УДК 629.369

DOI 10.35211/1990-5297-2020-9-244-11-16

*Е. С. Брискин¹, К. С. Артемьев¹, И. П. Вершинина¹, А. В. Малолетов^{1,2}***ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ***¹ Волгоградский государственный технический университет² Центр технологий компонентов робототехники и мехатроники,
Университет Иннополис

dtm@vstu.ru

Рассматривается задача об устойчивости плоского движения мобильных роботов, в том числе и с шагающими движителями. Сравниваются два режима работы движителей: «толкающий» и «тянущий». Представлено решение двух модельных задач о плоском движении твердого тела, вызываемых кинематическим и силовым воздействием.

Ключевые слова: плоское движение, мобильные роботы, движители, устойчивость движения.

*E. S. Briskin¹, K. S. Artemyev¹, I. P. Vershinina¹, A. V. Maloletov^{1,2}***ON THE STABILITY OF PLANE MOVEMENT OF MOBILE ROBOTS**¹ Volgograd State Technical University² Center for Technologies in Robotics and Mechatronics Components,
Innopolis University

The problem of stability of the plane motion of mobile robots, including those with walking propulsion devices, is considered. Two modes of propulsion devices are compared: "pushing" and "pulling". The solution of two model problems on the plane motion of a solid body caused by kinematic and force action is presented.

Keywords: planar motion, mobile robots, propulsion device, stability of motion.

Введение

Одна из задач, возникающих при разработке транспортных средств, вообще, и мобильных роботов, в частности, состоит в обеспечении устойчивости программного режима движения [1, 2]. Причем обычно изучается техническая устойчивость, состоящая в малом отклонении фактических параметров движения от программного режима в пределах задаваемого промежутка времени [3]. Объясняется это, в частности, и тем, что предполагается возможность за этот промежуток времени внести оператором коррективы в работу приводов, обеспечивающих движение с целью ликвидации возникших отклонений управляемого транспортного средства или, если изучается движения мобильных роботов, система управления в совместной и согласованной работе и информационно-измерительной системой также успевает откорректировать работы системы приводов курсового движения. Особенностью мобильных роботов с шагающими движителями [4, 5, 6] и, вообще с движителями, дискретно взаимодействующими с опорной поверхностью, например, якорно-тросовыми, применяемыми для роботов-понтонных [7], скользяще-заклиниваю-

щих, предназначенных для надежного взаимодействия мобильного робота с телами цилиндрической или близкой к ней формой [8], является прерывистое воздействие тяговых усилий на робот, в соответствии с реализуемой «походкой» [9]. Установлено, что при определенных типах задаваемых походок, скоростях и физико-механических свойств грунта движение может быть неустойчивым и, например, за определенный промежуток времени робот может выйти за рамки допустимого «коридора», самопроизвольно изменить походку и т. п. [10]. Особенностью роботов с шагающими движителями также является непостоянство мест расположения, взаимодействующих с опорной поверхностью стоп движителей относительно корпуса робота. Причем чем больше длина шага, тем оно существеннее. Поэтому в процессе движения изменяется конфигурация внешних сил, действующих на робот со стороны опорной поверхности. Следовательно, характер работы привода каждого движителя, находящегося во взаимодействии с опорной поверхностью, может изменяться: работа может осуществляться в «тянущем» или «толкающем» режимах. Это характерно для движителей многих ти-

пов: инсектоморфных, антопоморфных, зооморфных, ортогональных, скользяще-заклинивающих и других [5]. Изменение конфигурации внешних сил является одним из факторов, который может приводить к изменению программного движения [11, 12] и, в частности, его неустойчивости.

Примером шагающих роботов с различным расположением опор движителей относительно точек их подвеса к корпусу является также робот «Ортоног» (рис. 1) с ортогонально-поворотными движителями. Схемы расположения движителей (рис. 2) отличаются характером их взаимодействия с опорной поверхностью: «толкающий» (а) и «тянущий» (б). Экспериментальные исследования и результаты расчетов [13, 14, 15] подтверждают проявление тенденции к неустойчивости программного поступательного, с прямолинейным движением центра масс, движения робота при некоторых особенностях режима работы движителей. Однако в основе решения задачи об устойчивости движения робота лежит задача об устойчивости движения твердого тела, на которое накладывается связь, обусловленная взаимодействием с внешней средой,

и находящегося под воздействием сил «толкающего» или «тянущего» характера.

Связью такого типа являются, например, строго ориентированные вдоль корпуса машины шагающие движители робота «Ортоног», надежно взаимодействующие с опорной поверхностью [14].

Рис. 1. Робот «Ортоног»

Рис. 2. Схема расположения движителей робота «Ортоног»:

а — «толкающий» режим; б — «тянущий» режим; 1 — опоры, опирающиеся на грунт; 2 — ортогонально-поворотный движитель; 3 — ось подвеса движителя к корпусу робота; V — скорость

Постановка задачи

Рассматривается плоское движение твердого тела (рис. 3), на движение точки A которого накладывается связь

$$f(x_A, y_A) = 0 \text{ или } y_A = \varphi(x_A). \quad (1)$$

Задается скорость $\vec{V}_B$ точки B или усилие, действующее на тело $\vec{F}_B$ в этой точке.

Ставится задача исследования и установления закономерностей, накладываемых на расположение точек A и B , принадлежащих твер-

дому телу, и на вектор скорости $\vec{V}_B$ или внешнее усилие $\vec{F}_B$, а также на вид связи (1), обеспечивающих реализацию устойчивого программного движения твердого тела.

Геометрические характеристики l_2 , ε_2 , γ в общем случае могут зависеть от координаты x_C , y_C , ψ , и это определяется типом движителя. Если в качестве движителя, например, рассматривается ведущее колесо, установленное в определенной точке и ориентированное определенным образом относительно робота, то $l_2 = \text{const}$;

$\varepsilon_2 = \text{const}$; $\gamma = \text{const}$. Если же используется шагающий ортогонально-поворотный движитель [16], то в силу того, что опора движителя неподвижна, l_2 , ε_2 , γ – изменяет свое положение в процессе передвижения робота. Например,

при фиксированной ориентации сдвоенного ортогонально-поворотного движителя и поступательного движения робота как твердого тела вдоль оси Ox параметры l_2 , ε_2 , γ изменяются (рис. 4):

$$l_2(x) = \sqrt{(l_2 \cos \varepsilon_2 - x_c)^2 + h^2}, \quad \text{tg } \varepsilon_2(x) = \frac{h}{l_2 \cos(\varepsilon_2) - x_c}, \quad (2)$$

$$\gamma(x) = \pi - \varepsilon_2, \quad \psi(x) = 0, \quad y_c = 0.$$

Рис. 3. Расчетная схема:
1 – твердое тело; 2 – кривая, соответствующая уравнению связи (1); C – центр масс;
 l_1 , l_2 , ε_1 , ε_2 , γ – геометрические характеристики объекта исследования

Рис. 4. Расчетная схема элемента робота со сдвоенными ортогонально-поворотными движителями:
 h – координата y неподвижной точки опоры D ; l_2 , ε_2 – параметры, характеризующие положение точки B , принадлежащей направляющей движителя; 1 – корпус робота; 2 – точка опоры движителя; 3 – точка, принадлежащая направляющей движителя; 4 – точка подвеса движителя, не изменяющего свою ориентацию относительно корпуса робота

Кинематический анализ

Кинематическое исследование предполагает задание вектора скорости $\vec{V}_B$ и определение урав-

нений движения твердого тела $x_c(t)$, $y_c(t)$, $\psi(t)$, на основе геометрических уравнений, связывающих между собой координаты точек A , B , C .

$$\begin{aligned}
 x_B &= x_C + l_2 \cos(\psi + \varepsilon_2), & y_B &= y_C + l_2 \sin(\psi + \varepsilon_2), & l_2 &= l_2(x_C, y_C, \psi), \\
 x_A &= x_C + l_1 \cos(\psi + \varepsilon_1), & y_A &= y_C + l_1 \sin(\psi + \varepsilon_1), & \varepsilon_2 &= \varepsilon_2(x_C, y_C, \psi), \\
 & & & & \gamma &= \gamma(x_C, y_C, \psi),
 \end{aligned} \tag{4}$$

Причем для точки A учитывается связь (1), а для точки B учитываются зависимости типа (2)

определяемые видом движителя и методом управления его движением. Тогда дифференциальные уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned}
 & \dot{x}_C \left[1 + \frac{\partial l_2}{\partial x_C} \cos \psi_* \right] + \dot{y}_C \left[\frac{\partial l_2}{\partial y_C} \cos \psi_* \right] + \\
 & + \dot{\psi}_* \left[\frac{\partial l_2}{\partial \psi} \cos \psi_* - l_2 \sin \psi_* \right] = V_B \cos(\gamma + \psi_*) \\
 & \dot{x}_C \left[\frac{\partial l_2}{\partial x_C} \sin \psi_* \right] + \dot{y}_C \left[1 + \frac{\partial l_2}{\partial y_C} \sin \psi_* \right] + \\
 & + \dot{\psi}_* \left[\frac{\partial l_2}{\partial \psi} \sin \psi_* + l_2 \cos \psi_* \right] = V_B \sin(\gamma + \psi_*) \\
 & \dot{y}_C + \dot{x}_C \left[-\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] + \dot{\psi}_* \left[l_1 \cos(\varepsilon_1 + \psi) + l_1 \sin(\varepsilon_1 + \psi) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] = 0,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где $\psi_* = \psi + \varepsilon_2$.

В частном случае, $l_2 = \text{const}$; $\varepsilon_2 = \text{const}$; $y_A = \text{const}$, что соответствует движению точки A вдоль прямой, параллельной оси OX .

$$\begin{cases} \dot{x}_C - \dot{\psi} l_2 \sin(\psi + \varepsilon_2) = V_B \cos(\psi + \varepsilon_2 + \gamma), \\ \dot{y}_C + \dot{\psi} l_2 \cos(\psi + \varepsilon_2) = V_B \sin(\psi + \varepsilon_2 + \gamma), \\ \dot{y}_C + \dot{\psi} [l_1 \cos(\psi + \varepsilon_1)] = 0. \end{cases} \tag{6}$$

На графиках (рис. 5) представлены некоторые результаты решения уравнений (6), из которых следует, что существуют такие геометрические параметры (l_1 , l_2 , ε_1 , ε_2 , γ), при кото

рых непрерывное движение твердого тела неосуществимо. Обусловлено это равенством нулю главного определителя D системы линейных уравнений (6) относительно $\dot{x}_C, \dot{y}_C, \dot{\psi}$ в некоторый момент времени τ :

$$D = l_1 \cos[\psi(\tau) + \varepsilon_1] - l_2 \cos[\psi(\tau)] = 0. \tag{7}$$

Уравнения (6) допускают программный режим движения

$$\dot{x}_C^* = V_B, \dot{y}_C^* = 0, \psi^* = -\varepsilon_2 - \gamma = \text{const}, \tag{8}$$

который требует исследования на устойчивость.

Рис. 5. Зависимость изменения ориентации твердого тела при начальном отклонении от программного ($\psi = 0$):

1 – неустойчивое движение; 2 – устойчивое движение.

Начальные условия: $\alpha = 0^\circ$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \gamma = 0$; $\psi_0 = 30^\circ$; $V_1 > 0$; $V_2 < 0$; $l_1 > l_2$

Анализ графиков показывает, что в зависимости от направления скорости точки B режим движения может быть как устойчивым ($\psi \rightarrow 0$), так и неустойчивым (ψ возрастает).

Исследование устойчивости при кинематическом задании поступательного движения

Для исследования устойчивости программного режима движения (8) следует составить уравнения в вариациях

$$\begin{cases} \delta \dot{x}_C - \delta \dot{\psi} l_2 \sin(\varepsilon_2 + \gamma) = 0, \\ \delta \dot{y}_C + \delta \dot{\psi} l_2 \cos(\varepsilon_2 + \gamma) = V_B \delta \psi, \\ \delta \dot{y}_C + \delta \dot{\psi} l_1 \cos(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \gamma) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Характеристическое уравнение, соответствующее уравнениям (9), имеет вид

$$\mu^2 [l_1 \cos(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \gamma) - l_2 \cos(\varepsilon_2 + \gamma)] + \mu V_B = 0, \quad (10)$$

где μ – корни характеристического уравнения.

Из (10) следует, что уравнений первого приближения (9) недостаточно для анализа устойчивости, так как $\mu_1 = \mu_2 = 0$. Однако движение гарантированно будет неустойчивым, если

$$\frac{V_B}{l_1 \cos(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \gamma) - l_2 \cos(\varepsilon_2 + \gamma)} < 0. \quad (11)$$

Неравенству (11) можно придать и физический смысл. Действительно, если принять, что $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \gamma = 0$, то это будет соответствовать случаю, когда точки A , B , C лежат на одной прямой.

Тогда, если $l_1 > l_2$, то при $V_B < 0$, что соответствует «тянущему» режиму, движение гарантированно неустойчиво. Случай, при котором $l_1 < l_2$ и $V_B > 0$, соответствует также «тянущему» режиму и движение также гарантированно неустойчиво.

Устойчивым может быть только движение при $l_1 > l_2$ и $V_B > 0$, и при $l_1 < l_2$ и $V_B < 0$.

Однако для установления достаточных условий необходимы дополнительные исследования.

В общем случае зоны устойчивости должны определяться из уравнений в вариациях для невозмущенной системы (5).

Динамический анализ

В этом случае в точке B заданы усилия F_B , действующие на твердое тело. Тогда дифференциальные уравнения движения, в предположении что связь (1) идеальная, имеют вид

$$\begin{cases} m \ddot{x}_C = F_B \cos(\psi + \varepsilon_2 + \gamma) + \lambda \frac{\partial f}{\partial x_C} - P_x \\ m \ddot{y}_C = F_B \sin(\psi + \varepsilon_2 + \gamma) + \lambda \frac{\partial f}{\partial y_C} - P_y \\ J_C \ddot{\psi} = F_B l_2 \sin(\gamma) + \lambda \frac{\partial f}{\partial \psi} - M_C, \end{cases} \quad (12)$$

где m , J_C – соответственно масса и момент инерции твердого тела относительно центра масс; P_x , P_y , M_C – силы и момент сил сопротивления движению; λ – неопределенный множитель Лагранжа.

Уравнения (12) дополняются уравнением связи типа (1)

$$f(x_C, y_C, \psi) = y_C + l_1 \sin(\psi + \varepsilon_1) - \varphi(x_C + l_1 \cos(\psi + \varepsilon_1)) = 0. \quad (13)$$

В частном случае, если точка A твердого тела может двигаться вдоль прямой, параллельной оси Ox , на расстоянии h от нее

$$f(x_C, y_C, \psi) = y_C + l_1 \sin(\psi + \varepsilon_1) - h = 0. \quad (14)$$

В общем случае совместное решение уравнений (12), (13) можно осуществлять численными методами [17, 18]. Однако для установления принципиальных закономерностей существования неустойчивых режимов движения целесообразно рассмотреть достаточно простые частные случаи. Так, если $l_2 = \text{const}$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \gamma = 0$ и имеет место (14), то (12), (14) сводятся к уравнениям

$$\begin{cases} m \ddot{x}_C = F_B \cos \psi - P_x \\ m \ddot{y}_C = F_B \sin \psi + \lambda - P_y \\ J_C \ddot{\psi} = \lambda l_1 \cos \psi - M_C \\ \ddot{y}_C + l_1 \ddot{\psi} \cos \psi - l_1 \dot{\psi}^2 \sin \psi = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Систему уравнений (15) следует рассматривать как систему четырех дифференциальных уравнений относительно четырех неизвестных функций $x_C(t)$; $y_C(t)$; $\psi(t)$; $\lambda(t)$.

Уравнения (15) удобно решать последовательно. Сначала определить из дифференциального уравнения $\psi = \psi(t)$

$$(J_C + m l_1^2 \cos^2 \psi) \ddot{\psi} - m l_1^2 \sin \psi \cos \psi \dot{\psi}^2 - P_y l_1 \cos \psi + F_B l_1 \sin \psi \cos \psi + M_C = 0, \quad (16)$$

а затем

$$\lambda = \frac{J_C \ddot{\psi} + M_C}{l_1 \cos \psi} \quad (17)$$

и y_C и x_C из дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \ddot{y}_C = \left(F_B \sin \psi + \frac{J_C \ddot{\psi} + M_C}{l_1 \cos \psi - P_y} \right) \frac{1}{m} \\ \ddot{x}_C = \frac{1}{m} (F_B \cos \psi - P_x). \end{cases} \quad (18)$$

Полученное решение также требует исследования на устойчивость.

Исследование устойчивости поступательного движения при силовом воздействии на твердое тело

В качестве невозмущенного движения в рассмотренной частной задаче изучается поступательное движение твердого тела с прямолинейным движением его центра масс $\psi=0$.

Тогда уравнение в вариациях для угла ψ (16) имеет вид

$$(J_C + ml_1^2) \delta \ddot{\psi} + \frac{1}{2} F_B l_1 \delta \psi = 0. \quad (19)$$

Из (19) ясно, что при $l_1 > 0$ движение устойчиво, если $F_B > 0$. Если же $F_B < 0$, то движение неустойчиво. Физический смысл положительности F_B и l_1 состоит в том, что твердое тело находится под воздействием «толкающей» силы, а отрицательное значение F_B соответствует тянущему режиму. Физический смысл знака l_1 состоит в расположении точки A , на которую накладывается связь, относительно центра масс (точки C).

Выводы

1. Задание устойчивого плоского движения твердого тела при наличии связи, накладываемой на движение какой-либо его точки, за счет задания скорости другой точки или усилия взаимодействия с опорной поверхностью возможно при вполне определенных положениях этих точек и задаваемого вектора скорости или усилия взаимодействия.

2. С целью обеспечения возможности реализации устойчивого режима движения мобильных роботов с колесными, и особенно с шагающими движителями, полученные результаты следует учитывать при определении мест их установки, а также типа движителя, определяющего характер воздействия опорной поверхности на корпус робота.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чудаков, Е. А. Теория автомобиля / Е. А. Чудаков. – М. : Машгиз, 1961. – 464 с.
2. Литвинов, А. С. Автомобиль : Теория эксплуатационных свойств : учеб. для вузов / А. С. Литвинов, Я. Е. Фаробин. – М. : Машиностроение, 1989. – 240 с.

3. Моисеев, Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики / Н. Н. Моисеев. – М. : Наука, 1969. – 380 с.

4. Охоцимский, Д. Е. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата / Д. Е. Охоцимский, Ю. Ф. Голубев. – М. : Наука, 1984. – 310 с.

5. Павловский, В. Е. О разработках шагающих машин // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2013. – №101. – 32 с.

6. Брискин, Е. С. Динамика и управление движением шагающих машин с цикловыми движителями / Е. С. Брискин, В. В. Жога, В. В. Чернышев, А. В. Малолетов ; под ред. Е. С. Брискина. – М. : Машиностроение, 2009. – 191 с.

7. Управление движением подводного мобильного робота с якорно-тросовыми движителями / Е. С. Брискин, Н. Г. Шаронов, В. А. Серов, И. С. Пеньшин // Робототехника и техническая кибернетика. – 2018. – № 2 (19). – С. 39–45.

8. Барсов, В. С. Об управлении движением робота с поворотно-заклинивающими движителями / В. С. Барсов, Е. С. Брискин // Известия ВолгГТУ : научный журнал – № 3 (226) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2019. – (Серия «Роботы, мехатроника и робототехнические системы»). – С. 7–12.

9. Бессонов, А. П. К вопросу о систематике походок шагающих машин / А. П. Бессонов, Н. В. Умнов // Машиноведение. – 1975. – № 6. – С. 23–30.

10. Брискин, Е. С. Об общей динамике и повороте шагающих машин / Е. С. Брискин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1997. – № 6. – С. 33–39.

11. Брискин, Е. С. О позиционной зависимости тягово-сцепных свойств шагающих машин с цикловыми движителями / Е. С. Брискин, В. В. Чернышев, Н. Е. Фролова // Тракторы и сельхозмашины. – 2009. – № 6. – С. 21–25.

12. Чернышев, В. В. Исследование взаимодействия шагающего движителя с экологически ранимым почвенным покровом / В. В. Чернышев, Е. С. Брискин // Безопасность жизнедеятельности. – 2012. – № 1 (133). – С. 34–38.

13. Брискин, Е. С. О безударном режиме движения шагающей машины со сдвоенным поворотным движителем / Е. С. Брискин, А. В. Леонард // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2013. – № 11. – С. 25–27.

14. Буданов, В. М. О движении колесных роботов / В. М. Буданов, Е. А. Девянин // Прикладная математика и механика. – 2003. – Т. 67. № 2. – С. 244–255.

15. Концепция проектирования, динамика и управление движением шагающих машин. Ч. 3. Алгоритмы управления движением шагающих машин серии «Восьминог» и экспериментальные исследования / Е. С. Брискин, В. В. Чернышев, В. В. Жога, А. В. Малолетов, Н. Г. Шаронов, Н. Е. Фролова // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2005. – № 7. – С. 13–18.

16. Об управлении движением шагающей машины со сдвоенными ортогонально-поворотными движителями / Е. С. Брискин, И. П. Вершинина, А. В. Малолетов, Н. Г. Шаронов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2014. – № 3. – С. 168.

17. Погорелов, Д. Ю. Компьютерное моделирование динамики технических систем с использованием программного комплекса «Универсальный механизм» // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2005. – № 4 (10). – С. 27–34.

18. Горбачев, А. С. Программный комплекс расчета динамики и кинематики машин как систем твердых и упругих тел // Справочник. Инженерный журнал с приложением. – 2004. – № 9 (90). – С. 40–43.