Л. Д. Смирная

**ОБ УПРАВЛЕНИИ УСИЛИЕМ ОТРЫВА СТОПЫ ШАГАЮЩЕГО ДВИЖИТЕЛЯ
ПОДВОДНОГО РОБОТА ОТ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ***

**Волгоградский государственный технический университет;
Центр технологий компонентов робототехники и мехатроники,
Университет Иннополис
dtm@vstu.ru**

В статье рассматривается взаимодействие стопы шагающего движителя подводного робота с опорной поверхностью под действием дополнительной силы сопротивления при ее отрыве от дна во время подъема в фазе переноса. Задача решается приближенно, на основе обобщенного метода Галеркина. Установлен закон оптимального управления отрыва стопы от грунта по критерию минимума уровня тепловых потерь в приводном двигателе.

Ключевые слова: шагающий движитель, подводный шагающий робот, тяговое усилие, сила сопротивления движению, оптимальное управление.

© Смирная Л. Д., 2020

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-31-90131.

L. D. Smirnaya

ON CONTROLLING THE FORCE OF DETACHMENT OF THE FOOT OF A WALKING PROPULSION DEVICE UNDERWATER ROBOT FROM THE SUPPORT SURFACE

Volgograd State Technical University;
Center for Technologies in Robotics and Mechatronics Components,
Innopolis University

The article deals with the interaction of the foot of the underwater robot's walking propulsion device with the support surface under the action of an additional drag force when it is detached from the bottom during the ascent in the transfer phase. The problem is solved approximately based on the generalized Galerkin method. The law of optimal control of foot separation from the ground by the criterion of the minimum level of heat loss in the drive engine is established.

Keywords: walking propulsion device, underwater walking robot, traction, resistance to movement, optimal control.

Введение

Одной из особенностей шагающих роботов, перемещающихся по дну водоема, является воздействие дополнительной силы сопротивления на стопу движителя при ее отрыве от дна во время подъема в фазе переноса [1, 2]. Объясняется это адсорбцией растворенных в воде газов и медленной фильтрацией жидкости в грунте [3, 4]. Математическое описание этого явления основывается на учете закона Генри, закона расширения газа при политропическом процессе, закона Дарси о фильтрации жидкости, теоремы о движении центра масс и опирается на расчетную схему, представленную на рис. 1.

Рис. 1. Расчетная схема движителя, погруженного в грунт: 1 – поверхность водоема; 2 – водоем; 3 – граница водоема и донного грунта; 4 – донный грунт; 5 – опорная стойка движителя; 6 – стопа движителя; l_* – глубина погружения стопы в грунт; x – координата нижней поверхности плиты; ξ – координата поверхности жидкости

Результатом является линеаризованное уравнение [5]

$$\frac{m\Delta_0 S}{\alpha(P_0 S + F)} \ddot{V} + m\dot{V} + \frac{S}{\alpha} V + mg - F = T, \quad \alpha = \frac{k}{\mu L}, \quad V = \dot{x} - \dot{\Delta}, \quad (1)$$

где k – коэффициент проницаемости грунта; μ – динамическая вязкость жидкости; L – условная высота столба донного грунта, через который происходит фильтрация; x – вертикальная координата стопы; m – масса горизонтальной плиты (стопы); S – площадь горизонтальной плиты (стопы); F – выталкивающая сила; T – усилие, развиваемое приводом подъема стопы движителя; $P_0 S$ – сила давления воды на нижнюю поверхность плиты; Δ – разность координат между нижней поверхностью плиты x и поверхностью жидкости ξ .

В силу предполагаемой малости $\dot{\Delta}$ в уравнении (4) под V понимается скорость стопы, которая обеспечивается приводом ее вертикального перемещения.

Оптимальность управления критерием минимума тепловых потерь имеет вид

$$W = v \int_0^{\tau} T^2 dt, \quad (2)$$

где v – постоянная двигателя; τ – заданное время отрыва стопы от грунта. Однако минимизация (2) производится при условии

$$\int_0^{\tau} V dt = l_*, \quad (3)$$

Поэтому, в соответствии с методом решения вариационных изопериметрических задач [6], вводится неопределенный множитель Лагранжа η и составляется подинтегральная функция

$$\Phi = vT^2 + \eta V, \quad (4)$$

относительно которой составляется уравнение Эйлера – Пуассона

$$\frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \ddot{V}} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{V}} \right) + \frac{\partial \Phi}{\partial V} = 0. \quad (5)$$

Окончательно дифференциальное уравнение оптимального подъема стопы имеет вид

$$A^2 \ddot{V} + B\ddot{V} + EV + D = 0, \quad (6)$$

$$\text{где } A = \frac{m\Delta_0 S}{\alpha(P_0 S + F)}; \quad B = \frac{2m\Delta_0 S^2}{\alpha^2(P_0 S + F)} - m^2;$$

$$E = \frac{S^2}{\alpha^2}; \quad D = \frac{2S}{\alpha}(mg - F) + \frac{\eta}{v}.$$

Постановка задачи

Уравнение (6) представляет собой линейное, неоднородное уравнение четвертого порядка. Решение его известно, и оно требует задания начальных или граничных условий. Возможно задание 35 различных комбинаций начальных или граничных условий. Одно из них рассмотрено и представлено решение задачи [7]. Его особенностью является зависимость от корней характеристического уравнения и наличия в решении тригонометрических круговых и гиперболических функций. Однако возможно получение решения, хотя и приближенного, в форме степенных функций, которое в некоторых случаях является более удобным для анализа.

Ставится задача определения скалярных множителей a_n разложения функции $V=V(t)$ в степенной ряд, удовлетворяющих четырем начальным (граничным) условиям, одному изопериметрическому (3) и приближенно уравнению оптимального движения (6).

Метод решения

Метод решения основывается на введении степенной функции с неопределенными коэффициентами

$$V = \sum_{n=0}^N a_n t^{N-n}. \quad (7)$$

Функция (7) должна удовлетворять начальным (граничным) условиям. Рассматривается задача с начальными условиями

$$V(0) = \dot{V}(0) = \ddot{V}(0) = \ddot{\ddot{V}}(0) = 0. \quad (8)$$

Отсюда следует:

$$a_N = a_{N-1} = a_{N-2} = a_{N-3} = 0. \quad (9)$$

Изопериметрическое условие (6) позволяет исключить еще один скалярный множитель, например, a_{N-4} .

Действительно,

$$\int_0^{\tau} \sum_{n=0}^{N-4} a_n t^{N-n} dt = \sum_{n=0}^{N-4} a_n \frac{\tau^{N-n+1}}{N-n+1} = l_*. \quad (10)$$

Из (10) следует

$$a_{N-4} = \frac{5}{\tau^5} \left(l_* - \sum_{n=0}^{N-5} a_n \frac{\tau^{N-n+1}}{N-n+1} \right). \quad (11)$$

Определение остальных неопределенных множителей $a_n (n=0, N-5)$ и неопределенного

множителя Лагранжа η основывается на равенстве нулю (6) в начальный момент времени и требовании минимума квадрата невязки в соответствии с обобщенным методом Галеркина

$$I = \int_0^{\tau} \{ A^2 \ddot{\ddot{V}} + B \ddot{\ddot{V}} + E V + D \}^2 dt \quad (12)$$

или в соответствии с методом Ритца [6] минимума (2) с учетом (1), (7).

Точность получаемого решения будет зависеть от количества N учитываемых членов разложения искомой функции $V(t)$ (7) в ряд. Для рассматриваемой задачи минимальное число учитываемых членов $N=4$, а для того чтобы ставить задачу о минимизации (12) необходимо, чтобы $N>4$. В простейшем случае $N=5$ и это будет являться решением первого приближения.

Первое приближение ($N=5$)

В этом случае a_1 из (11) выражается через a_0 :

$$a_1 = 5 \frac{l_*}{\tau^5} - \frac{5}{6} \tau a_0; \quad (13)$$

неопределенный множитель Лагранжа η определяется из уравнения

$$\eta = -48vA^2a_1 - 2vED, \quad (14)$$

а интеграл (12) принимает вид

$$I = \mu_{00}a_0^2 + \mu_{11}a_1^2 + \mu_{01}a_0a_1 + \mu_0a_0 + \mu_1a_1, \quad (15)$$

где μ_{00} , μ_{11} , μ_{01} , μ_0 , μ_1 – постоянные коэффициенты.

Минимум (15) достигается при a_0 , определенном из уравнения

$$\frac{dI}{da_0} = 0. \quad (16)$$

Следовательно, закон изменения скорости подъема стопы, обеспечивающий минимум тепловых потерь в приводном двигателе, имеет вид

$$V = a_0 t^5 + \left(5 \frac{l_*}{\tau^5} - \tau a_0 \right) t^4. \quad (17)$$

На графике рис. 2 представлены соответствующие зависимости при решении модельной задачи при $m=40$ кг; $\Delta_0=10^{-3}$ м; $S=0,3$ м²; $\alpha=5 \times 10^{-8}$ м²/с/кг; $P_0=2 \times 10^8$ Па; $F=50$ Н и различных l_* , определяемых коэффициентом объемного смятия грунта c [8], площадью опорной поверхности S и нагрузкой G на стопу.

$$l_* = \frac{G}{cS}. \quad (18)$$

Рис. 2. Зависимость скорости подъема стопы, обеспечивающей минимум тепловых потерь приводного двигателя, от времени:
 $1 - l_* = 0,2 \text{ м}$; $2 - l_* = 0,1 \text{ м}$; $3 - l_* = 0,05 \text{ м}$

Установленные зависимости скорости от времени (рис. 2) позволяют из (1) определить зависимость усилия T от времени при $0 < t < \tau$.

Рис. 3. Зависимость усилия T от времени:
 $1 - l_* = 0,2 \text{ м}$; $2 - l_* = 0,1 \text{ м}$; $3 - l_* = 0,05 \text{ м}$

Таким образом, в зависимости от глубины погружения стопы в грунт усилия, развиваемые приводом подъема до выхода из грунта, отличаются, что требует учета при выборе характеристик двигателя. Интересно отметить тот факт, что оптимальный режим подъема стопы при

неглубоком погружении в грунт включает и фазу торможения $T(t) < 0$.

Выводы

На основании закономерностей взаимодействия стопы шагающего движителя подводного робота с опорной поверхностью установлен закон оптимального управления ее отрыва от грунта по критерию минимума уровня тепловых потерь в приводном двигателе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чернышев, В. В. Моделирование динамики штамповой установки при взаимодействии с подводным грунтом / В. В. Чернышев, В. В. Арыканцев // Известия ВолгГТУ : межвуз. сб. науч. ст. № 25 (152) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2014. – (Серия «Актуальные проблемы управления, вычислительной техники и информатики в технических системах»; вып. 22). – С. 11–14.
2. Modeling of vibroimpact processes which occurs in feet changing of the walking units at viscoelastic grounds / В. В. Чернышев, А. А. Гончаров, В. В. Арыканцев // Procedia Engineering. Vol. 176 : Proceedings of the 3rd International Conference on Dynamics and Vibroacoustics of Machines (DVM2016), June 29 – July 01, 2016, Samara, Russia / ed. by Viktor Sverbilov and Andrew Plummer. – [Elsevier publishing], 2017. – P. 387–393.
3. Жужигов, В. А. Фильтрация. Теория и практика разделения суспензий / В. А. Жужигов. – М. : Химия, 1971. – 440 с.
4. Рамм, В. М. Абсорбция газов / В. М. Рамм. – 2-е изд., переработ. и доп. – М. : Химия, 1976. – 656 с.
5. Брискин, Е. С. Об отрыве стопы шагающего движителя мобильного подводного робота от грунта / Е. С. Брискин, Л. Д. Смирная // Робототехника и техническая кибернетика. – 2019. – Т. 7. – № 3. – С. 215–223.
6. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. – 3-е изд. – М.: Мир, 1983. – 432 с.
7. Briskin, E. S. On determining the optimal lifting law of the walking propulsion device foot of an underwater robot from the bottom / E. S. Briskin, Y. V. Kalinin, L. D. Smirnaya // CLAWAR 2020: Proceedings of the Twenty Third International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines, Moscow, Russian Federation, 2020. – P. 412–418.
8. Тракторы. Теория / В. В. Гуськов, Н. Н. Велев, Ю. Е. Атаманов, Н. Ф. Бочаров, И. П. Ксенович, А. С. Солонский. – М. : Машиностроение, 1988. – 277 с.