A HENGERES FOGASKERÉK-LEFEJTŐ CSIGAMARÓ MŰKÖDŐ ÉLGEOMETRIÁJÁNAK VIZSGÁLATA

THE ACTIVE GEOEMTRY OF THE HOBGING CUTTERS USED FOR CYLINDRICAL GEAR MANUFACTURING

Máté Márton¹, Hollanda Dénes²

¹Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar, Gépészmérnöki Tanszék, 540485 Marosvásárhely, O.p.9, C.P 4, Telefon / Fax: +40-265-206210 / +40-265-206211, mmate@ms.sapientia.ro

²Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar, Gépészmérnöki Tanszék, 540485 Marosvásárhely, O.p.9, C.P 4, Telefon / Fax: +40-265-206210 / +40-265-206211, hollanda@ms.sapientia.ro

Abstract

During the cutting the gear hob executes a complex relative motion related to the machined gear. Thus the study of the cutting geometry cannot be done using the classic methods of the synthetic geometry. This paper shows the computing model of the functional cutting geometry without approximations. The model admits that the cutting edge results as the intersection of a perfect involute worm and a helical rake face whose generatrix is perpendicular and intersects the axis of the worm. The relief face is meshed by the cutting edge while it moves along a conical helix leading curve respecting the motion law of the relieving operation. Using the analytical expressions of the cutting edge and its delimiting surfaces the normal vectors and the relative velocity vector will be computed in the considered edge-point. Using these, the functional rake and relief angle values are computed. It is also proved that the repartitions of the rake and relief angles depend on the position of the edgepoint related to the machined gear and the geometrical peculiarities of this.

Keywords: gear-hob, rake angle, relief angle, functional cutting geometry

Összefoglalás

A csigamaró a megmunkált fogaskerékhez képest összetett, bonyolult relatív mozgást ír le. A működő élgeometria tanulmányozása emiatt klasszikus geometriai módszerekkel nem lehetséges. Jelen dolgozat a közelítés nélküli működő élgeometria számítási modelljét ismerteti részleteiben. A számítás az elméletileg tökéletes evolvens csigából származtatott csigamaró élére és fogfelületeire alapoz. Kiinduló feltételként elfogadjuk, hogy a homlokfelület a csiga tengelyét metsző, erre merőleges egyenes által leírt csavarvonal-felület. A hátfelületet a tökéletes él-alkotógörbe generálja azáltal, hogy a csavarvonal szerinti hátraesztérgálás kúpos csavarvonal-vezérgörbéjén, a hátramunkálás kinematikai törvényei szerint elmozdul. A homlok- és a hátfelületek, valamint az él analitikus alakját felhasználva felírjuk a tetszőleges élpontban definiált érintő-, felületi normális- és relatív sebességvektorokat, majd ezek segítségével kiszámítjuk a működő homlok- és hátszögértékeket. Kimutatjuk, hogy a működő élszögek eloszlása az élpontnak a megmunkált fogaskerékhez viszonyított helyzetétől, valamint ennek geometriai jellemzőitől függ.

Kulcsszavak: csigamaró, homlokszög, hátszög, működő élgeometria

$$s_{0t} = \frac{\pi}{2} m_t + 2m_t \xi_t \operatorname{tg} \alpha_{0t} \quad (2)$$

képlettel számítjuk ki. Nulla profileltolás esetében $\psi_0 = \frac{\pi}{2}$. Az (1) egyenletekben szereplő szögargumentum értéke az **1. ábra** alapján

$$E_1(\varphi) = -\psi_0 + \alpha_{0t} + \varphi \quad (3)$$

Az F ponton áthaladó, a bal oldali fogfelületet generáló evolvens egyenleteit, az Oy tengelyre való szimmetria alapján, az (1) képletből generáljuk, úgy, hogy az y koordináta-függvényt -1 -gyel szorozzuk.

Az evolvens csiga fogfelületeit az E és F pontokon áthaladó evolvenseknek a megfelelő alaphengeri csavarvonalakon való elcsavarásával képezzük (**2. ábra**).

2. ábra. A csiga felületeinek és a homlokfelület generálása

A csavarmozgás transzformációs mátrixa

$$M_0 = \begin{pmatrix} \cos u & -\sin u & 0 & 0 \\ \sin u & \cos u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{p_{ax}}{2\pi} u \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

ezzel pedig a felületegyenletek mátrixos alakja a következő lesz:

$$\underline{r}_0(u, \varphi) = \mathbf{M}_0 \underline{r}(\varphi) \quad (5)$$

A jobb és bal fogfelületek egyenleteit általánosított formában írjuk fel. Ehhez az $\underline{r}(\varphi)$ oszlopban az y koordinátafüggvényt a j kapcsolóparaméterrel szorozzuk, ahol $j = -1$ -re a bal oldal, míg $+1$ -re a jobb oldal egyenleteit kapjuk. Bevezetjük az alábbi változócsereket:

$$\begin{aligned} E_1(\varphi) &= \varphi_1 - \zeta = (\varphi + \operatorname{tg} \alpha_{0t}) - (\psi_0 + \operatorname{inv} \alpha_{0t}) \\ v_1 &= \varphi_1 + ju \end{aligned} \quad (5)$$

Az (1), (3), (5) képletekkel végzett elemi számítások eredményeképpen a következő, általános fogoldalegyenleteket kapjuk:

$$\begin{cases} x_0(\varphi_1, v_1) = R_b(\cos(v_1 - \zeta) + \varphi_1 \sin(v_1 - \zeta)) \\ y_0(\varphi_1, v_1) = jR_b(\sin(v_1 - \zeta) - \varphi_1 \cos(v_1 - \zeta)) \\ z_0(\varphi_1, v_1) = jR_b \operatorname{tg} \lambda_b(v_1 - \varphi_1) \end{cases} \quad (6)$$

A homlokfelület egyenleteit hasonló módon írjuk fel, figyelve arra, hogy ez bal sodrású, és osztóhengeri csavarvonala merőleges a fogoldalak osztóköri csavarvonalaira. A parametrikus formából a következő implicit egyenletet állítjuk elő:

$$\frac{p_C}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y_0}{x_0} + z_0 = 0, p_C = \frac{p_{ax}}{\operatorname{tg}^2 \lambda_0} \quad (7)$$

Az oldalélek általános parametrikus egyenleteit a (6) és (7) egyenletekből kapjuk.

$$\begin{cases} x_0(\varphi_1) = R_b(\cos B(\varphi_1) + \varphi_1 \sin B(\varphi_1)) \\ y_0(\varphi_1) = jR_b(\sin B(\varphi_1) - \varphi_1 \cos B(\varphi_1)) \\ z_0(\varphi_1) = j \frac{p_C p_{ax}}{2\pi(p_C + p_{ax})} (\zeta + \operatorname{arctg} \varphi_1 - \varphi_1) \\ B(\varphi_1) = \frac{p_{ax}(\varphi_1 - \zeta) + p_C \operatorname{arctg} \varphi_1}{(p_C + p_{ax})} \end{cases} \quad (8)$$

A hátfelületek egyenleteit a **3. ábra** alapján levezetett koordináta-transzformáció segítségével írjuk fel. A hátfelületet ebben az esetben a (8) parametrikus egyenletekkel előállított élek kúpos csavarvona-

lon való elmozdításával kapjuk. Meg kell jegyezni, hogy a köszörüléssel előállított hátfelületek az elméletitől elhanyagolható módon eltérnek, ez azonban nem befolyásolja a geometria számításának pontosságát.

3. ábra. A csigamaró oldal-hátfelületeinek generálása csavarvonal szerinti hátramunkálással

Az éleket szállító $(x_m y_m z_m)$ koordináta-rendszernek a szerszám $(x_0 y_0 z_0)$ rendszeréhez viszonyított elmozdulását az alábbi transzformációs mátrixszal írjuk le, ahol a -val az Arkhimédész-féle spirális paramétert jelöltük:

$$\mathbf{M}_{0m} = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon & \sin \varepsilon & 0 & -a\varepsilon \cos \varepsilon \\ -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon & 0 & a\varepsilon \sin \varepsilon \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{p_{ax}}{2\pi} \varepsilon \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Az élegyenleteket a

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{M}_{0m} \mathbf{r}_m \quad (10)$$

mátrixegyenletből kapjuk, ahol az $\mathbf{r}_m$ homogén koordinátaoszlop elemei a (8) függvények. A $\lambda_0 = 2^\circ 30'$ dőlésszögű egyetlen bekezdésű csigamaróra elvégzett számítá-

sok alapján előállított fogfelületeket a **4. ábrán** szemléltettük.

4. ábra. A csigamaró fogának felületei

2. A működő élgeometria matematikai modellje

A működő élgeometriát az általános vektoriális számítási modell [4] csigamaróra való sajátosításából kapjuk. A működő homlok- és hátszögek számításához meg kell határozunk a vizsgált élpontban a valós forgácsolósebesség, az él-érintő, a homlok-felület-normális és hátfelület-normális vektorokat.

2.1. A forgácsolósebesség-vektor számítása

A forgácsolósebességet a vizsgált élpontnak a munkadarab ezzel pillanatnyilag egybeeső pontjához viszonyított relatív sebességeként definiáljuk, és a szerszámhoz kötött koordináta-rendszerben írjuk fel.

A számításához a **4. ábrán** feltüntetett vektorokat használjuk fel. Megfigyelhető, hogy a munkadarab és a szerszám koordináta-rendszerei alaphelyzetben vannak, azaz az x tengelyek egymás meghosszabbításában. Ez a sajátosítás nagymértékben megkönnyíti a számítást. Az általánosságot azzal állítjuk vissza, hogy az élpont helyzetét változtatjuk a szerszámhoz kötött koordináta-rendszerben úgy, hogy a munkadarab-szerszám áthatást jellemző ponthalmazon belül a vizsgált élponthoz az (r_y, θ_y, q) hengerkoordinátákat csatoljuk.

5. ábra. A forgácsolósebesség mint relatív sebességvektor számítása

A forgácsolósebesség-vektor, a [2,5]-ben is ismertetett módszer alapján a következő vektoregyenlettel fejezhető ki:

$$\mathbf{v}_0^{(1,0)} = (\boldsymbol{\omega}_O^{(0)} - \boldsymbol{\omega}_O^{(1)}) \times \mathbf{r}_0 - \mathbf{A} \times \boldsymbol{\omega}_O^{(1)} + \mathbf{v}_{ax} \quad (11)$$

Az előtolássebesség-vektor a z_1 tengely irányával megegyező irányú; értékét az s_{ax} tengelyirányú előtolás-paraméter értékéből számítjuk, a $j_{10} = \frac{\omega^{(1)}}{\omega^{(0)}}$ áttételi arány figyelembevételével, amelyet ferde fogazat esetén a fogferdeségi szögnek megfelelően korrigálni kell [4,7]:

$$v_{ax} = \frac{s_{ax}}{2\pi} j_{10} \omega^{(0)} \quad (12)$$

A **4. ábra** figyelembevételével és a számítások elvégzése után a relatív forgácsolósebesség-vektor iránya a következő lesz:

$$\mathbf{v}_0^{(1,0)} = \begin{pmatrix} -j_{10}(y_0 \sin \Sigma + z_0 \cos \Sigma) \\ j_{10}(x_0 + A) \sin \Sigma + v_{ax} \cos \Sigma - z_0 \\ j_{10}(x_0 + A) \cos \Sigma - v_{ax} \sin \Sigma + y_0 \end{pmatrix},$$

$$\Sigma = \beta_0 - \lambda_0 \quad (13)$$

A számítások egyszerűsítése céljából a csigamaró szögsebességét 1 s^{-1} értékre vetjük. A (13) képletekben szereplő élpontkoordinátákat a hengerkoordináták bevezetésével fejezzük ki. A hengerkoordinátákra azért van szükség, mert könnyebben meg lehet segítségükkel határozni a munkadarab-csigamaró áthatási felületét, mert csak azon belül van értelme a geometria vizsgálatának.

2.2. Az áthatás vizsgálata

Áthatásként definiáljuk azt a csigamaróhoz kötött ponthalmazt, amelyben az élpont valós forgácsolásra képes. Mértani szempontból az áthatás egy olyan, a csigamaró tengelyéhez kötött egyenes körhenger-felületdarab, amelynek sugara a vizsgált

élpontnak a csigamaró tengelyétől mért távolságával egyenlő, határvonala pedig a munkadarab fejhengerével való áthatás-görbe. Az áthatásnak a következőkben felhasznált matematikai értelmezése a hengerkoordináták közötti kapcsolat, amely adott r_y sugárra, a $\theta = \theta(q)$ alakban írható fel. Az áthatás határgörbéjét, adott r_y -ra, az összes lehetséges q értékre számított $\theta^{(\min)}$, $\theta^{(\max)}$ értékek segítségével írjuk le numerikusan. A számítás elvégzése érdekében a fogaskerék fejhengerének egyenletét átírjuk a szerszám koordináta-rendszerébe, majd a kapott egyenletbe behelyettesítjük az (r_y, θ, q) hengerkoordinátákat. Eredményként a következő, θ, q ismeretlenekben és r_y paraméterben definiált egyenletet kapjuk:

$$(A - r_y \cos \theta)^2 + (q - r_y \sin \Sigma \sin \theta)^2 - r_{a1}^2 = 0 \quad (14)$$

Az áthatás fogdőlésszög-, fogszám- és élpontsugár-függő. Grafikus képét, $\beta_0 = \frac{\pi}{6}$ -ra, a 6. ábrán szemléltetjük.

6. ábra. Az áthatás alakjának és határainak változása a megmunkált fogaskerék fogszámának függvényében

Az élpont hengerkoordinátájának adott $q = OA$ értékére a θ legnagyobb értéke a (CAE), legkisebb értéke pedig a (BAE) szög értékével egyenlő. Értelemszerűen utóbbi az x tengelyhez viszonyított helyzete miatt negatív. A q paraméter szélső értékeinek a határgörbe zártágából adódó számítási feltétele a θ szélsőértékek közötti elhanyagolhatóan kis különbség.

2.3. A homlok- és hátfelület-normális, illetve az él-érintővektorok számítása

Az él τ érintővektorának koordinátáit a (8) egyenletek deriválásával állítjuk elő.

A homlokfelület normálvektorát a τ érintővektor és a homlokfelületnek a vizsgált élponton áthaladó egyenesre illesztett vektor vektoriális szorzataként állítjuk elő. Az említett egyenes merőleges a forgástengelyre, tehát a ráillesztett vektor koordinátái értelemszerűen $\underline{u}_0^T = (x_0 \ y_0 \ 0)$. Ennek alapján felírható, hogy

$$\underline{n}_\gamma = \begin{pmatrix} 0 & -\tau_z & \tau_y \\ \tau_z & 0 & -\tau_x \\ -\tau_y & \tau_x & 0 \end{pmatrix} \underline{u}_0^T \quad (15)$$

A hátfelület $\underline{n}_\alpha$ normálvektorát szintén az él érintővektora és a hátfelületnek a vizsgált élponton áthaladó kúpos csavarvonal- $\underline{w}$ érintővektora vektoriális szorzataként állítjuk elő. A számításokat terjedelmük miatt, mellőzzük, ezek részletesen a [4]-ben találhatók.

A geometria számításához szükséges vektorokat az x_0, y_0, z_0 koordináta-rendszerhez kötött, (8) egyenletekkel leírt él pontjához kötöttek. Ahhoz, hogy megvizsgáljuk, milyen lesz a geometria a vizsgált élpontban, ha ez a (θ, q) paraméterpár által kijelölt helyzetbe kerül, koordináta-transzformációt kell alkalmaznunk. Ennek kiszámításához a ϕ_1 paraméter adott értékének megfelelő M élpont $(x_0^{(M)}, y_0^{(M)}, z_0^{(M)})$

kiszámított koordinátákhoz hozzárendeljük az $(r^{(M)}\theta^{(M)}, q^{(M)})$ hengerkoordinátákat. A (θ, q) paraméterpár a vizsgált pontot olyan helyzetbe rendeli, az áthatáson belül, amelybe a csigamaró z tengelye mentén való elcsúsztatással és körülötte történő elforgatással hozható. Értelmszerűen a transzformáció mátrixa a következő:

$$\mathbf{M}(\theta, q) = \begin{pmatrix} \cos \Delta\theta & -\sin \Delta\theta & 0 & 0 \\ \sin \Delta\theta & \cos \Delta\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q - q^{(M)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\Delta\theta = \theta - \theta^{(M)} \quad (16)$$

A geometria felírásához a $\mathbf{v}_0^{(1,0)}, \boldsymbol{\tau}, \mathbf{n}_\gamma, \mathbf{n}_\alpha$ vektorok koordinátáit a (16) transzformációnk megfelelően átírjuk. Ezek után alkalmazni lehet a [4]-ben részletezett geometria-számítási módszert. A vektoriális modell használatával kiszámítjuk a működő homlok- és hátszöget. A továbbiakban az egybebezdésű, $\lambda_0 = 2^\circ 30'$ csavarvonal-dőlésszögű csigamaró működő élgeometriáját vizsgáltuk $Z \in [17, 101]$ fogtartományban és $\beta_0 \in [0^\circ, 45^\circ]$ fogferdeségi szögtartományban. A q paraméter értékei meghatározzák a vizsgált él helyzetét a legördülés szempontjából. Ha a csigamaró jobbos, és jobbra dőlt fogazatot munkál meg, akkor a fogaskerék forgásiránya szerint a q negatív értékeinek a kigördülési zóna, míg a pozitív értékeinek a begördülési zóna felel meg. A legnagyobb áthatás zónája a q paraméter nulla közeli értékére keletkezik. A vizsgálat során megállapítottuk, hogy sem a működő homlokszög, sem a működő hátszög nem változik lényegesen az él lokációja szempontjából; természetesen a legnagyobb áthatás a központi zónában található. Ezért a továbbiakban a geometria változását itt fogjuk szemléltetni. A szögváltozás grafikonja-

inak abszcisszáin a csigamaró forgásából következő szöghelyzet-paraméter, az ordinátákon pedig a vizsgált szög van feltüntetve, fokokban.

3. A működő homlokszög változása

3.1. Az élpont helyzetének befolyása

A működő homlokszög változása az élpont helyzete szerint a 7. és 8. ábrákon látható. Az R_a, R_o, R_i értékek rendre a csigamaró fej-, osztó-, illetve belső hengeri élpontját jelölik ki. A változásokat a $Z = 59$ fogszámra és a $\beta_0 = 22^\circ 30'$ fogferdeségi szögre tanulmányoztuk.

7. ábra. A működő homlokszög változása a bal oldali élen

8. ábra. A működő homlokszög változása a jobb oldali élen

A 7. és 8. ábra együttes vizsgálatából megállapítható, hogy a működő homlokszög folyamatosan változik a csigamaró fogának θ helyzetparamétere szerint. A változás mértéke gyakorlatilag elfogadható. Továbbá észrevehető, hogy a bal oldali élen a tendencia csökkenő, míg a jobb oldali élen növekvő. Az élpont helyzete szerint kijelenthető, hogy minél távolabb található a csigamaró tengelyétől, annál kisebb értékek között változik. A változás intervalluma azért nagyobb, mert a nagy szerszámtérről nagyobb terjedelmű áthatás jön létre.

3.2. A fogferdeségi szög befolyása

A fogferdeségi szög befolyását a működő homlokszögre $\beta_0 = 0^\circ; 22^\circ 30'; 45^\circ$ értékekre vizsgáltuk, $Z = 59$ fogszámra és az élpont R_0 sugarú osztóhengeri pontjára. A változások a 9. és 10. ábrákon figyelhetők meg.

9. ábra. A működési homlokszög változása a fogferdeségi szög függvényében a bal oldali élen

Az ábrák vizsgálata alapján megállapíthatjuk, hogy a homlokszögváltozás előbb kimutatott tendenciája megmarad. Az egyes fogú fogaskerek lefejtésekor a változás elhanyagolható, különben annál nagyobb, minél nagyobb a fogferdeség.

10. ábra. A homlokszög változása a fogferdeségi szög függvényében a jobb oldali élen

3.3. A fogszám befolyása

A fogszám befolyását a homlokszögre a $Z = 17; 59; 101$ fogszámokra vizsgáltuk az osztóhengeri élpontra és $\beta_0 = 22^\circ 30'$ fogferdeségi szögre. A változások a 11. és 12. ábrákon láthatók.

11. ábra. A homlokszög változása a fogszám függvényében a bal oldali élen

Az ábrák alapján kijelenthető, hogy a fogszám befolyása akkor lényeges, amikor az áthatási zóna alakját érdemben befolyásolja. Észrevehető, hogy 59 fog felett a fogszám befolyása a homlokszögváltozásra gyakorlatilag nulla.

12. ábra. A homlokszög változása a fogszám függvényében a jobb oldali élen

14. ábra. A hátszög változása a jobb oldali élen

4. A működő hátszög változása

A működő hátszög változását ugyanazon körülmények között vizsgáltuk, mint az előbbieken bemutatott homlokszög-változást.

4.1. Az élpont helyzetének befolyása

Az élpont helyzetének befolyását a 13. és 14. ábrákon tüntettük fel.

13. ábra. A hátszög változása a bal oldali élen

Az ábrák vizsgálatából megállapítható, hogy a működő oldalhomlokszögek változása a konstruktív értékektől [1, 4] alig egyetlen foknyi intervallumban tér el. A változás mindkét fogoldalon ugyanolyan irányú, vagyis a szerszám forgási szögének növekedésével csökken. A csökkenés annál

nagyobb mértékű, minél nagyobb az élpont sugara. Pusztán matematikai érdekességként említjük meg, hogy a bal oldali élen domború, a jobb oldalin pedig homorú.

4.2. A fogferdeségi szög befolyása

15. ábra. A hátszög változása a fogferdeségi szög függvényében a bal oldali élen

A lefejtett fogazat fogferdeségi szögének növekedésével a működő hátszögek variációs intervalluma megnövekedik, ahogyan azt a 15. és 16. ábrán szemléltetett grafikonokból leolvashatjuk. Általánosan kijelenthetjük, hogy a csökkenő tendencia megmarad. Megfigyelhető, hogy a bal oldali élen a maximális értékek nagyobbak, a jobb oldali élen pedig a minimális értékek kisebbek.

16. ábra. A hátszög változása a fogferdeségi szög függvényében a jobb oldali élen

18. ábra. A hátszög változása a fogszám függvényében a jobb oldali élen

4.3. A fogszám befolyása

17. ábra. A hátszög változása a fogszám függvényében, a bal oldali élen

A fogszám befolyását a működő hátszögre a 17. és 18. ábrákon szemléltettük. Észre lehet venni, hogy minél nagyobb a fogazott kerék fogszáma, annál kisebb a hátszög változása. Akár a homlokszög esetében, $Z = 59$ fog felett a fogszám befolyása elhanyagolható.

5. Következtetések

A 7–16. ábrák összehasonlító együttes vizsgálata alapján kijelenthetjük, hogy a csigamaró működő élszögeinek változása a vizsgált paraméterek függvényében 1° -nál kisebb. Részletes gyakorlati kutatások igazolták [8], hogy főként a működő oldalhátszög jelentősen befolyásolja a for-

gácsképződés körülményeit, a szerszám kopását és a megmunkálás pontosságát.

A legnagyobb változások a fejköri élponton (tehát a lekerekítési szakaszon) alacsony fogszámú és nagy fogferdeségű kerek megmunkálásakor lépnek fel.

Szakirodalmi hivatkozások

- [1] Radzevich, P. S.: *Dudley's Handbook of Practical Gear Design*. CRC-Press, London, 2016, 368–379.
- [2] Litvin F.L.: *A fogaskerékapcsolás elmélete*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972, 187–190 oldal.
- [3] Hollanda D.: *Bazele aşchierii și generării suprafețelor*, „Petru Maior” Egyetem, Marosvásárhely, 1994.
- [4] Máté M.: *Hengeres fogaskerek gyártószámjai*, Erdélyi Múzeum-Egyesület, Kolozsvár, 2016, 187–206 oldal.
- [5] Dudás, I. *The Theory and Practice of Gear Worm Drives*, Penton Press, London, 2000.
- [6] Radzevich, P. S.: *Gear Cutting Tools. Fundamentals of design and computation*, CRC-Press, London, 2010.
- [7] Gyenge Cs.: *Lefejtőmarók oldalhátszögének pontos meghatározása és optimalása*, Gép, 48. évf. (1996), 10 sz., 38–40 oldal.
- [8] Gyenge Cs.: *Contribuții asupra îmbunătățirii preciziei frezelor-melc pentru executarea angrenajului melcat duplex*. Doktori értekezés, Kolozsvári Műszaki Egyetem, 1979. 69–100.