ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ОПТИМИЗАЦИИ КОРОТКОВОЛНОВЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

А.В. Еремеев^{1,2}, Н.Н. Тюнин¹, А.С. Юрков^{3,4}

¹*Институт математики им. С.Л. Соболева (филиал) СО РАН, Омск, Российская Федерация*

²*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Российская Федерация*

³*Институт радиофизики и физической электроники Омского научного центра СО РАН,
Омск, Российская Федерация*

⁴*Омский научно-исследовательский институт приборостроения, Омск, Российская Федерация*

Рассмотрена постановка задачи оптимизации фазированных антенных решеток различных структур, включающих до 25 излучателей. Проведены вычислительные эксперименты оценки эффективности алгоритма, основанного на градиентном методе, с пакетом «BARON», реализующим метод «Ветвей и отсечений» в модельной системе «GAMS». Экспериментально изучены множества локальных оптимумов задачи. Выявлено, что во многих случаях большинству локальных оптимумов соответствует одно и то же значение целевой функции.

Ключевые слова: квадратичное программирование, локальные оптимумы, антенные решетки, градиентная оптимизация, вычислительный эксперимент.

THE RESEARCH OF ONE PROBLEM NONCONVEX QUADRATIC PROGRAMMING IN SHORTWAVE ANTENNA ARRAY OPTIMIZATION

A. V. Ereemeev^{1,2}, N. N. Tyunin¹, A. S. Yurkov^{3,4}

¹*Sobolev Institute of Mathematics SB RAS (branch), Omsk, Russian Federation*

²*Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russian Federation*

³*Institute of Radiophysics and Physical Electronics OSC SB RAS, Omsk, Russian Federation*

⁴*Omsk Scientific-Research Institute of Instrument Engineering, Omsk, Russian Federation*

The statement of the problem of optimization of phased antenna arrays of various structures, including up to 25 emitters, is considered. Computational experiments were conducted to evaluate the effectiveness of the algorithm based on the gradient method with the BARON package that implements the Branches and Clipping method in the GAMS model system. The sets of local optima of the problem are experimentally studied. It was revealed that in many cases the same value of the objective function corresponds to the majority of local optima.

Keywords: quadratic programming, local optima, antenna array, gradient optimization, computational experiment.

Фазированными антенными решетками (ФАР) называются регулярные решетки излучателей, соединенные со специальными устройствами, обеспечивающими распределение фаз и амплитуд. Использование таких систем в КВ диапазоне дает возможность повышения энергетического потенциала канала связи, что привлекает к ним особый интерес [1–3]. При этом значительное влияние излучателей друг на друга сильно осложняет процесс оптимизации. Как и в работах [4; 5], мы изучаем антенные решетки КВ диапазона, состоящие из широкополосных вертикальных излучателей (ШВИ) и широкополосных вертикальных диполей (ШВД). Кроме того, в рассмотрение вопроса включены решетки вертикальных штырей (ВШ). В данной работе мы исследовали проблему оптимизации ФАР с ограничениями, накладываемыми на номинальную мощность каждого усилителя, подключенного к излучателям [6]. Задача оптимизации с ограничениями сводилась к задаче оптимизации без огра-

ничений методом внешней точки [6]. Таким образом, итоговую постановку задачи в действительных числах можно сформулировать в виде

$$\mathbf{x}^T \mathbf{G} \mathbf{x} - r \sum_{k=1}^n \left(\begin{array}{c} \min(0, \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x}) + \\ + \min(0, 1 - 0, \mathbf{x}^T \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{x}) \end{array} \right)^4 \rightarrow \max, \quad (1)$$

где $\mathbf{G}$ – вещественное расширение матрицы парциальных компонент полей, $\mathbf{H}^{(k)}$ – вещественное расширение матрицы ограничений по k-му входу, r – параметр штрафной функции, $\mathbf{x}$ – вещественное расширение вектора оптимизируемой величины (в данной работе – напряжение). Вещественное расширение строится по правилу

$$\left(\begin{array}{c|c} \text{Re}(\mathbf{A}) & -\text{Im}(\mathbf{A}) \\ \hline \text{Im}(\mathbf{A}) & \text{Re}(\mathbf{A}) \end{array} \right), \quad (2)$$

где $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n^2}$.

Далее приводятся результаты сравнений разработанной нами реализации метода градиентного подъема с квадратичной аппроксимацией в качестве линейного поиска [2] и решателя «BARON» в режиме по умолчанию. Расчеты проводились на ЭВМ с процессором Intel i7, на всех экспериментах выставлялось ограничение по времени в 1000 с. В градиентном методе за это время проводилась серия рестартов из случайной точки, а за решение принималось лучшее из найденных таким образом. Кроме того, для некоторых задач решателем «BARON» удавалось доказать глобальность оптимума (в результатах такие задачи приводятся в графе «BARON*»). Во всех тестовых примерах в качестве оптимизируемого направления были выбраны: азимутальный угол – 45°, полярный угол – 70°.

Таблица 1

Процессорное время и целевая функция задачи оптимизации ФАР, состоящих из 4 ШВИ

Решатель	Время	Целевая функция
Gradient	0,058	138,2
BARON	0,12	139,2
BARON*	0,69	139,2

Таблица 2

Процессорное время и целевая функция задачи оптимизации ФАР, состоящих из 4 ШВД

Решатель	Время	Целевая функция
Gradient	0,14	459,7
BARON	0,27	463,6
BARON*	1,14	463,6

Таблица 3

Процессорное время и целевая функция задачи оптимизации ФАР, состоящих из 4 ВШ

Решатель	Время	Целевая функция
Gradient	3,3	303
BARON	26,62	306

Таблица 4

Время и целевая функция решеток ШВИ, состоящих из 9 излучателей

Решатель	Время	Целевая функция
Gradient	0,68	575,7
BARON	0,34	580,6
BARON*	1873,83	580,6

Таблица 5

**Процессорное время и целевая функция решеток ШВД,
состоящих из 9 излучателей**

<i>Решатель</i>	<i>Время</i>	<i>Целевая функция</i>
Gradient	40	1954,8
BARON	0,56	1980,7
BARON*	—	—

Таблица 6

**Процессорное время и целевая функция решеток ВШ,
состоящих из 25 излучателей**

<i>Решатель</i>	<i>Время</i>	<i>Целевая функция</i>
Gradient	1000	1382,7
BARON	217,94	33,5

В табл. 7 приведена общая статистика исследования множества локальных оптимумов различных задач.

Таблица 7

Структура локальных оптимумов

<i>Решетка</i>	<i>Всего оптимумов</i>	<i>Уникальные оптимумы</i>	<i>Значения целевой функции</i>
ШВИ (2x2)	31691	340	1
ШВД (2x2)	9531	194	1
ВШ (2x2)	305	302	24
ШВИ (3x3)	1551	94	1
ШВД (3x3)	94	52	52

На изображенных на рис. 1, 2 диаграммах направленности можно увидеть, что максимум излучения приходится на оптимизируемое направление 45° .

Рис. 1. Горизонтальный план диаграммы направленности квадратной решетки ШВД, состоящей из 4 излучателей

Рис. 2. Горизонтальный план диаграммы направленности квадратной решетки ШВД, состоящей из 9 излучателей

В заключение следует отметить, что как разработанный нами градиентный метод, так и решатель «BARON», имеют свои преимущества и недостатки.

- На простых задачах градиентный метод имеет преимущество в скорости работы.

- На сложных задачах «BARON» выигрывает как по скорости, так и в значении целевой функции.
- Была обнаружена модель ФАР, при оптимизации которой «BARON» в значительной степени проигрывает по целевой функции.

Выявлено, что не все найденные локальные оптимумы уникальны и неэквивалентны с точностью до сдвига фаз, хотя многим из них соответствует одно и то же значение целевой функции. Объяснение причины многочисленности различных локальных оптимумов с идентичным значением целевой функции подлежит дальнейшему изучению.

Работа выполнена по государственному заданию Омского научного центра СО РАН в соответствии с Программой ФНИ ГАН на 2013–2020 годы (номер госрегистрации проекта в системе ЕГИСУ НИОКТР АААА-А19-119052890058-2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kudzin V.P., Lozovsky V.N, Shlyk N.I. The compact linear antenna array system of the short-wave band consisting of _butter_y_ radiators // 2013 IX International Conference on Antenna Theory and Techniques / IEEE. 2013. P. 252–253.
2. Wilensky R. High-power, broad-bandwidth HF dipole curtain array with extensive vertical and azimuthal beam control // IEEE transactions on broadcasting. 1988. Vol. 34, no. 2. P. 201–209.
3. Yin Yalan, Deng Jiekun. Design of Short Wave Communication System with Phased Array Antenna // Electronic Engineer. 2007. Vol. 33, no. 9. P. 31–33. in Chinese.
4. Юрков А.С. Оптимизация возбуждения передающих фазированных антенных решеток декаметрового диапазона длин волн. Омск: ОННПП, 2014.
5. Yurkov A.S. Directivity maximization of the short wave band phased antenna array // Tehnika radiosvyazi. 2016. № 2. P. 46-53. in Russian.
6. Aoki Masanao. Introduction to optimization techniques. Fundamentals and applications of nonlinear programming: Tech. Rep.: California Univ Los Angeles dept of system science, 1971.