ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИЙ С КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ДЛЯ АНАЛИЗА СТРУКТУРНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ РАБОТНИКОВ ОРГАНИЗАЦИЙ ПО ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЕ

Лебедев В.В. (Москва)ⁱ

Анализу проблемы неравенства населения по денежным доходам, по заработной плате, по имуществу и т.д. посвящено большое количество работ, как в нашей стране, так и за рубежом. Важное место среди них занимают работы, направленные на совершенствование методики анализа структурной дифференциации населения. Именно этому вопросу посвящено данное сообщение. Традиционно к структурным показателям дифференциации относят коэффициенты фондов, индекс Пальмы, индекс Кузнеца и др. Проблема оценки уровня структурной дифференциации населения по доходу осложняется тем, что многие структурные показатели неравенства жестко связаны с коэффициентом Джини, и поэтому последний остается в течение многих лет основным индикатором неравенства, используемым на практике. В результате для оценки неравенства фактически используется скалярная величина (индекс Джини). Тем не менее, давно существует понимание того, что для количественной характеристики такого сложного явления, как неравенство, следует использовать вектор, и именно поэтому в официальных статистических таблицах с информацией о неравенстве населения по денежным доходам часто наряду со значениями коэффициента Джини приводятся значения децильного и квинтильного коэффициентов фондов, децильного и квинтильного коэффициентов дифференциации, а в последние годы стали приводиться (в основном в зарубежных источниках) значения индекса Пальмы и др. В дальнейшем для определенности будем говорить о неравенстве распределения доходов.

Примем следующие обозначения: x – величина денежного дохода (размерность – рубль); y – доля населения с доходами не более x в общей численности населения; z – доля совокупных доходов населения с доходами не более x . С формальной точки зрения для вычисления коэффициента Джини и других количественных показателей неравенства используются функции распределения населения по доходу $y = F(x)$, обратная ей функция $x = \varphi(y)$ и функция Лоренца $z = L(y)$, параметры которых определяются на основе решения соответствующих задач аппроксимации.

Отметим, что в литературе слова «дециль» и «квинтиль» (от англ. decile и quintile) используются зачастую для обозначения различных понятий. Так, с одной стороны, децилями D_k в рассматриваемом контексте называются девять значений дохода, которые делят всё рассматриваемое население на десять равных по численности частей (Елисеева, 2010). Поэтому $D_k = \varphi(k/10)$, где $k = 1, \dots, 9$; аналогично квинтили $Q_k = \varphi(k/5)$, где

$k = 1, \dots, 4$. С другой стороны, слова «дециль» и «квинтиль» широко используются при анализе неравенства как синонимы терминов «децильная группа» и «квинтильная группа».

Децильный KF_D и квинтильный KF_Q коэффициенты фондов вычисляются соответственно по формулам

$$KF_D = \frac{1 - L(0.9)}{L(0.1)}, \quad KF_Q = \frac{1 - L(0.8)}{L(0.2)}. \quad (1)$$

Децильный KD_D и квинтильный KD_Q коэффициенты дифференциации доходов по определению равны соответственно отношению крайних децилей и квинтилей (значений доходов):

$$KD_D = \frac{\varphi(0.9)}{\varphi(0.1)}, \quad KD_Q = \frac{\varphi(0.8)}{\varphi(0.2)}. \quad (2)$$

Для количественной оценки структурной дифференциации населения по денежным доходам на практике все население, ранжированное по доходу, разбивается на несколько групп. Если оперировать статистическими данными о распределении дохода по 10-процентным группам, то можно рассматривать различные варианты группировки населения. Например, можно выделить три группы в следующих пропорциях: 20-60-20, 40-50-10, 30-40-30. Разбиение населения в пропорции 40-50-10 привело к появлению коэффициента Пальмы KP (Cobham A., Sumner A., 2013), а применяемая, например, в (Докладе, 2015) группировка в пропорции 30-40-30 – к появлению показателя «неравенства в среднем классе (соотношение D_7 / D_3)». В используемых здесь обозначениях имеем:

$$KP = \frac{1 - L(0.9)}{L(0.4)}, \quad D_7 / D_3 = \frac{\varphi(0.7)}{\varphi(0.3)}. \quad (3)$$

Для построения функций $y = F(x)$ Росстат использует двухпараметрическую модель логнормального распределения населения региона и всей России по среднему душевому доходу. Однако, как отмечено в (Айвазян, 2012, стр. 236), эта модель обнаружила «очевидную неработоспособность»; поэтому для построения функций $y = F(x)$, $x = \varphi(y)$ и $z = L(y)$ применяются различные подходы, более адекватно отражающие реальность.

Один из таких подходов заключается в построении функций с кусочно-постоянными параметрами. При реализации этого подхода используются модели различной степени сложности. Рассмотрим простейший вариант такого рода, который оказывается весьма полезным на предварительном этапе анализа неравенства населения по доходу.

Будем считать, что заданы доли дохода в 20-процентных (квинтильных) группах населения, ранжированного по доходу: Q_i , где $i = 1, 2, \dots, 5$. Анализ реальных статистических данных свидетельствует о том, что для многих стран выполнено приближенное равенство $Q_3 \approx \sqrt{Q_2 Q_4}$ (Варшавский, 2020). Это означает, что при группировке населения в пропор-

ции 20-60-20 доход средней группы населения, составляющего 60%, растет приблизительно по геометрической прогрессии со знаменателем

$$q = \sqrt{Q_4 / Q_2} . \quad (4)$$

Вычислив q по формуле (4), найдем значения параметров a_i , предполагая выполнение равенства $Q_{i+1} = Q_i q^{a_i}$, где $i = 1, 2, 3, 4$. В таблице 1 приведены значения параметров q и a_i , где $i = 1, 2, 3, 4$, вычисленные для 20 стран мира по данным (OECD, 2021).

Таблица 1. Параметры q и a_i для 21 стран мира

		q	a_1	a_2	a_3	a_4
1	Австралия	1,36	1,72	1,04	0,96	1,82
2	Австрия	1,27	2,13	1,01	0,99	2,00
3	Чили	1,47	1,60	0,97	1,03	2,51
4	Финляндия	1,27	1,67	1,01	0,99	2,01
5	Франция	1,28	1,81	1,03	0,97	2,36
6	Германия	1,28	1,98	1,03	0,97	2,06
7	Венгрия	1,36	2,13	1,21	0,79	1,47
8	Ирландия	1,31	1,61	1,03	0,97	1,92
9	Израиль	1,40	1,93	1,08	0,92	1,64
10	Япония	1,37	2,05	1,04	0,96	1,73
11	Корея	1,40	2,01	1,04	0,96	1,63
12	Люксембург	1,32	1,91	1,03	0,97	1,98
13	Мексика	1,46	1,67	0,99	1,01	2,44
14	Новая Зеландия	1,37	1,54	1,00	1,00	2,03
15	Норвегия	1,24	2,31	1,05	0,95	2,03
16	Испания	1,37	1,98	1,05	0,95	1,64
17	Швеция	1,27	1,88	1,07	0,93	1,93
18	Швейцария	1,29	1,93	1,01	0,99	2,16
19	Великобритания	1,36	1,87	0,99	1,01	2,25
20	США	1,45	1,93	1,05	0,95	1,75

Источник: расчеты автора по данным (OECD, 2021).

Как видим, гипотеза о том, что средний доход второй, третьей и четвертой квинтильных групп населения растет в геометрической прогрессии, выполняется для подавляющего числа стран: $a_2 \approx a_3 \approx 1$. В этом случае, по-видимому, в странах с большим значением параметра q расслоение средней группы больше. Так, можно предположить, что в Австрии, Финляндии и Швеции ($q=1,27$) средние группы (60% населения) более одно-

родны, чем, например, в США ($q=1,45$). Аналогичный вывод получен при анализе распределения заработной платы работников организаций большинства субъектов Российской Федерации, где также соответствующие параметры $a_2 \approx a_3 \approx 1$.

Для более детального анализа дифференциации населения можно использовать аппроксимацию эмпирической функции Лоренца кубическим сплайном. К достоинствам этого метода следует отнести то, что он позволяет получить не только значения функций $z = L(y)$ и $x = \varphi(y)$ для любого $y \in [0, 1]$, но и вычислить непосредственно значение коэффициента Джини, интегрируя функцию Лоренца, а также построить соответствующие функцию распределения $y = F(x)$, функцию плотности распределения $y = f(x)$ и другие функции, например, зависимость от y коэффициента эластичности функции Лоренца.

Рис. 1. Слева: кривые Лоренца для распределения заработной платы работников организаций г. Москвы (линия 1) и Ивановской области (линия 2). Справа: графики коэффициента эластичности $E(y)$ кривых Лоренца для г. Москвы (линия 1) и Ивановской области (линия 2).

На рис. 1 (слева) построены кривые Лоренца для распределения в апреле 2019 г. заработной платы работников организаций г. Москвы (линия 1) и Ивановской области (линия 2), полученные на основе аппроксимации табличной функции Лоренца, заданной с шагом 0.1, кубическим сплайном. Здесь же построена линия абсолютного равенства (линия 3, egalitarian line $z = y$). Справа на рис. 1 построены соответствующие графики коэффициентов эластичности $E(y) = yL'(y)/L(y)$ этих функций Лоренца (линии 1 и 2). Как видим, в рассматриваемых здесь субъектах РФ для $y < 80\%$ рост коэффициента эластичности происходит медленно, однако неравенство $E(y) > 2$ выполняется для Москвы при $y > 80\%$, а для Ивановской области – при $y > 93\%$.

Использование функций с кусочно-постоянными параметрами для аппроксимации функции распределения населения по доходам и функции Лоренца имеет преимущество

перед использованием гладких функций: появляется возможность для более детального анализа расслоения населения. Поэтому применение этих функций (сплайн-функции и др.) способствует совершенствованию анализа структурной дифференциации населения по денежным доходам, по заработной плате, по имуществу и т.д.

Литература

- Айвазян С.А. Анализ качества и образа жизни населения (эконометрический подход). - М.: Наука, 2012. - 402 с.
- Варшавский А.Е. Модель распределения доходов на основе конечной функциональной последовательности и ее применение для анализа неравенства. Экономика и математические методы, 2012. т. 56, №4, с.20-31.
- Доклад «Заработная плата в мире в 2014–2015 гг.» Заработная плата и неравенство доходов (2015) // Группа технической поддержки по вопросам достойного труда и Бюро МОТ для стран Восточной Европы и Центральной Азии. – Москва: МОТ, 2015. 148 с. ISBN 978-92-2-428664-36
- Росстат (2020). Сведения о распределении численности работников по размерам заработной платы за апрель 2019 года (статистический бюллетень). Федеральная служба государственной статистики (РОССТАТ), Главный межрегиональный центр (ГМЦ), 2019. – [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat/main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/11c4980041c1bcbf9ee9fe27f9898572> (дата обращения: 15.12.20).
- Статистика: учебник (2010) / И.И. Елисеева [и др.]; под ред. И. И. Елисеевой. - М.: Проспект, 2010. - 448 с. ISBN 978-5-392-00688-5.
- Cobham A., Sumner A. Putting the Gini Back in the Bottle? ‘The Palma’ as a Policy-relevant Measure of Inequality. 2013. Available at URL: <https://www.kcl.ac.uk/aboutkings/worldwide/initiatives/global/intdev/people/Sumner/Cobham-Sumner15March2013.pdf> (дата обращения: 15.02.21).
- OECD Income Distribution Database (IDD): Gini, poverty, income, Methods and Concepts. (2021) Available at URL: <https://www.oecd.org/social/income-distribution-database.htm> (дата обращения: 02.02.21)

ⁱ Лебедев Валерий Викторович – ЦЭМИ РАН, lebedev.guu@gmail.com