Е.Ф. Винокуров

*Винокуров Евгений Федорович, к.э.н., с.н.с., ЦЭМИ РАН, Москва,
evinokurov@yandex.ru*

СВЯЗЬ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТРУДА И ВВП С УРОВНЕМ БЕЗРАБОТИЦЫ: РАЗМЫШЛЕНИЯ, ФОРМУЛЫ И РАСЧЕТЫ

В работе описана попытка количественно оценить зависимость производительности труда в народном хозяйстве от уровня безработицы. Наличие положительной связи между этими показателями вытекает из общетеоретических соображений. Рассматривалась гипотеза, что трудоотдача является степенной функцией от фондовооруженности, скорректированной на множитель, величина которого определяется уровнем безработицы и отражает связанные с ним изменения эффективности использования капитала. Были определены параметры построенного на основе официальной российской статистики за 1996–2018 гг. соответствующего уравнения регрессии. На основании проведенных расчетов дана приблизительная оценка влияния изменения трудоотдачи в зависимости от колебаний уровня безработицы. Кроме того, предложена вытекающая из рассматриваемой модели трудоотдачи модификация производственной функции Кобба-Дугласа, по которой также проведены расчеты.

Ключевые слова: валовой внутренний продукт, численность занятых, трудоотдача, уровень безработицы, функция Кобба-Дугласа, регрессия.

JEL классификация: E20, E24, E27.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая публикация является в некотором смысле продолжением работы автора в рамках заявленной в заглавии темы, первые результаты которой отражены в [1] и [2]. Поводом к началу данных исследований стало неприятие аргументации американского экономиста А. Оукена в пользу продекларированной им закономерности, связывающей значение ВВП с уровнем безработицы, получившей название закона Оукена. В числе аргументов, призванных подтвердить существование этого закона, Оукен называл снижение производительности труда по мере роста безработицы [3, с. 197]. Однако, как мы указывали в [1], закон снижения предельной производительности факторов производства определяет прямо противоположную ситуацию: с ростом уровня безработицы трудоотдача должна расти.

Некоторые количественные характеристики изменения трудоотдачи по мере изменений уровня безработицы в экономике современной России, основанные на производственной функции Кобба–Дугласа, представлены в [2].

В настоящей статье описывается попытка построения простой модели, связывающей трудоотдачу с уровнем безработицы, и приблизительной оценки на ее основе с опорой на отчетные статистические данные этой связи в российской экономике. По-

сколько от модели производительности труда легко перейти к модели объема производства, неудивительно, что естественным продолжением исследования становится анализ связи между уровнем безработицы и ВВП.

Следует сказать, что рассчитывать на успех при решении поставленной задачи с самого начала было трудно. Как видно из приблизительных расчетов, приведенных в [2], увеличение производительности труда, определяемое безработицей, весьма незначительно. Поэтому надежда достоверно оценить это увеличение на основе регрессионного уравнения, описывающего современную российскую экономику, – уравнения, заведомо не блещущего статистическими характеристиками достоверности и надежности (основания для этого утверждения приведены нами в [2])¹, – была слабой. Решить такую задачу было делом примерно таким же проблематичным, как расслышать слабый голос человека в толпе. Однако любопытство взяло верх, что данная публикация и демонстрирует.

1. УРОВЕНЬ БЕЗРАБОТИЦЫ КАК ПЕРЕМЕННАЯ МОДЕЛИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТРУДА

Заявленную во введении модель производительности труда будем строить на базе производственной функции Кобба–Дугласа. Преобразовав ее классическую запись

$$Y = a K^{\alpha} L^{1-\alpha}, \quad (1)$$

где Y – объем выпуска, K – затраты капитала, L – затраты труда, a и α – параметры, получаем формулу

$$\frac{Y}{L} = a \left(\frac{K}{L} \right)^{\alpha} \quad (2)$$

В (2) дробь $\frac{Y}{L}$ является трудоотдачей, а отношение $\frac{K}{L}$ – фондовооруженностью.

На практике величина L обычно представлена численностью занятых в народном хозяйстве. При этом неявно подразумевается, что эффективность труда одного занятого при заданной фондовооруженности является постоянной величиной. Однако эта предпосылка является некоторой натяжкой: логика подсказывает, что рост уровня безработицы приводит к выпадению из числа занятых работников, использующих ос-

¹ Работа над статьей подходила к концу, когда грянула пандемия COVID-19. Ясно, что последствием пандемии будет обвал мировой, и в том числе российской, экономики. Этот обвал создаст огромные трудности для экономистов, использующих в своих исследованиях статистические методы. Аппроксимация динамики многих показателей гладкими кривыми станет практически неразрешимой проблемой. Похоже, специалистам придется договариваться о каких-то общепринятых приемах, позволяющих элиминировать в своих теоретических исследованиях влияние разрушительного кризиса 2020 г. Может быть, это будет введение в регрессионные уравнения искусственных переменных (как, например, было сделано еще лет 30 назад в [3]), или использование приема, реализованного автором в [4], может быть, будет применяться еще какая-то методика.

новые фонды не самым эффективным образом, в силу чего средняя производительность труда работников, сохранивших свои рабочие места, возрастает. Этот эффект мы и попытались выявить в настоящем исследовании.

Рост средней трудоотдачи по мере увеличения уровня безработицы можно отразить в математической модели, модифицировав (2) к виду

$$\frac{Y}{L} = b \left\{ \frac{K}{L} \cdot f(u) \right\}^{\beta}, \quad (3)$$

где u – уровень безработицы, b и β – параметры.

Модель вида (3), в отличие от (2), учитывает указанное выше обстоятельство. Произведенная в ней корректировка показателя фондовооруженности, являющегося аргументом функции трудоотдачи, определяется фактом более эффективного использования капитала более эффективными работниками в случае роста безработицы.

От функции $f(u)$ требуется, чтобы она возрастала при всех экономически содержательных значениях u . При этом имеется в виду, что вид и параметры этой функции заданы. Последнее условие направлено на то, чтобы избежать необходимости определения дополнительных параметров уравнения регрессии, что почти наверняка должно привести к ухудшению статистических характеристик его достоверности.

Уравнение регрессии (3) можно считать отвечающим поставленной задаче, если оно характеризуется коэффициентом детерминации не меньшим, чем для уравнения (2).

Таким образом, возникла задача нахождения такой функции $f(u)$, при которой модель трудоотдачи вида (3) оказалась не менее адекватно отражающей реальность, чем не учитывающая изменения эффективности использования капитала при изменениях уровня безработицы модель вида (2).

Задача, как и следовало ожидать, оказалась не из легких. С десятков вариантов функции $f(u)$ не выдержали испытания: включающие их уравнения (3) характеризовались, пусть совсем ненамного, но худшими коэффициентами детерминации R^2 , чем для уравнения (2).

Выбранная нами для дальнейших расчетов и рассуждений функция – корректирующий множитель для фондовооруженности – имеет вид

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{1-0,25u}}.$$

Соответственно, (3) переписывается в виде

$$\frac{Y}{L} = b \left(\frac{K}{L\sqrt{1-0,25u}} \right)^{\beta}. \quad (4)$$

Обозначим трудоотдачу через l и введем еще одно обозначение: M – численность экономически активного населения.

Тогда (4) переписывается в виде

$$l = b \left(\frac{K}{M(1-u)\sqrt{1-0,25u}} \right)^{\beta}. \quad (5)$$

Из (5) следует, что и без поправки на эффективность использования капитала рост уровня безработицы при прочих равных условиях, т.е. при постоянных значениях величины основных фондов и численности экономически активного населения, рост уровня безработицы приводит к росту производительности труда. Множитель $\frac{1}{\sqrt{1-0,25u}}$ лишь немного усиливает этот эффект.

2. УРОВЕНЬ БЕЗРАБОТИЦЫ КАК ПЕРЕМЕННАЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ

От (4) нетрудно перейти «обратно» к производственной функции:

$$Y = bKL^{1-\beta}(1-0,25u)^{-0,5\beta}. \quad (6)$$

Таким образом, получена модификация функции Кобба–Дугласа, дополненная новой переменной – уровнем безработицы.

Уравнение можно переписать в виде

$$Y = bK \{M(1-u)\}^{1-\beta}(1-0,25u)^{-0,5\beta}. \quad (7)$$

Вообще-то, производственная функция для макроуровня может быть охарактеризована выражением «телегу поставили впереди лошади». По логике вещей изменение величины ВВП определяет изменения численности занятых и уровня безработицы, в силу чего объем выпуска должен рассматриваться как аргумент, а не как значение функции, описывающей народное хозяйство². Поскольку же регрессионно-корреляционный анализ не призван отражать и не отражает причинно-следственных связей между этими показателями, функции (6) и (7) имеют право на существование.

3. РАСЧЕТЫ

Расчеты по моделям (1), (2), (4) и (6) проводились, как и в работе [2], на основе официальной российской статистики за период 1996–2018 гг.

В табл. 1 приведена исходная информация для этих расчетов, где Y – ВВП России в ценах 1998 г., млрд р., K – наличие основных фондов в РФ на конец отчетного года по полной учетной стоимости, млн р., L – среднегодовая численность занятых в России, тыс. чел., U – численность безработных в России, тыс. чел.

Там же даны величины: реальная трудоотдача, рассчитанная как Y/L , фондовооруженность, рассчитанная как K/L , и уровень безработицы u , рассчитанный как

$$\frac{U}{L+U}.$$

Расчеты параметров уравнений регрессии для трудоотдачи, проведенные с помощью пакета Excel, дали следующие результаты.

Уравнение (2), не учитывающее зависимость эффективности использования капитала от уровня безработицы, принимает вид

² Кстати, то же замечание относится и к закону Оукена.

$$\frac{Y}{L} = 0,521 \left\{ \frac{K}{M(1-u)} \right\}^{0,223} \quad (8)$$

и характеризуется коэффициентом детерминации 0,937.

Учитывающее названную зависимость уравнение (4), как и следовало ожидать, мало отличается от (8): оно принимает вид

$$\frac{Y}{L} = 0,520 \left\{ \frac{K}{M(1-u)\sqrt{1-0,25u}} \right\}^{0,224}. \quad (9)$$

Для этого уравнения R^2 оказался равным , как и для (8), 0,937.

Таблица 1

Основные показатели развития экономики России за 1996–2017 гг.

Показатели Годы	Y	K	L	U	Y/L	K/L	U
1996	22081,8	13250	62928	6732	0,351	0,211	0,0966
1997	22386,8	13412	60021	8058	0,373	0,224	0,1184
1998	21190,2	14278	58437	8902	0,364	0,244	0,1322
1999	22536	14335	63082	9094	0,357	0,227	0,1259
2000	24799,9	17464	65273	7059	0,380	0,268	0,1058
2001	26062,5	21495	65124	6288	0,400	0,330	0,0897
2002	27312,3	26333	66266	6155	0,412	0,397	0,0788
2003	29304,9	32173	67152	5683	0,436	0,479	0,0821
2004	31407,8	34874	67134	5775	0,468	0,520	0,0776
2005	33410,5	41494	68603	5208	0,487	0,605	0,0709
2006	36134,6	47489	69169	5250	0,483	0,687	0,0705
2007	39218,7	60391	70770	4519	0,511	0,853	0,0600
2008	41276,8	74441	71003	4697	0,552	1,048	0,0620
2009	38048,6	82303	69410	6284	0,595	1,186	0,0830
2010	39762,2	93186	69934	5544	0,544	1,332	0,0735
2011	41457,8	108001	70857	4922	0,561	1,524	0,0650
2012	42973,4	121269	71545	4131	0,601	1,695	0,0546
2013	43740,7	133522	71391	4137	0,613	1,870	0,0548
2014	44063,8	147430	71539	3889	0,616	2,061	0,0516
2015	42945,3	160725	72324	4264	0,594	2,222	0,0560
2016	42871,1	183404	72393	4243	0,592	2,533	0,0550
2017	43640,4	194649	72142	3967	0,605	2,698	0,0521
2018	44746,7	206487	72354	3656	0,618	2,854	0,0481

Учитывающее названную зависимость уравнение (4), как и следовало ожидать, мало отличается от (8): оно принимает вид

$$\frac{Y}{L} = 0,520 \left\{ \frac{K}{M(1-u)\sqrt{1-0,25u}} \right\}^{0,224}. \quad (9)$$

Для этого уравнения R^2 оказался равным , как и для (8), 0,937.

Связь между производительностью труда и скорректированным показателем фондовооруженности покажем на рис. 1, где даны поле корреляций и линия тренда.

Несложный расчет показывает, что, если доверять уравнению (9), в современной России рост уровня безработицы на один процентный пункт при прочих равных

условиях приводит к весьма незначительному увеличению реальной трудоотдачи: от 0,26% – при переходе от 3-х к 4-м процентам уровня безработицы – до 0,29%, если уровень безработицы вырастает с 13 до 14%. Вклад корректирующего коэффициента

$\frac{1}{\sqrt{1-0,25u}}$ в эти различия несущественен: он составляет примерно 0,03%.

Рис. 1. Связь между производительностью труда и скорректированным показателем фондовооруженности

Теоретические значения трудоотдачи в сопоставлении с наблюдаемыми приведены в табл. 2. В ней наблюдаемые значения производительности труда обозначены через l_0 , полученные по формуле (8) – через l_1 , а рассчитанные по (9) – через l_2 .

Далее были рассчитаны параметры вытекающих из (2) и (4) производственных функций – уравнений регрессии соответственно вида (1) и (6).

В первом случае (для функции Кобба–Дугласа) было получено уравнение

$$Y = 0,521 K^{0,223} L^{0,777}, \quad (10)$$

а во втором –

$$Y = 0,520 K^{0,224} L^{0,776} (1 - 0,25 u)^{-0,388}. \quad (11)$$

Оба эти уравнения характеризуются коэффициентом детерминации 0,946.

Теоретические значения ВВП в сопоставлении с наблюдаемыми, как и величины l_0 , l_1 и l_2 , представлены в табл. 2. В ней наблюдаемые значения объемов обозначены через Y_0 , полученные по формуле (10) – через Y_1 , а рассчитанные по (11) – через Y_2 .

В попытках найти сколько-либо убедительное свидетельство преимущества модели (4) перед моделью (2) автор вспомнил даже о высказанной им несколько лет назад в работе [4] мысли о несовершенстве математической статистики. Речь идет о том, что математики оперируют удобными для них квадратами отклонений одной величины от другой, что лишает показатели реального содержания. Например, дисперсия трудоотдачи, используемая при расчете коэффициентов детерминации, характери-

зующих уравнения регрессии (2) и (4), имеет размерность, про которую, цитируя Пушкина, хочется сказать «виденье, непостижное уму»: $p^2/\text{чел.}^2$.

Таблица 2

Наблюдаемые и теоретические значения трудоотдачи и ВВП

Показатели Годы	l_0	l_1	l_2	Y_0	Y_1	Y_2
1996	0,351	0,3681	0,3678	22081,8	23162,9	23145,8
1997	0,373	0,3730	0,3730	22386,8	22387,8	22386,5
1998	0,364	0,3805	0,3807	21190,2	22235,4	22245,1
1999	0,357	0,3744	0,3745	22536	23617,9	23622,1
2000	0,380	0,3883	0,3882	24799,9	25344,5	25338,5
2001	0,400	0,4069	0,4067	26062,5	26498,8	26485,8
2002	0,412	0,4241	0,4238	27312,3	28103,0	28085,7
2003	0,436	0,4422	0,4420	29304,9	29691,6	29681,6
2004	0,468	0,4502	0,4500	31407,8	30223,9	30212,3
2005	0,487	0,4657	0,4655	33410,5	31951,2	31937,7
2006	0,483	0,4791	0,4789	36134,6	33138,2	33128,1
2007	0,511	0,5029	0,5027	39218,7	35589,9	35576,2
2008	0,552	0,5265	0,5265	41276,8	37384,7	37380,0
2009	0,595	0,5412	0,5415	38048,6	37563,0	37585,5
2010	0,544	0,5554	0,5557	39762,2	38844,2	38861,4
2011	0,561	0,5723	0,5725	41457,8	40554,5	40568,1
2012	0,601	0,5861	0,5861	43740,7	41929,7	41935,8
2013	0,613	0,5991	0,5992	42973,4	42767,8	42778,5
2014	0,616	0,6122	0,6123	44063,8	43793,8	43805,0
2015	0,594	0,6223	0,6228	42945,3	45025,3	45045,9
2016	0,592	0,6410	0,633	42871,1	46404,7	46430,7
2017	0,605	0,6501	0,6505	43640,4	46897,9	46923,2
2018	0,618	0,6583	0,6586	44746,7	47627,9	47650,9

В противовес дисперсии были подсчитаны суммы абсолютных отклонений теоретических значений трудоотдачи, полученных по (8) и (9), от фактических. Исходя из логики «еретической статистики» модель (4) более адекватна реальности, чем (2): сумма модулей этих отклонений оказалась для модели, учитывающей изменения эффективности использования капитала, на 5,4% меньше, чем для не учитывающей. Это, конечно, не является доказательством точности результатов проведенных расчетов, но, по крайней мере, не противоречит логике, на основании которой они проводились.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итоги проделанной работы, которые нельзя назвать однозначными.

В любом случае можно утверждать, что предложенный подход к вытекающей из экономической логики оценке прямой зависимости производительности труда от уровня безработицы на основе функции Кобба–Дугласа оказался приемлемым.

Проявляя оптимизм, можно сказать, что проведенные расчеты, по крайней мере, не являются основанием для утверждения об отсутствии в экономике России такой за-

висимости и в то же время приводят к выводу, что изменения уровня безработицы отражаются на росте трудоотдачи незначительно. Фактор же снижения эффективности использования капитала по мере роста уровня безработицы, как показало проведенное исследование, очевидным образом оказался несущественным, представляющим лишь теоретический интерес.

С другой стороны, можно констатировать, что достаточно надежной количественной оценки степени влияния уровня безработицы на трудоотдачу получить не удалось. Впрочем, как уже было сказано во введении, рассчитывать на успех в решении этой задачи было трудно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Винокуров Е.Ф.* Закон Оукена отменяется? // Теория и практика институциональных преобразований в России. Под ред. Б.А. Ерзнкяна. Вып. 48. – М.: ЦЭМИ РАН, 2019. С. 34-37.
2. *Винокуров Е.Ф.* Чарльз Кобб и Пол Дуглас против Артура Оукена // Вестник ЦЭМИ. 2020. Вып. 1.
3. *Матлин И.С., Винокуров Е.Ф., Шевцова В.Е.* Модель экономики СССР SU-1. Препринт. – М.: ЦЭМИ АН СССР, 1989. – 49 с.
4. *Винокуров Е.Ф.* Российская экономика в сослагательном наклонении // Экономическая наука современной России. 2016. № 3 (74). С. 56-64.
5. *Тарасевич Л.С., Гребенников П.И., Леусский А.И.* Макроэкономика: Учебник. – 6-е изд., испр. и доп. – М.: Высшее образование, 2006. – 654 с.
6. *Винокуров Е.Ф.* Еретическая статистика: размышления обывателя // Теория и практика институциональных преобразований в России. Под ред. Б.А. Ерзнкяна. Вып. 39. – М.: ЦЭМИ РАН, 2017. С. 56-65.

Vinokurov E.F.

CORRELATION OF LABOR PRODUCTIVITY AND GDP WITH THE UNEMPLOYMENT RATE: REFLECTIONS, FORMULAS AND CALCULATIONS

The paper describes an attempt to quantify the dependence of labor productivity in the national economy on the level of unemployment. The existence of a positive relationship between these indicators follows from general theoretical considerations. We considered the hypothesis that labor productivity is a power function of the capital ratio, adjusted for a multiplier, the value of which is determined by the level of unemployment and reflects the associated changes in the efficiency of capital use. Parameters of the corresponding regression equation built on the basis of the official Russian statistics for 1996-2018 years were determined. Based on the calculations, an approximate estimate of the impact of changes in labor productivity depending on fluctuations in the unemployment rate is given. In addition, we propose a modification of the Cobb-Douglas production function that follows from the considered labor efficiency model, which is also used for calculations.

Keywords: gross domestic product, number of employees, labor productivity, unemployment rate, Cobb-Douglas function, regression.

JEL Classification: E20, E24, E27.