А. В. Бобровский, О. И. Драчев, О. Н. Ярыгин

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗОН ПРИЛОЖЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ
ПРИ ОСЕВОЙ ДЕФОРМАЦИИ ВАЛА**

Тольяттинский государственный университет

E-mail: doi05@mail.ru

В статье рассмотрена реологическая модель осевой деформации вала. Приведена структурная схема по участковой упругопластической деформации, построенная на базе математического описания процесса. Даны рекомендации по технологическим приемам осевой деформации.

Ключевые слова: маложесткий вал, пластическая деформация, математическое описание, структурная схема.

A. V. Bobrovsky, O. I. Drachev, O. N. Yarygin

**ANALYTICAL RESEARCH OF ZONES OF THE APPLICATION
TENSION AT AXIAL DEFORMATION OF THE SHAFT**

Togliatti State University

In article the rheological model of axial deformation of a shaft is considered. The block diagram on local elastoplastic deformation constructed on the basis of the mathematical description of process is provided. Recommendations about processing methods of axial deformation are made.

Keywords: low-rigid shaft, plastic deformation, mathematical description, block diagram.

Разработка технологических приемов для изготовления маложестких валов на операции осевой пластической деформации требует создания математических моделей и проведения их исследования для оптимизации выбора зон приложения сил и оценки равномерности распределения остаточных напряжений по длине заготовок изделий.

Рассмотрим наиболее простой прием нагружения, когда один конец заготовки вала жестко зафиксирован, а к второму приложена постоянная растягивающая сила (напряжение). Величина напряжения должна превышать предел пропорциональности для выбранного металла заготовки на 0.5–1 %, обеспечивая пластическую деформацию заготовки по всей длине, а напряжение приложено с постоянной скоростью [1, 2].

Поведение реологической модели (рис. 1) в общем случае описывается линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами, следующим образом:

$$a_0\sigma + a_1\dot{\sigma} + a_2\ddot{\sigma} + \dots = b_0\varepsilon + b_1\dot{\varepsilon} + b_2\ddot{\varepsilon} + \dots \quad (1)$$

Дифференциальное уравнение деформации отражает и свойство линейности деформации, и зависимость напряжения и деформации от времени. Оно описывает линейное вязкоупругое поведение.

Предположим, что все коэффициенты уравнения (1), начиная с коэффициентов при первых производных равны нулю. В этом случае, для наглядного представления о неупругом поведении материалов полезны реологические модели, причем каждой модели соответствует единственное дифференциальное уравнение деформации.

Механическая система только тогда может служить моделью заданного неупругого материала, когда она подчиняется тем же соотношениям между силой, смещением и временем, которые справедливы для напряжения, деформации и времени в неупругом теле. Если в уравнении (1) только коэффициенты a_0 и b_0 отличны от нуля, то модель представляет идеально упругое тело. В этом случае механической моделью является пружина, подчиняющаяся закону Гука. Сила, действующая на пружину, представляет напряжение, смещение – деформацию, а постоянная упругости пружины C – соответствующий модуль упругости E .

Другим элементом необходимым для отражения внутреннего трения является ньютоновский демпфер- β , который представляет собой поршень, движущийся в идеально вязкой жид-

кости. В терминах напряжения σ и деформации ε , $\sigma = \beta\dot{\varepsilon}$, где β – вязкость демпфирующей жидкости.

Для описания твердых тел (металлов) демпфер используется только в комбинации с пружинами [3].

Составим реологическую модель вала из двух элементов, соединенных параллельно. Тогда напряжения и суммарная деформация элементов будут равны.

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2, \quad \varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad (2)$$

Реологическая модель осевой деформации вала приведена на рис. 1, а на рис. 2 показан переходный процесс деформации.

Рис. 1. Реологическая модель деформации вала

Рис. 2. Переходный процесс деформации вала

Зная переходный процесс деформации, можно записать дифференциальное уравнение поведения материала вала с учетом модели приведенной на рис. 1 в виде

$$\beta\dot{\varepsilon} + E\varepsilon = \sigma$$

или в операторном виде

$$T\dot{\varepsilon} + \varepsilon = K\sigma, \quad (3)$$

где $T = \beta / E$ – постоянная времени, $K = 1 / E$ – коэффициент податливости, E – модуль упругости материала.

Анализ схемы модели показывает, что она обладает следующими особенностями: поршень не может перемещаться мгновенно, мгновенная деформация после приложения напряжения не возможна. Если в момент $t = 0$ приложено напряжение σ_0 , то это напряжение воспринимается

поршнем и с течением времени поршень начинает перемещаться до тех пор, пока напряжение не будет восприниматься пружиной и начинается процесс упругого последствия. Следует заметить, что если описанная модель не допускает мгновенной деформации, то она не отражает реального поведения твердого тела. Модель полезна в качестве элемента более сложных моделей, а ее лаконичность позволяет упростить расчеты, не искажая отражения процесса деформации. Для дальнейших аналитических исследо-

ваний были проведены эксперименты на образцах, изготовленных в соответствии с ГОСТ 1497-84, и испытывались на разрывной машине фирмы AMSLER, в каждой серии испытывались по 8 образцов. На всей длине образца диаметром 10 мм наносились кольцевые риски с шагом 5 мм. Технология изготовления и методика проведения эксперимента описана в работе [4,5]. Наиболее характерные диаграммы распределения относительной деформации по длине образца приведены на рис. 3.

Рис. 3. Диаграммы распределения относительной деформации по длине образца:
а – для $\epsilon_{ср} = 1.63$; б – для $\epsilon_{ср} = 4.28$

Равномерность удлинений и утончений образца по его оси оценивалась коэффициентом локальности L - величиной отношений максимальной деформации к минимальной $L = \epsilon_{\max} / \epsilon_{\min}$ в пределах 1.5-5.0. Одновременно контролировалось напряжение нагрузки, разгрузки и выстоя при температуре 20 °С. Наибольшая стабильность деформации на всей длине была при $\epsilon = 4$ %. Экспериментальные исследования стали 12Х18Н10Т показывают, что механические свойства материала при различных величинах пластической деформации имеют большой разброс по деформации и неравномерности по длине. Пластическая деформация протекает очагово и не одновременно во всем объеме. Это объясняется неоднородностью материала, несовместностью пластических и упругих деформаций при разгрузке. Для равновесия и равномерности распределения остаточных напряжений необходимо обеспечить совместность упругопластических деформаций (для симметричных деталей типа вал совмест-

ность деформаций означает их равенство) за счет новых технологических приемов подбора режимов обработки [4, 6]. Для аналитического исследования влияния зон приложения напряжений разобьем длину вала на n участков (для наглядности ограничимся $n = 4$). Один конец вала жестко закрепим, а ко второму приложим постоянное напряжение (рис. 4, а). Все участки связаны реакциями от внешних сил и демпферов (рис. 4, б).

За базовое уравнение возьмем уравнение (3) в операторном виде, где входом является напряжение $\sigma_{вх}$, а выходом – деформация $\epsilon_{вых}$. Производную по деформации приравняем к нулю, т. к. процесс квазистатический, а для наглядности достаточно первого члена уравнения (3), чтобы оценить взаимосвязь участков вала. Тогда алгебраические уравнения описывающие процесс взаимного влияния участков примут вид:

$$\begin{aligned} k_1 \epsilon_1 &= k_2 (\epsilon_2 - \epsilon_1); \quad k_2 (\epsilon_2 - \epsilon_1) = k_3 (\epsilon_3 - \epsilon_2); \quad (4) \\ k_3 (\epsilon_3 - \epsilon_2) &= k_4 (\epsilon_4 - \epsilon_3); \quad k_4 (\epsilon_4 - \epsilon_3) = \sigma_{вх} \end{aligned}$$

Рис.4. Реологическая модель осевой деформации вала:
а – четырехучастковая модель; б – пример схемы нагрузки по участкам

На основании уравнений (4) запишем отношения входных и выходных величин связывающие участки вала:

$$W_1 = \frac{\varepsilon_{1 \text{ Вых}}}{\varepsilon_{2 \text{ Вх}}} = \frac{k_2}{k_1 + k_2} ; \quad W_2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{1 \text{ Вх}}} = \frac{k_2}{k_2 + k_3} ;$$

$$W_3 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{3 \text{ Вх}}} = \frac{k_3}{k_2 + k_3} ; \quad W_4 = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_{2 \text{ Вх}}} = \frac{k_3}{k_3 + k_4} \quad W_5 = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_{4 \text{ Вх}}} = \frac{k_4}{k_3 + k_4} ; \quad W_6 = \frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_3} = \frac{k_4}{k_4} = 1 ;$$

$$W_7 = \frac{\varepsilon_4}{\sigma_{\text{Вх}}} = \frac{1}{k_4} .$$

Представим уравнение (5) в виде структурной схемы (рис. 5):

Рис. 5. Структурная схема процесса деформации вала

Структурная схема показывает, что при приложении напряжения к свободному концу вала деформация по участкам происходит последовательно с учетом обратных связей, на каждом из них и на вход которых поступает деформация с предыдущего участка и последующего, они складываются и поступают на вход. Одновременной деформации всего вала не происходит даже при условии, что коэффициенты k_1 - k_5 будут равными на всех участках. Чем длиннее вал, тем больше неравномерность деформации по участкам. Если считать доказанным, что равномерность деформации убирает несовместность деформаций, то, следовательно, необходимо прикладывать внешнее напряжение не в конце вала, а на каждом участке в отдельности и последовательно или в нескольких участ-

ках одновременно управляя-стабилизируя заданную величину деформации.

Длины участков должны быть равными с отношением длины к диаметру не более восьми, это обеспечит высокую технологическую жесткость каждого участка и, следовательно, исключит коробление вала при эксплуатации. Для реализации этой технологии необходимо разработать систему автоматической стабилизации упругопластической деформации для каждого участка вала в отдельности, последнее исключит все взаимосвязи участков и обеспечит равномерность пластической деформации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Драчев, О. И. Технология изготовления маложестких осесимметричных деталей / О. И. Драчев [и др.]. – Старый Оскол : ТНТ. – 2011. – 268 с.
2. Седов, Л. И. Механика сплошных сред / Л. И. Седов. – М. : Наука, 1970. – 568 с.
3. Новак, А. Релаксационные явления в кристаллах / А. Новак, Б. М. Берри. – М. : Атомиздат, 1975. – 462 с.
4. Драчев, О. И. Технология изготовления маложестких осесимметричных деталей / О. И. Драчев. – М. : Политехника, 2005. – 289 с.
5. Вишняков, Я. Д. управление остаточными напряжениями в металлах и сплавах / Я. Д. Вишняков, В. Д. Пискарев. – М. : Металлургия, 1989. – 250 с.
6. Нянишин, Ю. И. Об управлении процессом обработки материалов с целью снижения остаточных напряжений / Ю. И. Вишняков // Прикладная математика и механика. – 1981, № 2. – С. 22–28.