УДК 51-72+51-74+517.977+531.6

DOI 10.35211/1990-5297-2020-9-244-44-48

*Я. В. Калинин***О ПОСТРОЕНИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ЭФФЕКТИВНЫХ
АЛГОРИТМОВ РАЗГОНА И ТОРМОЖЕНИЯ ШАГАЮЩЕГО РОБОТА *****Волгоградский государственный технический университет**

jkv83@mail.ru

Рассматривается энергетически эффективное движение шагающего робота на твердом грунте. С помощью методов классического вариационного исчисления строятся законы оптимального по критерию минимума потерь энергии разгона и торможения робота. Получаемые законы движения соответствуют экстремали исследуемого функционала качества.

Ключевые слова: энергетически эффективное движение шагающего робота, разгон и торможение шагающего робота, вариационное исчисление, оптимальный закон движения.

*Ya. V. Kalinin***ON THE CONSTRUCTION OF ENERGY-EFFICIENT ALGORITHMS
OF THE WALKING ROBOT RAISING AND BRAKING****Volgograd State Technical University**

An energetically effective motion of a walking robot on a hard ground is considered. With the help of the methods of the classical calculus of variations, laws of the optimal acceleration and deceleration energy of the robot are calculated based on the minimum criterion. The resulting motion laws correspond to the extremals of the investigated quality functional.

Keywords: energetically effective movement of the walking robot, acceleration and braking of the walking robot, calculus of variations, the optimal law of motion.

Современное состояние развития мобильных роботов требует решение одного из главных вопросов их эффективного применения, а именно – повышения энергетической эффективности, которая заключается в повышении автономности и продолжительности работы без пополнения запасов энергии от внешних источников работы. Основных пути решения такой задачи два: повышение энергоемкости аккумуляторов энергии, находящихся на борту робота, или снижение непроизводительных затрат энергии на движение робота. Первый путь достаточно сложен и пока еще недостаточно эффективен, так как, например, дизельное топливо несет в себе значительный запас энергии, до 12 кВт·ч/кг [1], что с учетом КПД современных дизель-генераторов, которые могут быть установлены на мобильном роботе, дает до 5,2 кВт·ч/кг. Однако, такой вариант энергообеспечения содержит в себе и множество минусов: низкая экологичность, дополнительная масса генератора, пожароопасность, шум, вибрации, необходимость постоянного притока воздуха и отвода горячих выхлопных газов, вот далеко не полный перечень проблем. Применение химических аккумуляторов лишено боль-

шинства озвученных проблем, однако, их энергоемкость по-прежнему недостаточна – всего 0,1–0,18 кВт·ч/кг для лучших массовых образцов [2].

Поэтому актуальной является задача снижения непроизводительных потерь энергии при движении шагающих роботов, так как такой вариант тоже позволит повысить автономность мобильных роботов.

Ключевой проблемой низкой энергетической эффективности шагающих роботов является принципиальная неуравновешенность шагающего движителя [3, 4]. Для некоторых перспективных типов шагающих движителей можно добиться лучшей уравновешенности за счет конструкции [5] или уравновешивания [6], однако, как правило, можно достичь только полной статической уравновешенности, в то время как моментной уравновешенности достичь существенно сложнее и добиться полной моментной уравновешенности для подавляющего большинства движителей, отличных от колеса, невозможно. Неуравновешенность шагающих движителей приводит к резкому росту потерь энергии на перенос движителей из одного положения в другое. Показано [7, 8], что

рост мощности для обеспечения переноса движителей шагающего аппарата при поддержании постоянной скорости корпуса пропорционален кубу скорости корпуса, что существенно ограничивает возможности увеличения скорости движения шагающих роботов. Применение различных рекуператоров [9] энергии усложняет и удорожает конструкцию шагающей машины. Еще В. В. Белецкий [3] выдвигалась идея о возможности достижения существенного повышения энергоэффективности шагающих роботов при отказе от равномерного движения корпуса. В таком случае рекуператором механической энергии служит корпус робота, являясь по сути маховиком значительной массы, уже находящимся в конструкции машины. Ранее было показана [10–12] эффективность применения такого подхода к установившемуся движению шагающих аппаратов, позволяющая добиться существенного роста энергетической эффективности. Однако, задача рассмотрения энергетически эффективного разгона или торможения шагающего робота ранее не ставилась и не решалась.

Поэтому ставится задача определения оптимальных режимов поступательного движения шагающего робота, центр масс которого движется прямолинейно, и поступательного, вдоль горизонтальной оси, перемещения опоры переносимого механизма шагания, рассматриваемых как твердые тела в неустановившемся режиме движения, когда корпус робота постепенно разгоняется от нулевой скорости до крейсерской скорости, соответствующей установившемуся движению. Под оптимальным в данном случае подразумевается такой режим движения корпуса и переносимого неуравновешенного движителя, при котором обеспечивается минимум квадратичного функционала потерь энергии в приводных двигателях, а также выполняется условие совместного перемещения корпуса и движителя (изопериметрическое условие функционала).

Полученные зависимости могут применяться при управлении движением шагающих роботов (например, шагающего робота «Ортоног» (рис. 1) [13]).

Расчетная схема робота как механической системы с двумя степенями свободы вдоль горизонтальной оси приведена на рис. 2, где 1 – корпус; 2 – эквивалентный механизм шагания в фазе переноса; 3 – эквивалентный механизм шагания в фазе опоры; 4 – привод курсового движения; 5 – грунт. Данная схема ранее уже

Рис. 1. Шагающий робот «Ортоног»

применялась в работах [11, 14] и соответствует точности, которая обеспечивает существенно увеличение энергетической эффективности шагающего робота, хотя исключено рассмотрение переноса движителя в вертикальной плоскости и возможные колебания корпуса в вертикальной плоскости. В рассмотрение вводятся силы: P – постоянная сила сопротивления движению робота, приложенная к корпусу (например, постоянная сила полезного сопротивления); F_1 – сила, генерируемая приводом курсового движения механизма шагания, находящегося в опоре и приводящего в движение корпус; F'_2 – сила, генерируемая приводом курсового движения переносимого механизма шагания и приводящая в движение этот механизм шагания в относительном движении относительно корпуса; F_2 – равная по величине F'_2 сила, приложенная к корпусу робота; R_3 – опорная реакция грунта под стопой опорного механизма шагания. За счет применения в роботе «Ортоног» сдвоенных движителей [13] и их синхронного перемещения относительно корпуса обеспечивается статическая устойчивость робота, а так как движение подразумевается происходящим без проскальзывания опор 3 по грунту 5, то в рамках принятой расчетной схемы $R_3 = F_1$.

Рис. 2. Расчетная схема задачи

Вводятся граничные условия:

$$\begin{aligned} V_1(0) &= \varepsilon V_0, V_1(\tau) = \gamma V_0, \\ V_2(0) &= V_2(\tau) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где τ – время шага V_1 ; V_2 – соответственно скорость поступательного прямолинейного движения какой-либо точки корпуса (например, его центра масс) и скорость поступательного прямолинейного движения опорной точки эквивалентного механизма шагания в фазе переноса в абсолютном движении вдоль оси x ; εV_0 – задаваемая скорость центра масс корпуса в начале ($t = 0$) и конце γV_0 шага ($t = \tau$). Скорость центра масс корпуса удобнее задавать в долях от крейсерской скорости V_0 , которую должен достигнуть корпус робота в конце разгона.

В данной работе энергетическая эффективность будет оцениваться тепловыми потерями в двигателях, что, например, для двигателей постоянного тока дает квадратичный функционал потерь, пропорциональных квадрату развиваемых приводами сил:

$$W = \int_0^\tau (F_1^2 + F_2^2) dt, \quad (2)$$

где F_1 – абсолютная величина силы, развиваемой приводом механизма шагания, находящегося в фазе опоры на грунт, приложенной к корпусу; F_2 – абсолютная величина силы, развиваемой приводом механизма шагания, находящегося в фазе переноса, приложенной к корпусу.

С учетом изопериметрического условия согласованности движения корпуса и переносимого механизма шагания за период τ получается законченная постановка задачи условной минимизации функционала потерь, которая может быть решена методом множителей Лагранжа для обратной задачи классического вариационного исчисления [15]. Требование учета изопериметрического условия вызвано тем, что при построении оптимальных законов движения корпуса и переносимого движителя должна обеспечиваться целостность шагающего робота, т.е. за период одного шага центр масс корпуса должен пройти расстояние вдвое меньшее, чем переносимый механизм шагания, так как он совершает переносное движение совместно с корпусом и относительно движение относительно корпуса

$$\int_0^\tau (V_2 - 2V_1) dt = 0. \quad (3)$$

В таком случае получается функционал качества движения механической системы, под-

лежащей минимизации в следующем удобном для исследования безразмерном виде:

$$I = \int_0^\tau \left[\frac{(F_1^2 + F_2^2)}{M^2 g^2 \tau} + \frac{\mu (V_2 - 2V_1)}{L} \right] dt \rightarrow \min, \quad (4)$$

где g – ускорение свободного падения; M – масса корпуса шагающего робота; L – базовый характерный размер (например, длина шага); μ – неопределенный множитель Лагранжа.

Дифференциальные уравнения движения рассматриваемой механической системы имеют вид

$$\begin{cases} M\dot{V}_1 = F_1 - F_2 - P, \\ m\dot{V}_2 = F_2, \end{cases} \quad (5)$$

где m – масса переносимой опоры механизма шагания.

При определении из (5) F_1 и F_2 , подстановке результата в (4) и составлении уравнений Эйлера-Лагранжа получается система уравнений

$$\begin{cases} \ddot{V}_1 + \phi \ddot{V}_2 = -\mu g^2 \tau / L, \\ \phi \ddot{V}_1 + 2\phi^2 \ddot{V}_2 = \mu g^2 \tau / (2L), \end{cases} \quad (6)$$

где $\phi = m/M$.

Тогда искомые зависимости $V_1 = V_1(t)$, $V_2 = V_2(t)$, обеспечивающие минимум функционала (4) и удовлетворяющие изопериметрическому (3) и граничным условиям (1), после всех необходимых преобразований имеют вид

$$\begin{cases} V_1 = \varepsilon V_0 + \frac{\gamma - \varepsilon}{\tau} V_0 t + \alpha (4 + 1/\phi) (t^2 - \tau t), \\ V_2 = \alpha (1/\phi^2 + 2/\phi) (\tau t - t^2), \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{где} \quad \alpha &= \frac{3V_0(\varepsilon + \gamma)}{2\tau^2 [2 + 1/\phi + 1/(4\phi^2)]}, \\ \mu &= -\frac{6V_0(\varepsilon + \gamma)L}{g^2 \tau^3 [2 + 1/\phi + 1/(4\phi^2)]}. \end{aligned}$$

Безразмерные потери энергии в приводных двигателях на одном шаге разгона в таком случае определяются как

$$\bar{W} = \frac{3V_0^2(\varepsilon + \gamma)^2}{g\tau^2 [2 + 1/\phi + 1/(4\phi^2)]}. \quad (8)$$

В данном случае можно по (8) рассмотреть альтернативу разгона за один шаг, когда с нулевой скорости сразу же в конце первого шага достигается крейсерская скорость корпуса робота и разгон на нескольких последовательных шагах, когда скорость корпуса линейно увеличивается от шага к шагу.

Очевидно, что разгон за один шаг энергетически более выгоден, так как в таком случае потери составят

$$\bar{W}_1 = \frac{3V_0^2(0+1)^2}{g\tau^2 \left[2 + 1/\varphi + 1/(4\varphi^2) \right]} = \frac{3V_0^2}{g\tau^2 \left[2 + 1/\varphi + 1/(4\varphi^2) \right]},$$

а в случае n последовательных шагов постепенного разгона

$$\bar{W}_n = \frac{3V_0^2 n \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i + \gamma_i)^2}{g\tau^2 \left[2 + 1/\varphi + 1/(4\varphi^2) \right]} > \frac{3V_0^2}{g\tau^2 \left[2 + 1/\varphi + 1/(4\varphi^2) \right]}, n \in 2, 3, \dots, \infty,$$

так как ряд $n \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i + \gamma_i)^2 = \sum_{i=1}^n \left(2 - \frac{1}{i} \right)^2$ расхо-
дится по признаку Даламбера при любом n [16].

Поэтому необходимо при разгоне шагающего робота обеспечивать разгон за первый шаг, так как это наиболее эффективно с точки зрения минимизации потерь энергии. В случае если мощности приводных двигателей недостаточно для обеспечения разгона за один шаг, то энергетически выгоднее не разбивать разгон на

несколько шагов, а растягивать первый разгонный шаг по времени, так как при увеличении времени периода шага τ в выражении (8) будут квадратично уменьшаться потери на разгонном шаге и тут уже будет рассматриваться компромисс между быстродействием и необходимой для такого варианта разгона мощностью.

Результаты исследования для условного шагающего робота, сопоставимого по параметрам с шагающим роботом «Ортоног», приведены на рис. 3.

Рис. 3. Зависимости скоростей центра масс корпуса (1) и опорной точки переносимого движителя (2) при разгоне от нулевой скорости до 1 м/с в течение 3 секунд

По результатам исследования можно сделать вывод о необходимости изменения скорости движения робота за один шаг; при этом разгон и торможение робота обладают двойственностью, поэтому можно рассматривать результаты данной работы, полученные для разгона, точно так же и для торможения с точностью до наоборот.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сравнительная таблица теплотворности некоторых видов топлива [Электронный ресурс]. — 2017. — Режим доступа : <http://ecoles-nn.ru/tablitza-teplotvornosti/>
2. Литий-ионные (Li-ion) аккумуляторы [Электронный ресурс]. — 2017. — Режим доступа : <http://www.powerinfo.ru/accumulator-liion.php>
3. Белецкий, В. В. Двухногая ходьба: модельные задачи динамики и управления / В. В. Белецкий. — М. : Наука, 1984. — 288 с.

4. *Брискин, Е. С.* К истории разработок шагающих машин / *Е. С. Брискин, В. Е. Павловский* // Экстремальная робототехника : сб. докл. междунар. науч.-техн. конф. – СПб. : Центр технологии судостроения и судоремонта, ЦНИИ робототехники и технической кибернетики, 2011. – С. 69–76.
5. Шагающие машины / *Д. Е. Охоцимский, А. К. Платонов, А. А. Кирилченко, В. В. Лапшин* // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша АН СССР, 1989. – 36 с.
6. П. м. 159369 РФ, МПК B62D57/032. Шагающее транспортное средство / *Е. С. Брискин, Н. Г. Шаронов, Я. В. Калинин, А. В. Малолетов, В. А. Серов* ; ВолгГТУ. – 2016.
7. *Лапшин, В. В.* Модельные оценки энергозатрат шагающего аппарата / *В. В. Лапшин* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 1993. – № 1. – С. 65–74.
8. *Охоцимский, Д. Е.* Энергетика движения шестинового шагающего аппарата / *Д. Е. Охоцимский, А. К. Платонов, В. В. Лапшин* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 1976. – № 5. – С. 42–50.
9. *Гончаров, С. И.* Анализ динамики периодической работы двигателей шагающих машин с целью увеличения их быстродействия : дис. канд. техн. наук / *С. И. Гончаров*. – М. : Ин-т машиноведения АН СССР, 1989.
10. *Калинин, Я. В.* Оценка энергетической эффективности шагающих машин с цикловыми движителями / *Я. В. Калинин* // Известия ВолгГТУ : межвуз. сб. науч. ст. № 7 / ВолгГТУ. – Волгоград, 2009. – Т. 12. – С. 40–44.
11. *Брискин, Е. С.* Об управлении движением шагающей машины с двигателем минимальной мощности / *Е. С. Брискин, В. В. Жога, А. В. Малолетов* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2009. – № 6. – С. 21–30.
12. *Брискин, Е. С.* Об энергетически эффективных алгоритмах движения шагающих машин с цикловыми движителями / *Е. С. Брискин, Я. В. Калинин* // Изв. РАН. ТиСУ. – 2011. – № 2. – С. 170–176.
13. Об управлении движением шагающей машины со сдвоенными ортогонально-поворотными движителями / *Е. С. Брискин, И. П. Вершинина, А. В. Малолетов, Н. Г. Шаронов* // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2014. – № 3. – С. 168–176.
14. Об оценке эффективности шагающих роботов на основе многокритериальной оптимизации их параметров и алгоритмов движения / *Е. С. Брискин, Я. В. Калинин, А. В. Малолетов, В. А. Шурыгин* // Изв. РАН. ТиСУ. – 2017. – № 2. – С. 168–176.
15. *Эльсгольц, Л. Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / *Л. Э. Эльсгольц*. – М. : Наука, 1969. – 425 с.
16. *Воробьев, Н. Н.* Теория рядов / *Н. Н. Воробьев*. – М. : Наука, 1979. – 4-е изд. перераб. и доп. – 408 с.