М. В. Мирошкина

**ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМАХ УПРАВЛЯЕМОГО ПЕРЕНОСА
ШАГАЮЩИХ ДВИЖИТЕЛЕЙ***

Волгоградский государственный технический университет

mariatiminen@yandex.ru

Рассматривается задача о переносе шагающих движителей подводных мобильных роботов. Определяются оптимальные режимы их переноса, зависящие от геометрических характеристик профиля дна. В качестве критерия оптимальности вводится комплексный показатель, аддитивно зависящий от системы частных показателей.

Ключевые слова: подводный мобильный робот, шагающие машины, оптимальные режимы движения, энергоэффективность.

M. V. Miroshkina

**ABOUT THE OPTIMAL MODES OF CONTROLLED TRANSFER
OF WALKING PROPULSION DEVICES**

Volgograd State Technical University

The problem of walking machine leg transfer is considered. Optimal laws of transfer are determined with regards to geometrical features of ground underwater. Complex optimality criterion is introduced as sum of indexes of quality of the movement multiplied each by weight coefficients.

Keywords: underwater mobile robot, walking machines, optimal driving modes, energy efficiency.

Введение

Мобильные роботы с шагающими движителями характеризуются способностью бескон-

тактного преодоления препятствий. В этом заключается основное преимущество мобильных роботов с шагающими движителями перед ро-

© Мирошкина М. В., 2020

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90112.

ботами с традиционными типами движителей (колесными, гусеничными и т. д.). Но в то же время известно [1], что они им уступают по другим важным показателям (скорость передвижения, энергозатраты на единицу пути и др.). Это связано с тем, что шагающий движитель является неуравновешенным механизмом и обусловлено свойствами шагающего движителя дискретно взаимодействовать с опорной поверхностью в процессе перешагивания и обеспечивать движение стопы по произвольной траектории [1].

Известен закон переноса шагающих движителей [2], обеспечивающий комфортабельность движения мобильного робота из одного положения в другое без «спотыкания» и «скольжения» при отсутствии информации о профиле грунта. При наличии достоверной информации о геометрических характеристиках профиля опорной поверхности (высота неровностей, расстояние до них и между ними и т. д.) траектория и, вообще, законы движения переносимой стопы могут быть другими, например, траектория может полностью повторять профиль опорной поверхности.

Выбор траектории зависит от критерия оптимальности переноса, который в общем случае может состоять из нескольких показателей, например, минимума тепловых потерь в приводных двигателях, минимума среднеквадратичной мощности, развиваемой двигателями, минимума пройденного пути и др. [3, 4]. Из этих показателей можно составить критерий оптимальности и определить границы парето-оптимальных режимов движения [5].

Для шагающих роботов с ортогонально-поворотными движителями, например, для машины «Ортоног», установлены законы вертикального [6] и горизонтального перемещений стопы движителя в соответствии с критерием оптимальности, состоящего из нескольких показателей [7].

Однако задача определения оптимального программного движения стопы движителя подводного мобильного робота одновременно в горизонтальном и вертикальном направлениях при преодолении препятствий не рассматривалась. Такая задача является особенно актуальной и для наземных шагающих роботов, и для подводных, так как перемещение характеризуется как гораздо большими силами сопротивления движению стоп в более плотной, по сравнению с воздухом, окружающей среде – воде, так и неровностью дна, вызывающего не-

обходимость перешагивать через достаточно крупные препятствия.

Постановка задачи

Анализируется перемещение стопы шагающего движителя подводного мобильного робота как материальной точки в вертикальной плоскости. В процессе перемещения стопа, совершая шаг L , преодолевает уступ высотой H , расположенный на расстоянии S от точки A начала перемещения до точки B окончания перемещения, расположенной на высоте h (рис. 1). Учитываются силы, действующие на стопу в процессе движения: P – разность между силой тяжести и выталкивающей силой, силы сопротивления движению R_x, R_y , пропорциональные скоростям движения $V_x = \dot{x}, V_y = \dot{y}$, силы, развиваемые приводами вертикального T и горизонтального F перемещения.

Движение описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F - \mu_x \dot{x} \\ m\ddot{y} = T - P - \mu_y \dot{y}, \end{cases} \quad (1)$$

где μ_x, μ_y – коэффициенты вязкого сопротивления жидкости, зависящие от формы и геометрических размеров стопы массы m .

Задаются граничные условия:

$$\begin{aligned} \text{при } t = 0, x_0 = 0, y_0 = 0, \dot{x}_0 = 0, \dot{y}_0 = 0; \\ \text{при } t = \tau, x_\tau = L, y_\tau = h, \dot{x}_\tau = 0, \dot{y}_\tau = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Вводятся безразмерные показатели качества движения I_j , в совокупности формирующие критерий эффективности I :

$$I = \sum k_j I_j, \quad (3)$$

где k_j – весовые коэффициенты, определенные с точностью до постоянного множителя и подбираемые в соответствии со значимостью каждого показателя.

$$I_1 = \frac{1}{A} (\alpha_1 \int_0^\tau F^2 dt + \alpha_2 \int_0^\tau T^2 dt), \quad (4)$$

где I_1 – показатель качества движения, характеризующий тепловые потери в приводных двигателях; α_1, α_2 – известные постоянные, характеризующие двигатели приводов; A – задаваемая произвольно эталонная работа, например, $A = mgH$.

$$I_2 = \frac{1}{\tau g^2} \int_0^\tau \ddot{x}^2 dt; I_3 = \frac{1}{\tau g^2} \int_0^\tau \ddot{y}^2 dt, \quad (5)$$

где I_2, I_3 – безразмерные показатели, характеризующие квадрат среднеквадратичного ускорения; g – ускорение свободного падения.

$$I_4 = \frac{\tau}{A^2} \int_0^\tau [(F\dot{x})^2 + (T\dot{y})^2] dt, \quad (6)$$

где I_4 – безразмерный показатель, характеризующий квадрат среднеквадратичной мощности приводов.

Рис. 1. Расчетная схема переноса стопы

Ставится задача определения таких законов движения $x = x(t)$ и $y = y(t)$, которые обеспечивают преодоление стопой шагающего движителя препятствия, удовлетворяют граничным условиям (2) и доставляют минимум одному из показателей (4)–(6).

Метод решения

Метод решения поставленной задачи основан на «разбиении» движения на два этапа: до и после преодоления препятствия.

Первый этап: $0 < t < \tau_1$:

$$\begin{aligned} x(0) &= 0, & \dot{x}(0) &= 0, & y(0) &= 0, & \dot{y}(0) &= 0, \\ x(\tau_1) &= S, & \dot{x}(\tau_1) &= U, & y(\tau_1) &= H, & \dot{y}(\tau_1) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Второй этап: $0 < t < \tau - \tau_1$:

$$\begin{aligned} x(0) &= S, & \dot{x}(0) &= U, & y(0) &= H, & \dot{y}(0) &= 0, \\ x(\tau - \tau_1) &= L - S, & \dot{x}(\tau - \tau_1) &= 0, & y(\tau - \tau_1) &= h, & \dot{y}(\tau - \tau_1) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Каждый из этапов характеризуется управляющими параметрами τ_1 , U , и на каждом из них ставится задача о минимуме функционала

(3), что на каждом из этапов приводит к уравнениям Эйлера – Пуассона [8]

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \ddot{x}} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}} \right) + \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= 0 \\ \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \ddot{y}} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{y}} \right) + \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\Phi = \frac{k_1}{A} \left[\alpha_1 (m\ddot{x} + \mu_x \dot{x})^2 + \alpha_2 (m\ddot{y} + P + \mu_y \dot{y})^2 \right] + \frac{k_2}{\tau g^2} \ddot{x}^2 + \frac{k_3}{\tau g^2} \ddot{y}^2 + \frac{k_4 \tau}{A^2} \left[(m\ddot{x} + \mu_x \dot{x})^2 \dot{x}^2 + (m\ddot{y} + P + \mu_y \dot{y})^2 \dot{y}^2 \right]$$

При $k_4 = 0$ уравнения (9) имеют вид

$$\begin{cases} x^{IV} - \lambda_x^2 \ddot{x} = 0 \\ y^{IV} - \lambda_y^2 \ddot{y} = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где

$$\lambda_x^2 = \frac{\frac{\alpha_1 k_1 \mu_x^2}{A}}{\frac{\alpha_1 k_1 m^2}{A} + \frac{k_2}{\tau g^2}}; \quad \lambda_y^2 = \frac{\frac{\alpha_2 k_1 \mu_y^2}{A}}{\frac{\alpha_2 k_1 m^2}{A} + \frac{k_3}{\tau g^2}}.$$

Уравнения (10) решаются на каждом из этапов при соблюдении граничных условий (7), (8).

Вместе с тем оптимальность режима переноса стопы движителя по выбранному критерию (3) на каждом из этапов в совокупности с выбором управляющих параметров τ_1 , U обеспечивает оптимальность всего режима движения [3].

Решение дифференциальных уравнений (10) на каждом из этапов имеют вид

$$\begin{aligned} x(t) &= C_1 + C_2 t + C_3 e^{\lambda_x t} + C_4 e^{-\lambda_x t}, \\ y(t) &= B_1 + B_2 t + B_3 e^{\lambda_y t} + B_4 e^{-\lambda_y t}. \end{aligned} \quad (11)$$

Произвольные постоянные C_i, B_i ($i = 1 \dots 4$) определяются из граничных условий.

Модельная задача определения оптимальных режимов движения и анализ результатов

Для решения поставленной задачи первоначально требуется определить дополнительные управляющие параметры τ_1, U обеспечивающие минимум (3), в общем случае, или какого-либо показателя I_j , например, уровня тепловых потерь I_1 , в частности.

Определение таких управляющих параметров проводится на примере решения модельной задачи. Рассматривается шагающая машина типа «Ортоног» со сдвоенными механизмами шагания,двигающаяся равномерно прямолинейно с постоянной скоростью V . Приведенная масса каждого механизма $m = 70$ кг, длина шага $L = 0,91$ м, характеризующие двигатели приводов $\alpha_1 = \alpha_2$. Скорость движения машины V связана с длиной шага и временем переноса стопы τ соотношением $V = \frac{L}{2\tau}$.

Базовый профиль грунта и положение машины характеризуются следующими параметрами $H = 0,3$ м, $S = 0,3L = 0,273$ м, $h = 0$.

Таким образом, варьируемыми параметрами являются конструктивные λ_x, λ_y , которые характеризуют обтекаемость движителя внешней средой – водой, скорость движения робота V , искомые управляющие воздействия $U = \gamma V$, $\tau_1 = \varepsilon \tau = \varepsilon \frac{L}{2V}$, которые удобно задавать безраз-

мерными параметрами γ и ε , и геометрические характеристики профиля грунта H, S, h , варьируемые в зависимости от конкретных условий.

В результате математического моделирования получены зависимости безразмерных показателей (4), (5) входящих в критерий оптимальности (3).

На графиках рис. 2 представлены зависимости уровня тепловых потерь I_1 в приводных двигателях от безразмерного управляющего воздействия $\varepsilon = \tau_1 / \tau$ при известных геометрических характеристиках профиля дна и различных значениях скорости движения машины V (рис. 2, а) и различных геометрических параметрах профиля дна, характеризующих местом расположения препятствия S (рис. 2, б).

По графикам видно, что существует оптимальный режим переноса стопы через препятствие, характеризуемый параметрами движения машины. Их анализ показывает, что при низких и высоких значениях скоростей движения мобильного робота безразмерная величина уровня тепловых потерь I_1 достигает высоких значений, в то время как при определенном значении V показатель I_1 достигает минимума.

Оптимальные режимы движения, представленные на рисунке 2, учитывают только один из возможных показателей. Если учитывать значимость каждого из показателей весовыми коэффициентами k_j , то частные показатели изменяются (рис. 3) и носят противоречивый характер. С ростом значимости одного из них другой показатель убывает. Анализ таких зависимостей позволяет определять парето-оптимальные границы, что является поддержкой принятия решений для системы управления роботом.

Рис. 2. Зависимость безразмерной величины уровня тепловых потерь I_1 в приводных двигателях от управляющих воздействий ε и γ :
(а) 1 – $V = 0,1$ м/с; 2 – $V = 0,4$ м/с; 3 – $V = 0,7$ м/с; 4 – $V = 1$ м/с; (б) 1 – $S = 0,1L$; 2 – $S = 0,3L$; 3 – $S = 0,5L$; 4 – $S = 0,7L$

Рис. 3. Зависимости уровня тепловых потерь I_1 в приводных двигателях и безразмерного квадрата среднеквадратичного горизонтального ускорения I_2 от весового коэффициента k_1 :
 $1 - k_2 = 1$; $2 - k_2 = 10$; $3 - k_2 = 100$; $4 - k_2 = 1000$

Выводы

Предложена расчетная схема и разработана математическая модель для описания динамики движения переносимой стопы шагающего движителя подводного мобильного робота. Сформулированы критерии, определяющие оптимальные режимы управления переносом стопы шагающего движителя при преодолении препятствия, и разработаны методы их определения. Установлены зависимости показателей качества от скорости робота, управляющих параметров ε , γ и геометрических параметров профиля грунта S , H . Разработан метод построения парето-оптимальных границ варьируемых параметров.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Охоцимский, Д. Е. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата / Д. Е. Охоцимский, Ю. Ф. Голубев. – М. : Наука, Физматлит, 1984. – 312 с.
2. Артоболевский, И. И. Некоторые проблемы создания шагающих машин / И. И. Артоболевский, Н. В. Умнов // Вестник АН СССР. – 1969. – № 2. – С. 44.

3. Брискин, Е. С. Об энергетически эффективных режимах движения мобильных роботов с ортогональными шагающими движителями при преодолении препятствий / Е. С. Брискин, Я. В. Калинин, М. В. Мирошкина // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2020. – № 2. – С. 75–82.

4. Об энергетической эффективности цикловых механизмов / Е. С. Брискин, Я. В. Калинин, А. В. Малолетов, В. В. Чернышев // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2014. – № 1. – С. 18–25.

5. Об оценке эффективности шагающих роботов на основе многокритериальной оптимизации их параметров и алгоритмов движения / Е. С. Брискин, Я. В. Калинин, А. В. Малолетов, В. А. Шурыгин // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2017. – № 2. – С. 168–176.

6. Об управлении адаптацией ортогональных шагающих движителей к опорной поверхности / Е. С. Брискин, Я. В. Калинин, А. В. Малолетов, В. А. Серов, С. А. Устинов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2017. – № 3. – С. 184–190.

7. Брискин, Е. С. Об энергетически эффективных алгоритмах движения шагающих машин с цикловыми движителями / Е. С. Брискин, Я. В. Калинин // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2011. – № 2. – С. 170–176.

8. Эльсгольц, Л. Э. Вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. – М. : URSS, 2019. – 208 с.