УДК 62-592-52
DOI 10.35211/1990-5297-2020-9-244-57-60

Е. А. Марчук

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНТИБЛОКИРОВОЧНОЙ СИСТЕМЫ ТОРМОЖЕНИЯ С ВКЛЮЧЕНИЕМ КВАТЕРНИОНА*

Волгоградский государственный технический университет

marocci@bk.ru

В статье рассматриваются описание поворотной кинематики в представлении кватернионного исчисления и процесс обработки сигналов бортовых датчиков с использованием фильтра Калмана применительно к задаче математического моделирования антиблокировочной системы торможения наземного колесного транспортного средства.

Ключевые слова: торможение, антиблокировочная система, кватернион, модель.

E. A. Marchuk

MATHEMATICAL MODEL OF ANTILOCK BRAKING SYSTEM WITH INCLUSION OF THE QUATERNION

Volgograd State Technical University

The article discusses a description of rotation kinematics in representation of the quaternions and processing of vehicle onboard sensors signals having used Kalman Filter in relation to the task of mathematical modeling of anti-lock braking system of ground wheeled vehicle.

Keywords: brake, antilock braking system, quaternion, model.

Введение

Антиблокировочная система торможения автомобиля является одним из важнейших компонентов системы активной безопасности транспортного средства. Антиблокировочная система обеспечивает сохранение управляемости транспортного средства в режиме экстренного торможения [1]. Принципы работы антиблокировочной системы основываются на распределении тормозных усилий в отношении каждого из колес транспортного средства для достижения заданного значения коэффициента проскальзывания колеса относительно дорожного покрытия [2], [3]. Электронный блок управления антиблокировочной системы торможения осуществляет распределение тормозных усилий на основании показаний бортовых датчиков транспортного средства [4]. Бортовая система может включать в себя различные виды датчиков: угловой скорости колеса, частоты вращения выходного вала КПП, акселерометра, рыскания, угла поворота рулевого колеса, высоты кузова и т. д. [5], [6]. Нетривиальной задачей при построении математической модели представляется наиболее точное определение вектора линейной скорости центра масс транспортного средства. Значение линейной скорости транспортного средства служит для выра-

жения значения линейной скорости колеса, используемой для определения мгновенного значения коэффициента продольного проскальзывания колеса. В настоящей работе описывается подход в построении модели антиблокировочной системы торможения с нахождением линейной скорости транспортного средства, основанном на кватернионном представлении результатов обработки показаний гироскопа и акселерометра с использованием фильтра Калмана.

Задачи и проблемы обработки сигналов бортовых датчиков транспортного средства

Как упоминалось выше, распределение тормозных усилий в работе антиблокировочной системы торможения осуществляется электронным блоком управления на основании показаний бортовых датчиков транспортного средства [2], [3], [7]. Таким образом, являются критически важными задачами точность и быстрота обработки сигналов датчиков. Среди актуальных проблем обработки сигналов датчиков, например, работающих на принципах магнетизма, является зашумленность сигнала, еще одной проблемой является точность самих датчиков [8], [9]. Высокоточные датчики, например, лазерные гироскопы или оптические датчики угловой скорости, как правило, относи-

тельно дороги и требовательны к условиям эксплуатации, а иногда и относительно велики в размерах и поэтому неудобны для практического использования в конструкции автомобильного транспорта. К настоящему времени известно достаточное количество способов обработки сигналов датчиков, позволяющих получить на выходе качество сигнала, удовлетворяющее широкому спектру практических задач даже при использовании относительно недорогих датчиков с удовлетворительным уровнем точности показаний [5], [10]. Большинство из распространенных алгоритмов обработки сигналов основывается на использовании различных вариантов исполнения фильтра Калмана, среди недостатков которого следует отметить возрастание вычислительной сложности в некоторых задачах [11]. В настоящей модели для определения вектора линейной скорости центра масс транспортного средства предполагается использование показаний датчиков IMU (Inertial Measurement Unit), состоящего из MEMS (Micro Electrical Mechanical System) гироскопа и акселерометра. Вычисления предлагается осуществить с использованием модели кватерниона для описания положения объекта в пространстве и модели фильтра Калмана для обработки сигналов бортовых датчиков и выражения вектора скорости.

Включение кватернионного представления в модель антиблокировочной системы торможения колесного транспортного средства

Наиболее распространенными являются способы выражения поворотов объекта в пространстве через углы Эйлера или Тэйта – Брайана, либо через поворотные матрицы. Подробное описание теории и практического использования указанных методов может быть найдено в [12], [13]. В данной работе для выражения поворотов объекта в пространстве будет использоваться кватернионное представление [14], [15], [16]. Использование кватернионов в кинематической модели транспортного средства как одной из частей модели антиблокировочной системы торможения объясняется большим практическим удобством в контексте поставленной задачи в сравнении с иными формами записи, например, углами Эйлера или поворотной матрицей.

Трехосный гироскоп, предлагаемый к использованию в данной модели, позволяет определить значение угловых скоростей при поворотах относительно осей гироскопа в системе

координат, связанной с транспортным средством. Акселерометр, предлагаемый к использованию в данной модели, позволяет определить значение линейных ускорений в системе координат, связанной с транспортным средством. Следует учесть, что результаты измерений акселерометра a_x и a_y будут нуждаться в корректировке с учетом влияния ускорения свободного падения g . Начальную систему координат, связанную с транспортным средством, при записи кватернионов далее будем обозначать верхним левым индексом V (*Vehicle*), например Vq . Начальную систему координат, связанную с Землей, при записи кватернионов далее будем обозначать верхним левым индексом E (*Earth*), например Eq . Любой вектор в трехмерном пространстве при переходе в иную систему координат может быть представлен в кватернионной записи (в конкретном случае – для системы координат, связанной с транспортным средством) в виде:

$${}^Ev = {}^V\hat{q} \otimes {}^Vv \otimes {}^V\hat{q}^*, \quad (1)$$

где ${}^V\hat{q}$ – кватернион поворота в начальной системе координат, связанной с транспортным средством; ${}^V\hat{q}^*$ – сопряженный ему кватернион; Vv – некоторый вектор в системе координат, связанной с транспортным средством; Ev – тот же самый вектор в системе координат, связанной с Землей; $\otimes$ – знак кватернионного (или Гамильтонова) произведения.

Тогда мы можем записать, например, вектор $\dot{\phi}$ суммы угловых скоростей $\dot{\phi}_x$, $\dot{\phi}_y$, $\dot{\phi}_z$ транспортного средства относительно центра масс в виде

$$\dot{\phi} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\phi}_x & \dot{\phi}_y & \dot{\phi}_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

или

$${}^V\hat{q} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -r_x \sin \frac{\theta}{2} & -r_y \sin \frac{\theta}{2} & -r_z \sin \frac{\theta}{2} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где r_x , r_y , r_z – базис нормированного вектора ${}^V\hat{r}$ в системе координат, связанной с транспортным средством; θ – угол поворота вокруг вектора ${}^V\hat{r}$ в системе координат, связанной с транспортным средством.

Запишем кинематическую модель транспортного средства в виде уравнений

$$v = v_x i + v_y j + v_z k, \quad (4)$$

$$a = \dot{v} + \dot{\phi} \times v, \quad (5)$$

где v является нормированным вектором скорости центра масс транспортного средства, $v \in \mathbb{R}^3$; a является вектором ускорения центра масс транспортного средства, $a \in \mathbb{R}^3$; $\dot{\phi}$ является вектором суммы угловых скоростей центра масс транспортного средства, $\dot{\phi} \in \mathbb{R}^3$.

Дополним кинематическую модель транспортного средства кватернионным представлением поворотов и вектором ускорения свободного падения и запишем получившееся уравнение в виде

$$\begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\phi} \times v \end{bmatrix} + {}^V_E \hat{q} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} \otimes {}^V_E \hat{q}^*, \quad (6)$$

где g является вектором ускорения свободного падения, $g \in \mathbb{R}^3$; ${}^V_E \hat{q}$ и ${}^V_E \hat{q}^*$, соответственно, кватернион поворота в системе координат, связанной с транспортным средством, и сопряженный ему кватернион, ${}^V_E \hat{q}, {}^V_E \hat{q}^* \in \mathbb{H}^4$.

Окончательно:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\phi} \times v \end{bmatrix} - {}^V_E \hat{q} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} \otimes {}^V_E \hat{q}^*, \quad (7)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{2} {}^V_E \hat{q} \otimes \dot{\phi}. \quad (8)$$

Получившаяся система, что очевидно, нелинейна [17], поэтому для выражения вектора скорости предлагается воспользоваться одной из версий фильтра Калмана, а именно EKF (Extended Kalman Filter). Фильтр проектируется на основании окончательного выражения кинематической модели транспортного средства, приведенного выше. Рекомендации по проектированию различных вариантов фильтра Калмана могут быть найдены, к примеру, в [18]. На основании результатов исследований и моделирования различных вариантов использования фильтра Калмана, можно судить, что скорость обработки сигналов и точность полученных результатов в целом соответствует задачам моделирования динамических процессов в реальном времени [5], [17].

Рассмотренную кинематическую модель с кватернионным представлением поворотов транспортного средства предполагается использовать как часть математической модели антиблокировочной системы торможения колесного транспортного средства. В качестве закона, определяющего зависимость коэффициента сцепления колеса с дорожным покрытием от коэффициента проскальзывания колеса предлагается использовать формулу, описанную А. А. Ревиним [19]:

$$\varphi(S) = \frac{f_0 * S}{a * S^2 + b * S + c}, \quad (9)$$

где $\varphi(S)$ является коэффициентом сцепления колеса с дорожным покрытием; S является коэффициентом проскальзывания колеса; f_0 , a , b , c являются табличными коэффициентами, определенными для конкретного типа дорожного покрытия. В качестве управляющего элемента модели предполагается использование нейронечеткого контроллера, реализованного на принципах, описанных в работе [20].

Выводы

Гиперкомплексные числа достаточно широко применяются в математическом описании пространственных структур и поворотов в пространстве. Кватернионное исчисление наиболее широко используется в задачах позиционирования аэрокосмических аппаратов и задачах робототехники. Относительно недавно в печатных изданиях стали чаще появляться описания математических моделей наземных транспортных средств с включением в модели кватернионов. Предложенная в работе кинематическая модель с кватернионным представлением поворотов как составляющая модели антиблокировочной системы торможения наземного колесного транспортного средства предполагает упрощение математической записи поворотного движения в пространстве и вместе с тем повышение адекватности модели реальному процессу.

Автор благодарен канд. техн. наук, доцентам Я. В. Калинин и А. П. Федину за консультации в процессе подготовки материала статьи.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Reif, K. Brakes, Brake Control and Driver Assistance Systems. BOSCH professional automotive information / K. Reif. – Springer, 2014. – 275 p.
2. Проблемы моделирования динамических процессов в реальном времени / Е. В. Балакина, Н. М. Зотов, В. М. Зотов, И. А. Платонов, А. П. Федин. – М.: Машиностроение, 2013. – 300 с.
3. Федин, А. П. Обеспечение адекватности моделирования рабочих процессов элементов автомобиля при испытаниях на виртуально-физических стендах-тренажерах: дис. ... канд. техн. наук / А. П. Федин. – Волгоград, 2006.
4. Denton, T. Automobile Electrical and Electronic Systems / T. Denton. – Elsevier, 2004.
5. Venkatesh, K. Arun. CAN Network Based Longitudinal Velocity Measurement Using Accelerometer and GPS Receiver for Automobiles / Arun Venkatesh // Measurement Science Review. – 2013. – Vol. 13. – Pp. 115–121.

6. *Lundquist, C.* Sensor Fusion for Automotive Applications / Christian Lundquist. – Sweden, Linköping, 2011.
7. *Kiencke, U.* Automotive Control Systems for Engine, Driveline, and Vehicle / Uwe Kiencke, Lars Nielsen. – Springer, 2005.
8. *Сысоева, С.* Автомобильные датчики положения. Современные технологии и новые перспективы / С. Сысоева // Компоненты и технологии. – 2005. – № 2. – С. 52–59.
9. Анализ датчиков угловой скорости колес автотранспортных средств / Л. А. Рыжих, А. А. Чебан, С. В. Тишковец, А. Н. Красюк // Автомобильный транспорт. – 2007. – № 21. – С. 7–11.
10. *Madgwick, S.* An efficient orientation filter for inertial and inertial/ magnetic sensor arrays / S. Madgwick // Computer Science. – 2010.
11. *Kalman, R. E.* A new approach to linear filtering and prediction problems / R. E. Kalman // Journal of Basic Engineering. – 1960. – Vol. 82 (1). – Pp. 35–40.
12. *Tait, P. G.* An Elementary Treatise on Quaternions / P. G. Tait // Cambridge University Press, 1890. – 426 p.
13. *Goldstein, H.* Classical Mechanics / H. Goldstein. – Addison – Wesley, 1980.
14. *Diebel, J.* Representing Attitude: Euler Angles, Unit Quaternions, and Rotation Vectors / James Diebel. – Stanford, California : Stanford University, 2006. – 35 p.
15. *Челноков, Ю. Н.* Кватернионные модели и методы динамики, навигации и управления движением / Ю. Н. Челноков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 560 с.
16. *Ламоткин, А. Е.* Применение кватернионов к задаче о плавном развороте космического аппарата / А. Е. Ламоткин, Н. Е. Мисюра, Е. А. Митюшев // XXXI Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения (МИКМУС-2019). – М. : Институт машиноведения им. А. А. Благоднарова, 2020. – С. 484–487.
17. *Viehweger, M.* Vehicle state and tyre force estimation: demonstrations and guidelines [Электронный ресурс] / M. Viehweger, C. Vaseur, S. van Aalst, M. Acosta, E. Regolin, A. Alatorre, W. Desmet, F. Naets, V. Ivanov, A. Ferrara, A. Victorino // Vehicle System Dynamics. – 2020. – Режим доступа : <https://doi.org/10.1080/00423114.2020.1714672>, свободный (дата обращения: 11.05.2020).
18. *Lacey, T.* Tutorial : The Kalman Filter [Электронный ресурс] / Tony Lancey // MIT. – Режим доступа : <http://web.mit.edu/kirtley/kirtley/binlustuff/literature/control/Kalman%2520filter.pdf>, свободный (дата обращения: 21.05.2020).
19. *Ревин, А. А.* Повышение эффективности, устойчивости и управляемости при торможении автотранспортных средств : дис. ... д-ра техн. наук / А. А. Ревин. – Волгоград, 1983.
20. *Качанов, А. С.* Нейронечеткий регулятор распределения усилий в тормозной системе колесного транспортного средства / А. С. Качанов, В. В. Воробьев, П. В. Ковалева // XXIV Региональная конференция молодых ученых и исследователей Волгоградской области. – Волгоград, 2020. – С. 400–401.