МОДЕЛЬ ЦИФРОВОЙ ЛИНИИ СВЯЗИ С АДДИТИВНЫМИ БЕЛЫМ И ИМПУЛЬСНЫМ ШУМАМИ

К.А. Батенков

Академия ФСО России, Орел, Российская Федерация

Представлено описание математической модели цифровой линии связи. Данная модель функционирует в нормальном режиме при условии знания свойств линии связи, то есть его системной характеристики, а также стохастических оценок параметров шумов. В общем случае данные параметры имеют сугубо непрерывный характер, что серьезно усложняет реализацию процедур оценивания на практике. В то же время применение цифровой обработки сигналов на этапах модуляции и демодуляции позволяет рассматривать часть элементов приемопередающего тракта как единый блок, причем осуществляемые им преобразования также будут дискретными.

Ключевые слова: модем, линия связи, импульсный шум, сигнальное созвездие, математическая модель.

DIGITAL COMMUNICATION LINE MODEL WITH ADDITIVE WHITE AND IMPULSE NOISE

K.A. Batenkov

Academy FGS of Russia, Orel, Russian Federation

The paper presents a description of the mathematical model of the digital communication line. This model operates in the normal mode provided that the properties of the communication line, that is, its system characteristics, as well as stochastic estimates of noise parameters are known. In general, these parameters are purely continuous, which seriously complicates the implementation of assessment procedures in practice. At the same time, the use of digital signal processing at the stages of modulation and demodulation allows us to consider some of the elements of the receiving and transmitting path as a single unit, and the transformations carried out by it will be discrete.

Keywords: modem, communication line, impulse noise, constellation diagram, mathematical model.

Рис. 1 иллюстрирует основные элементы цифровой линии связи. Данные от пользователя, представляющие собой поток бит, поступают первоначально на скремблер, затем кодируются помехоустойчивым кодером (например, Рида – Соломона), перемежаются и передаются в последовательно-параллельный преобразователь [1.]. Кодер сигнальных конструкций осуществляет преобразование блока бит пользователя в вектор координат точек сигнальных созвездий $a = \{a_i\}_{i=1,N}$, где N – суммарная размерность используемых сигнальных созвездий. В современных технологиях традиционно применяется квадратурно-амплитудная модуляция (QAM – quadrature amplitude modulation), что подразумевает разбиение координат на $N/2$ групп (поднесущих), каждая из которых содержит двумерную точку сигнального созвездия. Мощность сигнальных созвездий N_p может варьироваться в достаточно широких пределах: например, от $N_p = 4$ до 32 768 [2.]. Стандартные суммарные размерности должны соответствовать степени числа 2, например – $N = 512$ $N = 64$.

Рис. 1. Структурная схема цифровой линии связи

Вектор координат $\mathbf{a}$ в дальнейшем подвергается предварительной обработке в соответствии с частотной характеристикой канала связи, что предполагает предварительное ее измерение [3; 4]. В результате на его выходе формируется вектор $\mathbf{x} = \{x_i\}_{i=1,N}$:

$$\mathbf{x} = \theta \mathbf{a},$$

где $\theta = \{\theta_{i,k}\}_{i,k=1,N}$ – матрица согласованного фильтра передачи.

Далее выполняется быстрое обратное преобразование Фурье, формирующее вектор отсчетов $\mathbf{y} = \{y_i\}_{i=1,N}$:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} = \Phi \theta \mathbf{a},$$

где $\Phi = \left\{ \frac{1}{N} e^{j \frac{2\pi}{N} ik} \right\}_{i,k=1,N}$ – матрица обратного дискретного преобразования Фурье.

После преобразования вектора отсчетов $\mathbf{y}$ в последовательный вид добавляется циклический префикс $\mathbf{y}_c = [y_{N-N_v+1}, y_{N-N_v+2}, \dots, y_N]^T$, выполняющий функции защитного интервала между двумя последовательными символами дискретной многотональной модуляции (DMT – discrete multitone modulation), то есть создается вектор $\mathbf{z} = \{z_i\}_{i=1,N+N_v}$:

$$\mathbf{z} = [y_{N-N_v+1}, y_{N-N_v+2}, \dots, y_N, y_1, y_2, \dots, y_N]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_c \\ \mathbf{y} \end{bmatrix},$$

где N_v – длина (в количестве отсчетов) циклического префикса; $\mathbf{y}^T$ – вектор, транспонированный к $\mathbf{y}$. Стандартными значениями длин префиксов являются числа, кратные суммарной размерности созвездий – $N_v = N/16$ [2].

Полученные отсчеты $\mathbf{z}$ посредством аналого-цифрового преобразователя, низкочастотного фильтра передачи и линейного драйвера, обеспечивающего усиление сигнала для передачи на значительные расстояния, преобразуются к форме $\mathbf{z}(t)$, пригодной для передачи по линии связи [1]:

$$\mathbf{z}(t) = \boldsymbol{\varepsilon}^T(t) \mathbf{z},$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \{\varepsilon_i(t)\}_{i=1,N+N_v}$ – вектор функций Котельникова (сдвинутых по времени).

Линия связи искажает передаваемый сигнал $z(t)$ вследствие неидеальности его системной характеристики [5; 6] (импульсной $h(t'-t)$, частотной), а также случайных воздействий аддитивного гауссовского $n(t')$ и импульсного $w(t')$ шумов:

$$z'(t') = \int_0^T z(t)h(t'-t)dt + n(t') + w(t'),$$

где T – длительность символа.

Для стандартных систем символьная скорость выбирается равной 4 000 символов в секунду [1], а значит, длительность символа $T = 250 \text{ мкс}$.

После прохождения приемного усилителя, фильтра приема сигнал $z'(t')$ оцифровывается в аналого-цифровом преобразователе для последующей обработки, то есть формируется вектор $z' = \{z'_i\}_{i=1, N+N_v}$:

$$z' = \int_0^T z'(t')\delta(t')dt',$$

где $\delta(t') = \left\{ \delta\left(t' - \frac{i-1}{N+N_v}T\right) \right\}_{i=1, N+N_v}$ – вектор дельта-функций (сдвинутых по времени).

Удаление циклического префикса $z'_c = [z'_1, z'_2, \dots, z'_{N_v}]^T$ позволяет снизить негативное влияние межсимвольной интерференции, то есть результирующий вектор $y' = \{y'_i\}_{i=1, N}$:

$$y' = [z'_{N_v+1}, z'_{N_v+2}, \dots, z'_{N+N_v}]^T.$$

Преобразование к параллельному виду $x' = \{x'_i\}_{i=1, N}$ и последующее выполнение быстрого преобразования Фурье образует вектор

$$x' = \Phi' y',$$

где $\Phi' = \left\{ \frac{1}{N} e^{-j\frac{2\pi}{N}ik} \right\}_{i,k=1, N}$ – матрица дискретного преобразования Фурье.

Полученный вектор отсчетов x' подвергается согласованной фильтрации с целью устранения соканальных помех, и формируется вектор $a' = \{a'_i\}_{i=1, N}$ скаженных координат точек сигнальных созвездий [7]:

$$a' = \Theta' x' = \Theta' \Phi' y',$$

где $\Theta' = \{\theta'_{i,k}\}_{i,k=1, N}$ – матрица согласованного фильтра приема.

Детектирование и отображение вектора a' выполняет декодер сигнальных конструкций [11]. Результирующий набор бит преобразуется в последовательный вид, демультиплексируется, декодируется, дескрембируется и передается получателю.

Вышеописанная модель цифровой линии функционирует в нормальном режиме при условии знания свойств линии связи (рис. 1), то есть его системной характеристики, а также стохастических оценок параметров шумов. В общем случае данные параметры имеют сугубо непрерывный характер, что серьезно усложняет реализацию процедур оценивания на практике [8]. В то же время применение цифровой обработки сигналов на этапах модуляции и демодуляции позволяет рассматривать часть элементов приемопередающего тракта как единый блок, причем осуществляемые им преобразования также будут дискретными [9]. В его качестве целесообразно рассматривать обозначенный на рис. 1 канал связи, на вход и с

выхода которого поступают дискретные сигналы y и y' , непрерывные по уровню и дискретные по времени. Данный канал обладает определенными свойствами, которые включают в себя дискретную импульсную (системную) характеристику, а также стохастические свойства дискретных гауссовского и импульсного шумов. На их основе для традиционной схемы когерентного приема оказывается возможным получить характеристики согласованных фильтров передачи и приема, а следовательно, и реализовать достоверное восстановление передаваемых пользовательских данных [10].

Использование свойства дельта-функции позволяет записать

$$z' = \int_0^T \left\{ \int_0^T z(t) h(t'-t) dt + n(t') + w(t') \right\} \delta(t') dt' = \int_0^T \int_0^T z(t) h(t'-t) dt \delta(t') dt' + n' + w',$$

где $n' = \{n'_i\}_{i=1, N+N_v} = \int_0^T n(t') \delta(t') dt'$ – вектор отсчетов гауссового шума;

$w' = \{w'_i\}_{i=1, N+N_v} = \int_0^T w(t') \delta(t') dt'$ – вектор отсчетов импульсного шума.

Справедливо равенство

$$z' = \int_0^T \int_0^T \varepsilon^T(t) z h(t'-t) dt \delta(t') dt' + n' + w' = H' z + n' + w',$$

где $H' = \{H'_{i,k}\}_{i,k=1, N+N_v} = \int_0^T \int_0^T \delta(t') h(t'-t) \varepsilon^T(t) dt dt'$ – нижняя треугольная теплицева матрица

[12] импульсной характеристики линии связи [13].

За счет применения защитного интервала часть принимаемой информации не обрабатывается на приеме. Так, вектор на выходе аналого-цифрового преобразователя состоит из двух блоков, один из которых удаляется:

$$z' = \begin{bmatrix} z'_c \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0 & 0 \\ H_1 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_c \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_c \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_c \\ w \end{bmatrix},$$

где $n_c = \{n'_i\}_{i=1, N_v}$, $n = \{n'_i\}_{i=N_v+1, N+N_v}$, $w_c = \{w'_i\}_{i=1, N_v}$, $w = \{w'_i\}_{i=N_v+1, N+N_v}$.

Если учесть, что длина циклического префикса превышает длительность импульсной характеристики, то влияние предшествующего импульса на последующий отсутствует, а значит, $H_1 = 0$. Тогда отбрасываемый вектор

$$z'_c = H_0 y_c + n_c + w_c,$$

а модель канала связи

$$y' = H y + n + w.$$

Эквивалентная схема такого канала представлена на рис. 2.

Рис. 2. Эквивалентная структурная схема канала связи

Поскольку принципиальным моментом при моделировании любого канала связи является его стохастичность, то для решения большинства задач как анализа, так и синтеза более приемлемым оказывается его косвенное описание [14]. При этом часть параметров канала имеет детерминированный характер, что делает более подходящим использование прямого описания. В связи с этим особенную важность принимает описание процедуры перехода от прямого к косвенному описанию и обратно.

Для оценки импульсной характеристики канала связи рациональнее использовать модель канала, в которой неизвестной является не теплицева матрица, а вектор импульсной характеристики. Переход к векторному виду импульсной характеристики возможен, если задать верхнюю треугольную теплицеву матрицу входного сигнала:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \cdots & y_N \\ 0 & y_1 & y_2 & \cdots & y_{N-1} \\ 0 & 0 & y_1 & \cdots & y_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & y_1 \end{bmatrix} \dots$$

Алгебраическое описание перехода к данной матрице выполняется на основе матрицы сдвига вперед размера $N \times N$ [12]

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

$$Y = \sum_{i=1}^N y_i B^{i-1}.$$

Аналогично [15] получается прямое описание канала связи следующего вида:

$$y' = Y^T h + n + w,$$

где $h = \{h_i\}_{i=1,N} = \int_0^T \delta(t) h(t) dt$ – вектор импульсной характеристики.

Аддитивный шум в канале достаточно хорошо описывается моделью белого гауссового шума [16] с нулевым математическим ожиданием и диагональной матрицей ковариации $d_n I$, где I – единичная матрица размера $N \times N$ [17]. Таким образом, плотность вероятности данного шума имеет вид

$$\omega_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi d_n^N}} e^{-\frac{n^T n}{2d_n}}.$$

Для моделирования импульсного шума существует несколько альтернатив [18], каждая из которых характеризуется своими абстракциями относительно амплитуды, длительности импульсов и межимпульсного интервала [19]. В целом же аналитическое описание статистических особенностей импульсного шума на основе всех показателей является весьма громоздким в условиях изменяющихся и непредсказуемых источников помех. Именно поэтому в ряде работ [18; 20; 21] импульсный шум задается в форме коротких и резких всплесков. Наиболее распространенной моделью такого типа воздействий является Бернулли–Гауссовский процесс, формирующий амплитудно-модулированную бинарную последовательность. Результирующие шумовые отсчеты являются композицией случайных величин Бернулли и Гаусса [21; 22]

$$w_i = b_i g_i, i = 1, 2, \dots, N,$$

где b_i – независимые случайные величины Бернулли ($\mathbf{b} = \{b_i\}_{i=1,N}$), принимающие значения нуля или единицы, вероятность появления единицы – $P(b_i = 1) = q$, нуля – $P(b_i = 0) = p = 1 - q$; g_i – независимые гауссовские случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией d_g с плотностью распределения

$$\omega_g(g_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi d_g}} e^{-\frac{g_i^2}{2d_g}}, i = 1, 2, \dots, N.$$

Условная плотность распределения отсчетов принимаемого сигнала y_i при известном значении b_i рассчитывается как

$$\omega_{y_i/b_i}(y_i, b_i) = \delta(b_i) \frac{1}{\sqrt{2\pi d_n}} e^{-\frac{(y_i - h_i)^2}{2d_n}} + \delta(b_i - 1) \frac{1}{\sqrt{2\pi(d_n + d_g)}} e^{-\frac{(y_i - h_i)^2}{2(d_n + d_g)}}, i = 1, 2, \dots, N.$$

где $\mathbf{h}' = \mathbf{Y}^T \mathbf{h} = \{h_i'\}_{i=1,N}$ – вектор преобразованного каналом сигнала (без учета влияния шумов); $h_i' = \mathbf{Y}_i^T \mathbf{h}$, где $\mathbf{Y}_i$ – i -й столбец матрицы $\mathbf{Y}$.

Для краткости введем обозначение для плотности нормального распределения

$$g(x, d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi d}} e^{-\frac{x^2}{2d}},$$

что позволяет представить условную плотность в виде

$$\omega_{y_i/b_i}(y_i, b_i) = \delta(b_i) g(y_i - h_i', d_n) + \delta(b_i - 1) g(y_i - h_i', d_n + d_g), i = 1, 2, \dots, N..$$

Учитывая независимость текущих отсчетов относительно наличия импульсного шума в соседних отсчетах, то есть

$$\omega_{y_i/b_j}(y_i, b_j) = \omega_{y_i}(y_i), i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, N,$$

$$\omega_{y_i/b_i, b_j}(y_i, b_i, b_j) = \omega_{y_i/b_i}(y_i, b_i), i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, N.$$

получается условная плотность принимаемого сигнала как произведение независимых плотностей

$$\omega_{y'/\mathbf{b}}(y', \mathbf{b}) = \prod_{i=1}^N \omega_{y_i/b_i}(y_i, b_i).$$

На основе формулы полной вероятности [17] выводится выражение для плотности принимаемого сигнала

$$\begin{aligned} \omega_{y'}(y') &= \sum_{j_1=0}^1 \dots \sum_{j_N=0}^1 \prod_{i=1}^N P(b_i = j_i) \omega_{y_i/b_i}(y_i, b_i) = \sum_{j_1=0}^1 \dots \sum_{j_N=0}^1 \prod_{i=1}^N P(b_i = j_i) \times \\ &\times \left[\delta(b_i) g(y_i - h_i', d_n) + \delta(b_i - 1) g(y_i - h_i', d_n + d_g) \right] = \\ &= \prod_{i=1}^N \left[p \cdot g(y_i - h_i', d_n) + q \cdot g(y_i - h_i', d_n + d_g) \right]. \end{aligned}$$

Отметим, что данное выражение по сути является функцией правдоподобия канала связи, если учесть, что $h_i' = \mathbf{Y}_i^T \mathbf{h}$. Кроме того, она представляет собой произведение одномерных плотностей, что свидетельствует о статистической независимости отсчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Philip Golden, Hervé Dedieu, Krista S. Jacobsen Implementation and Applications of DSL Technology. N. Y.: Auerbach Publications, 2008. 804 p.

2. *Tretter S.A.* Communication System Design Using DSP Algorithms with Laboratory Experiments for the TMS320C6713™ DSK. N. Y.: Springer Science+Business Media, 2008. 344 p.
3. *Silhavy P., Krajsa O.* Half-overlap Subchannel Filtered MultiTone Modulation and Its Implementation // Discrete Time Systems. Croatia, Rijeka: InTech Europe, 2011. P. 363–382.
4. *Батенков К.А.* Оценка параметров канала связи Бернулли–Гаусса // Измерительная техника. 2018. № 6. С. 30–34.
5. *Батенков К.А.* Анализ и синтез структур сетей связи по детерминированным показателям устойчивости // Труды СПИИРАН. 2018. № 3 (58). С. 128–159.
6. *Батенков К.А.* Числовые характеристики структур сетей связи // Труды СПИИРАН. 2017. №4 (53). С. 5–28.
7. *Батенков К.А.* Синтез детерминированных нелинейных дискретных отображений непрерывных каналов связи // Труды СПИИРАН. 2016. № 2 (45). С. 75–101.
8. *Батенков К.А.* Дискретные отображения непрерывного канала связи на основе обобщенного ряда Фурье // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. №1 (выпуск 43). С. 12–20.
9. *Батенков К.А.* Математические модели модулятора и демодулятора с заданным порядком нелинейности // Цифровая обработка сигналов. 2013. № 1. С. 14–21.
10. *Батенков К.А.* Модели системных характеристик линейных каналов связи на основе интегральных преобразований // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2012. №3 (4). С. 120–125.
11. *Statovci D.* Adaptive Resource Allocation for Multi-User Digital Subscriber Lines: dissertation. Telecommunications research center Vienna, 2005. 159 p.
12. *Хорн Р., Джонсон Ч.* Матричный анализ. М.: Мир, 1989. 654 с.
13. *Carlos H. Aldana and John Cioffi.* Channel Tracking for Multiple Input, Single Output Systems using EM algorithm. Helsinki, 2001. 5 p.
14. *Левин Б.Р., Шварц В.* Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. М.: Радио и связь, 1985. 312 с.
15. *Wanzhi Qiu, Syed Khusro Saleem, Minh Pham.* Blind identification of multichannel systems driven by impulsive signals // Digital Signal Processing. 2010, no. 20, pp. 736–742.
16. *Ahmed. A. Farid, Zhi-Quan Luo, Zhi Ding.* Blind Channel Equalization Based On Second Order Statistics // Conference Paper. June 2006. 4 p.
17. *Пугачев В.С.* Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие. 2-е изд., испр. и доп. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 496 с.
18. *Zhang D.* Impulse Noise Detection Techniques for Retransmission to Reduce Delay in DSL Systems // Thesis Master of Engineering. Montreal: McGill University. 2012. 62 p.
19. TR-100 ADSL\ADSL2 plus performance test plan / DSL Forum Technical Report. March, 2007.
20. *Vaseghi S.V.* Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction (Chapter on Impulse Noise). – 2nd ed. John Wiley & Sons Ltd, 2000, pp. 354–360.
21. Impulsive Noise Estimation and Cancellation in DSL Using Compressive Sampling / T. Y. Al-Naffouri, H. Hmida, A. A. Quadeer, F. F. Al-Shaalan. 4 p.
22. *Ghosh M.* Analysis of effect of Impulse Noise on multicarrier and single carrier QAM system // IEEE Trans. on Communications. 1996, vol. 44, pp. 145–147.