В. В. Дяшкин-Титов¹, В. В. Жога^{2, 3}, Н. С. Воробьева¹

**СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОГРАММНЫХ УСИЛИЙ
ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ЗВЕНЬЕВ МАНИПУЛЯТОРА НА ОСНОВЕ ТРИПОДА***

¹ Волгоградский государственный аграрный университет

² Волгоградский государственный технический университет

³ Центр технологий компонентов робототехники и мехатроники,

Университет Иннополис

c_43.52.00@mail.ru

Разработан алгоритм синтеза управляющих напряжений электродвигателя при перемещении рабочего органа манипулятора параллельной структуры на основе трипода из начального положения в заданное конечное положение при фиксированном времени перемещения из условия минимума критерия, характеризующего нагрев электродвигателя.

Ключевые слова: манипулятор-трипод, робот, синтез управляющих усилий.

© Дяшкин-Титов В. В., Жога В. В., Воробьева Н. С., 2020

* Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-210.2020.8, РФФИ и администрации Волгоградской области в рамках научного проекта № 19-48-340013 p_a.

V. V. Dyashkin-Titov¹, V. V. Zhoga^{2,3}, N. S. Vorob'eva¹

SYNTHESIS OF OPTIMAL PROGRAM FORCES OF MANIPULATOR ACTUATORS BASED ON TRIPOD

¹Volgograd State Agrarian University

²Volgograd State Technical University

³Center for Technologies in Robotics and Mechatronics Components,
Innopolis University

Algorithm for synthesis of control voltages of electric motor at movement of working element of manipulator of parallel structure based on tripod from initial position to specified final position at fixed time of movement from condition of minimum criterion characterizing heating of electric motor is developed.

Keywords: manipulator-tripod, robot, synthesis of control forces.

Введение

Манипуляторы параллельной структуры находят применение при сборке микросхем, сортировке и упаковке продукции [1]. Для механизации этих работ создано большое количество разнообразных машин, облегчающих ручной труд и увеличивающих его производительность [2]. Неэффективное управление манипуляторами увеличивает энергозатраты, снижает производительность, а при ручном управлении приводит к утомляемости оператора и последующего возникновения ошибок позиционирования. Характер перемещений звеньев манипулятора определяется реализацией заданной технологической операцией. Система управления должна обеспечить перемещение рабочего органа в заданную точку рабочей зоны с необходимой точностью. Перемещение рабочего органа из известного текущего положения в заданное конечное положение реализуется изменением длин исполнительных звеньев манипулятора-трипода. Задача решается в два этапа. Сначала решается задача позиционирования. Задача состоит в том, что при известной начальной конфигурации манипулятора находятся обобщенные координаты манипулятора, при заданных конечных координатах рабочего органа [3]. На втором этапе определяются законы изменения обобщенных координат, удовлетворяющих заданным граничным условиям. Проще всего эта задача решается выбором для каждой обобщенной координаты одного из известных законов изменения скорости длин исполнительных звеньев манипулятора [4]. При выполнении этих перемещений режим работы приводных электродвигателей повторно-кратковременный. Потери в электродвигателях при работе в этом режиме в основном зависят от потребляемого тока и мощности. Номинальные значения этих параметров устанавливаются из допустимого нагрева электродвигателей [5]. При решении

этих задач часто рассматривают линеаризованные модели динамики манипуляционной системы, позволяющие провести синтез управления с использованием хорошо разработанных методов теории управления линейными системами [6]. Эти обстоятельства обуславливают актуальность задачи синтеза эффективных алгоритмов управления манипуляторами параллельной структуры на основе трипода.

Постановка задачи

Кинематическая схема и фото манипулятора параллельной структуры приведены на рис. 1. Манипулятор состоит из пространственного подвижного трехстержневого механизма с исполнительными звеньями переменной длины l_1, l_2, l_3 . Одни концы этих звеньев соединяются посредством двух подвижных шарниров, расположенных на неподвижном основании ABC . Продольные оси трех управляемых гидроцилиндров сходятся в одной точке посредством шарового шарнира, что обеспечивает повышенную жесткость манипулятора и небольшие динамические ошибки [3].

В качестве исполнительных звеньев используются линейные звенья с электрическим приводом постоянного тока (актуаторы). Все актуаторы снабжены встроенным аналоговым датчиком перемещения. Число степеней свободы горизонтального и вертикального перемещения манипулятора равно трем соответственно. Конструкция манипулятора обеспечивает голономные связи между координатами точки M $x_M(t), y_M(t), z_M(t)$ – центра масс сферического шарнира и длинами исполнительных звеньев

$$\sqrt{x_M^2 + (y_M - OA)^2 + z_M^2} - l_1 = 0,$$

$$\sqrt{(x_M - OB)^2 + y_M^2 + z_M^2} - l_2 = 0,$$

$$\sqrt{(x_M + OB)^2 + y_M^2 + z_M^2} - l_3 = 0.$$

Рис. 1. Кинематическая схема (а) и общий вид (б) манипулятора-трипода на неподвижном основании

Тогда из решения прямой задачи о положении, получаем

$$x_M = \frac{l_3^2 - l_2^2}{4OB}, y_M = \frac{L}{2OA},$$

$$z_M = \left(l_1^2 - \frac{(l_3^2 - l_2^2)^2}{16OB^2} - \frac{L^4}{4OA^2} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$L^2 = (-l_1^2 + 0.5l_2^2 + 0.5l_3^2 - OB^2 - OA^2).$$

Манипулятор-трипод обладает большой жесткостью. Поэтому обобщенные координаты манипулятора $l_1(t)$, $l_2(t)$, $l_3(t)$ с большой точностью определяют декартовы координаты рабочего органа. В работе ставится задача определения законов перемещения рабочего органа в пространстве, обеспечивающих его перемещение из начального положения в заданное положение, за конечное время при минимуме тепловых потерь в электродвигателях.

Геометрические параметры манипулятора: длины исполнительных звеньев $l_k(t)$; углы φ_k и δ_k , ($k=1\div 3$), задающие ориентацию звеньев в пространстве; декартовы координаты захвата $x_M(t)$, $y_M(t)$, $z_M(t)$ относительно неподвижной системы координат $Oxyz$ однозначно описывают конфигурацию манипулятора в текущий момент времени. Три координаты являются независимыми [3]. Для синтеза алгоритма управ-

ляющих усилий манипулятора-трипода в работе [7] использовалась математическая модель динамики манипулятора с учетом масс исполнительных звеньев. Анализ дифференциальных уравнений перемещения звеньев манипулятора показывает, что при исследовании перемещений захвата значительно меньших длин исполнительных звеньев физический смысл множителей Лагранжа, входящих в эти уравнения, заключается в равенстве их сумме проекций управляющих усилий на соответствующие оси неподвижной системы координат [7]. В этом случае уравнения электропривода можно записать в форме дифференциальных уравнений материальной точки. В нормальной форме эти уравнения имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \frac{F_1}{m} + k_1 g - \mu x_2, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = \frac{F_2}{m} + k_3 g - \mu x_4, \\ \dot{x}_5 = x_6, \\ \dot{x}_6 = \frac{F_3}{m} + k_5 g - \mu x_6, \end{cases} \quad (1)$$

где $x_1=l_1$, $x_3=l_2$, $x_5=l_3$; $F_k(t)$, $k=1\div 3$ – усилия в звеньях манипулятора (управляющие функ-

ции); m – масса сферического узла с переносимым грузом; μ – относительный коэффициент сил вязкого сопротивления; k_1, k_3, k_5 – постоянные коэффициенты, учитывающие величину силы тяжести, действующую на k исполнительный привод.

Статическая характеристика приводного двигателя постоянного тока с независимым возбуждением имеет вид [8]

$$F_k = ru_k - s\dot{I}_k, (k=1-3), \quad (2)$$

где r, s – коэффициенты, зависящие от параметров двигателя и механической передачи, преобразующей вращательное движение ротора электродвигателя в поступательное перемещение штока актуатора; u_k – управляющее напряжение.

Формулируется задача определения функций $x_{2i-1}(t)$, $i=1,2,3$, переводящих рабочий орган манипулятора из начального положения в конечное за время T и доставляющих минимум функционалу [9]

$$J = 0.5 \int_0^T (F_1^2 + F_2^2 + F_3^2) dt. \quad (3)$$

Искомые функции должны удовлетворять следующим граничным условиям

$$x_{2i-1}(0) = x_{2i-1,0}, \quad x_{2i-1}(T) = x_{2i-1,T}$$

$$\text{и} \quad x_{2i}(0) = x_{2i}(T) = 0. \quad (4)$$

Управляющими функциями являются приложенные к якору электродвигателя напряжения $u_k(t)$.

Необходимые условия оптимальности [10] записываются в виде

$$\frac{\partial H(\bar{x}, \bar{u}, \bar{\lambda})}{\partial u_k} = 0, \quad (5)$$

где гамильтониан H в соответствии с (1)–(3) имеет вид

$$H(t) = 0.5(F_1^2 + F_2^2 + F_3^2) + \lambda_1 x_2 + \lambda_2 \dot{x}_2 + \lambda_3 x_4 + \lambda_4 \dot{x}_4 + \lambda_5 x_6 + \lambda_6 \dot{x}_6. \quad (6)$$

Исходя из выражения (1), (6) и следуя (5), получаем

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = (ru_1 - sx_2)r + \lambda_2 \cdot \frac{r}{m} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_2} = (ru_2 - sx_4)r + \lambda_4 \cdot \frac{r}{m} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_3} = (ru_3 - sx_6)r + \lambda_6 \cdot \frac{r}{m} = 0. \quad (9)$$

Так как $\frac{\partial^2 H(\bar{x}, \bar{u}, \bar{\lambda})}{\partial \bar{u} \partial \bar{u}} > 0$, то необходимое условие (5) является достаточным.

Функции влияния $\lambda_i(t)$, $i=1,6$ определяются уравнениями Эйлера – Лагранжа [10]

$$\dot{\lambda}_i(t) = - \left[\frac{\partial H(\bar{x}, \bar{u}, \bar{\lambda})}{\partial x} \right]^T, \quad \dot{\lambda}_1(t) = 0, \quad (10)$$

$$\dot{\lambda}_2(t) = (ru_1 - sx_2)s - \lambda_1 + \lambda_2 \left(\frac{s}{m} + \mu \right), \quad (11)$$

$$\dot{\lambda}_3(t) = 0, \quad (12)$$

$$\dot{\lambda}_4(t) = (ru_2 - sx_4)s - \lambda_3 + \lambda_4 \left(\frac{s}{m} + \mu \right), \quad (13)$$

$$\dot{\lambda}_5(t) = 0, \quad (14)$$

$$\dot{\lambda}_6(t) = (ru_3 - sx_6)s - \lambda_5 + \lambda_6 \left(\frac{s}{m} + \mu \right). \quad (15)$$

Из (10), (12), (14) следует $\lambda_1(t) = const$, $\lambda_3(t) = const$, $\lambda_5(t) = const$, а из (7), (8), (9)

$$(ru_1 - sx_2) = -\frac{\lambda_2}{m}, \quad (ru_2 - sx_4) = -\frac{\lambda_4}{m}, \quad (ru_3 - sx_6) = -\frac{\lambda_6}{m}. \quad (16)$$

Тогда, учитывая уравнения системы (1) и соотношения (16), находим дифференциальные уравнения для экстремалей функционала (3):

$$\ddot{x}_{2i} - \mu^2 x_{2i} = \frac{\lambda_{2i-1}}{m^2} - \mu k_{2i-1} g. \quad (17)$$

Общее решение уравнений (17), записанное с учетом граничных условий (4)

$$x_{2i} = \frac{B_{2i-1}}{\mu^2} \left(-1 + \frac{1 - e^{-\mu T}}{e^{\mu T} - e^{-\mu T}} e^{\mu t} - \frac{1 - e^{\mu T}}{e^{\mu T} - e^{-\mu T}} e^{-\mu t} \right). \quad (18)$$

Здесь введены обозначения

$$B_{2i-1} = \frac{\mu^3 (x_{2i-1,0} - x_{2i-1,T})}{\mu T + 2(2 - e^{\mu T} - e^{-\mu T})}.$$

Интегрируя (18), находим

$$x_{2i-1}(t) = x_{2i-1,0} - \frac{B_{2i-1}}{\mu^2} t + \frac{B_{2i-1}}{\mu^3} \left(\frac{1 - e^{-\mu T}}{e^{\mu T} - e^{-\mu T}} (e^{\mu t} - 1) + \frac{1 - e^{\mu T}}{e^{\mu T} - e^{-\mu T}} (e^{-\mu t} - 1) \right). \quad (19)$$

Граничным условиям (4) возможно удовлетворить при $\lambda_{2i-1} = m^2 (B_{2i-1} + \mu k_{2i-1} g)$.

Таким образом, найдены оптимальные законы изменения длин исполнительных звеньев. Основываясь на законах изменения обобщенных координат (18), (19) и управляющих напряжений (16), можно сформировать структуру системы управления с обратными связями. Однако из выражения (18) следует, что движение по экстремали неустойчивое. Методы обеспечения параметрической устойчивости замкнутых систем управления при синтезе алгоритмов регулятора изложены в работе [11].

На рис. 2 приведены зависимости изменения длины (кривая 1) и скорости (кривая 2) исполнительного звена 1 от времени по оптимальным законам перемещения.

Рис. 2. Зависимости изменения длины (кривая 1) и скорости (кривая 2) исполнительного звена 1 от времени по оптимальным законам перемещения

Заключение

Значение оптимизируемого функционала зависит от параметров математической модели μ , m , T и не зависит от параметров электродвигателя и механической передачи. Для оценки эффективности найденных законов изменения перемещения рабочего органа сравнивались его значения $\eta = (J_{tr} - J_{opt}) / J_{opt}$ для найденных оптимальных законов и для широко распространенного треугольного закона изменения скорости для различных значений параметров математической модели (см. таблицу, приведенную ниже).

Параметры математической модели

№ пп.	μ	m , кг	T , с	η
1	0.9	5	5	0.165
2	0.109	3	4	0.237
3	0.115	5	3	0.291
4	0.072	3	6	0.374

Таким образом, результаты расчетов показывают, что без сравнения величин критерия качества при оптимальном управлении и при других видах управления – более простых, нельзя делать вывод о целесообразности применения оптимального управления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бушуев, В. В. Механизмы параллельной структуры в машиностроении / В. В. Бушуев, И. Г. Хольшев // СТИН. – 2001. – № 1. – С. 3–8.
2. Афонин, В. Л. Обработка оборудования на основе механизмов параллельной структуры : учеб. пособие / В. Л. Афонин, П. В. Подзоров, В. В. Слепцов ; под общ. ред. В. Л. Афонова. – М.: Издательство МГТУ СТАНКИН, Янус-К. – 2006. – 448 с.
3. Dyashkin-Titov, V.V., Zhoga, V.V., Nesmiyanov, I.A. and Vorob'eva, N.S. (2018) Dynamics of the Manipulator Parallel-Serial Structure. Advances in Mechanical Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering. pp. 33–43.
4. Коловский, М. З. Основы динамики промышленных роботов / М. З. Коловский, А. В. Слоущ. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1998. – 240 с.
5. Токарев, Б. Ф. Электрические машины / Б. Ф. Токарев. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 624 с.
6. Ibrahim, O., Khalil, W. (2010) Inverse and direct dynamic models of hybrid robots. Mech. Mach. Theory, 45(4), pp. 627–640.
7. Zhoga, V.V., (2020) Algorithm to Synthesize Control Force for Tripod Manipulator Drives. In: Ronzhin A., Shishlakov V. (eds) / V. V. Dyashkin-Titov, I. A. Nesmiyanov, A. V. Dyashkin // Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings". Smart Innovation, Systems and Technologies, vol. 154, pp. 223–235.
8. Корендяев, А. И. Теоретические основы робототехники. В 2 кн. / А. И. Корендяев, Б. Л. Саламандра, Л. И. Тывес ; отв. ред. С. М. Каплунов ; Ин-т машиноведения им. А. А. Благонравова РАН. – М.: Наука, 2006. – Кн. 1, 383 с.
9. Кобринский, А. А. Манипуляционные системы роботов / А. А. Кобринский, А. Е. Кобринский. – М.: Наука, 1985. – 343 с.
10. Bryson A E, Jr. and Yu-Chi Ho (1975) Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control. Routledge, New York.
11. Петров, Ю. П. Синтез оптимальных систем управления при неполностью известных возмущающих силах / Ю. П. Петров. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 292 с.