамповке.

Вывод теоретических уравнений температурных напряжений

Для большинства традиционных конструкционных материалов, применяемых в машиностроении [6], температурная деформация ε_T пропорциональна изменению температуры ΔT ,

$$\varepsilon_T = \alpha \cdot \Delta T, \quad (1)$$

где α – коэффициент температурного расширения.

Рассмотрим кратко вывод теоретических уравнений теории упругости с учетом температурных напряжений для односвязного, однородного тела с допущением, что градиент температур внутри тела невелик и все упругие константы материала можно считать зависящими от температуры нагрева, но постоянными по объему тела в любой момент времени нагрева. Будем считать, что процесс нагрева устанавливается быстро и идет достаточно равномерно в пределах тела и в любой момент времени ситуация с градиентами температур одинакова. Это допущение позволит рассмотреть только лишь окончательное состояние нагреваемого тела, после которого и будет производиться пластическое деформирование – штамповка. В дальнейшем будут употребляться стандартные обозначения классической теории упругости.

Представим себе малый элемент, вырезанный из тела, подвергающегося изменению температуры. Если температура тела меняется непрерывно по всему объему тела, то температуру этого малого элемента можно считать равномерной. Если элемент может свободно расширяться и если обозначить через T – изменение его температуры в каждой конкретной точке тела, отсчитываемое от известной равномерной начальной температуры тела и через α , который будем считать постоянным при решении рассматриваемых задач, то составляющие деформации от изменения температуры будут равны:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \alpha T; \gamma_{xy} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0. \quad (2)$$

Предположим, что температура T меняется по объему тела таким образом, что составляющие температурной деформации (2) удовлетворяют дифференциальным зависимостям, которые называют уравнениями совместности.

Уравнения могут быть преобразованы при помощи уравнений равновесия:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0; \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0; \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + Z = 0; \end{cases} \quad (3)$$

Если объемные силы отсутствуют либо постоянны по величине, то преобразованные по приведенной выше схеме уравнения получают следующий вид:

$$\begin{cases} (1 + \mu) \nabla^2 \sigma_x + \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial x^2} = 0; \\ (1 + \mu) \nabla^2 \sigma_y + \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial y^2} = 0; \\ (1 + \mu) \nabla^2 \sigma_z + \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial z^2} = 0; \\ (1 + \mu) \nabla^2 \tau_{yz} + \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial y \partial z} = 0; \\ (1 + \mu) \nabla^2 \tau_{xz} + \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial x \partial z} = 0; \\ (1 + \mu) \nabla^2 \tau_{xy} + \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial x \partial y} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Таким образом, уравнения (3), (4) и условия на поверхности

$$\begin{cases} \bar{X} = l\sigma_x + m\tau_{xy} + n\tau_{xz}; \\ \bar{Y} = m\sigma_y + n\tau_{yz} + l\tau_{xy}; \\ \bar{Z} = n\sigma_z + l\tau_{xz} + m\tau_{yz}; \end{cases} \quad (5)$$

образуют замкнутую систему уравнений, которая вообще говоря достаточна для определения всех составляющих напряжений с необходимой точностью, при этом выполняются все условия для существования и единственности решений.

Можно легко убедиться в том, что эти условия могут быть удовлетворены, если только все вторые производные температуры T по x , y и z обращаются в нуль, то есть если температура T постоянна или является линейной функцией координат. Тогда требования относительно существования непрерывных функций u , v , w , определяющих деформацию тела, будут удовлетворены, и температурных напряжений не будет.

Рассмотрим теперь общий случай распределения температуры, когда деформации от температуры (2) не удовлетворяют условиям совместности, и температурные напряжения возникают.

Для определения этих напряжений воспользуемся уравнениями равновесия в зависимости от перемещений u , v и w :

$$\begin{cases} (\lambda + G)\frac{\partial \Delta}{\partial x} + G\nabla^2 u + X = 0; \\ (\lambda + G)\frac{\partial \Delta}{\partial y} + G\nabla^2 v + Y = 0; \\ (\lambda + G)\frac{\partial \Delta}{\partial z} + G\nabla^2 w + Z = 0, \end{cases} \quad (6)$$

Замечаем, что деформации ε_x , ε_y и ε_z зависят не только от напряжений, но и от изменения температуры:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] + \alpha T; \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)] + \alpha T; \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] + \alpha T. \end{cases} \quad (7)$$

Полное напряжение от неравномерного нагревания получается наложением гидростатического давления $\frac{\alpha ET}{1-2\mu}$ на напряжения от объемных и поверхностных сил.

Поэтому окончательные выражения для условий равновесия:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \frac{\alpha E}{1-2\mu} \frac{\partial T}{\partial x} = 0; \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} - \frac{\alpha E}{1-2\mu} \frac{\partial T}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} - \frac{\alpha E}{1-2\mu} \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (8)$$

и условий на поверхности:

$$\begin{cases} l \frac{\alpha ET}{1-2\mu} = l\sigma_x + m\tau_{xy} + n\tau_{xz}; \\ m \frac{\alpha ET}{1-2\mu} = m\sigma_y + n\tau_{yz} + l\tau_{xy}; \\ n \frac{\alpha ET}{1-2\mu} = n\sigma_z + l\tau_{xz} + m\tau_{yz}; \end{cases} \quad (9)$$

совместно с условиями совместности и выражением для гидростатического давления $\frac{\alpha ET}{1-2\mu}$

даст нам выражения, возникающие в теле под действием изменения температуры.

Выводы

Решение полученных уравнений будет точным, если удовлетворяются уравнения совместности деформаций. При постоянных коэффициентах расширения α , если температура является линейной функцией координат, температурные деформации не возникают. Это связано с тем, что в выбранной декартовой системе координат уравнения совместности деформаций содержат вторые производные по координатам и в случае линейной зависимости температуры от координат обнуляются.

В случае анизотропных тел, даже при постоянной или линейно зависящей от координат температуре, либо при закреплении тела могут возникать температурные напряжения.

Основной вопрос, который можно разрешить в процессе исследования при помощи полученных уравнений – наличие и величина температурных напряжений в заготовке и их влияние на напряженно-деформированное состояние материала в каждой точке при пластическом деформировании.

Если при моделировании возможно будет доказать, что в результате нагрева определенным способом возникают небольшие температурные напряжения. То в таком случае можно будет отказаться при рассмотрении напряженно-деформированного состояния материала

в каждой точке при пластическом деформировании от учета температурных напряжений, что существенно упростит расчетные формулы для инженерной методики определения критических напряжений при штамповке и упростит план экспериментов по проверке соотношения теоретических расчетных значений и опытных данных для всех возможных технологических ситуаций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Обоснование наиболее рациональных технологических факторов, влияющих на процесс формообразования при горячей листовой штамповке оковок из титанового

сплава / Ц. А. Батуев, Э. Ц. Галсанова, А. Д. Грешилов // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 8(243) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2020. – (Серия: «Прогрессивные технологии в машиностроении»). – С. 19–22.

2. Тимошенко, С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко. – Л. : ОНТИ ГТТИ, 1934. – 452 с.

3. Варданян, С. П. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / С. П. Варданян [и др.]. – М. : Издательство АСВ, 1995. – 568 с.

4. Алиев, Р. Г. Уравнения в частных производных : учеб. / Р. Г. Алиев. – М. : Издательство «Экзамен». – Изд. 2-е, доп. – 2005. – 320 с.

5. Вержбицкий, В. М. Основы численных методов / В. М. Вержбицкий. – М. : Высшая школа. – Изд. 2-е, перераб. – 2005. – 840 с.

6. James M. Gere, Barry J. Goodno. – Mechanics of Materials, 2009. – 1130 p.