А. Д. Учитель /д. т. н./,

Ю. А. Малиновский /к. т. н./,

А. Н. Панченко /к. т. н./

Г. В. Данилина /к. т. н./, С. Ю. Даценко

Национальная металлургическая академия
Украины, г. Днепро, УкраинаКриворожский колледж НАУ, г. Кривой Рог,
Украина

Обоснование влияния переходных режимов на качество готовых изделий при их обработке методами пластического деформирования с позиции волновых и автоколебательных процессов

A. D. Uchitel /Dr. Sci. (Tech.)/,

Yu. A. Malinovsky /Cand. Sci. (Tech.)/,

A. N. Panchenko /Cand. Sci. (Tech.)/

G. V. Danilina /Cand. Sci. (Tech.)/,

S. Yu. Datsenko

National Metallurgical Academy of Ukraine,
Dnipro, Ukraine

Krivoy Rog College of NAU, Krivoy Rog, Ukraine

Justification of the effect of transitional modes on the quality of ready-made products when their treatment is used by plastic deformation methods from the position of the wave and auto vibration processes

Цель. Обоснование влияния продольных и поперечных волновых процессов в поверхностных слоях на качество готовых изделий, полученных методами пластического деформирования, таких как холодная прокатка, штамповка, обкатка, волочение и другие.

Методика исследований. В работе для описания переходных процессов в начале взаимодействия инструмента с обрабатываемой заготовкой применена расчетная модель, в которой поверхностные слои заготовки представлены в виде балки на упругом основании, нагруженной внезапно приложенными касательными усилиями, зачастую превышающими свои критические значения. Исследованы причины возникновения неустойчивых динамических состояний такой балки, при которых возможны нарушение целостности поверхностных слоев заготовки и деталей за счет возникновения закритических напряжений и деформации в материале внешних слоев.

Результаты. Получены результаты по определению опасных состояний поверхностных слоев заготовки при действии внезапно приложенных нагрузок в начальные моменты захвата заготовки, а также в моменты окончания проскальзывания инструмента по заготовке во время выравнивания их скоростей движения.

Научная новизна. Состоит в том, что поставлена и решена первая динамическая задача для поверхностных слоев заготовки, представленных в виде двухопорной балки на упругом основании, нагруженной внезапно приложенной продольной силой, которая может значительно превышать свое критическое значение. Обозначены области динамической неустойчивости поверхностных слоев заготовки.

Практическая значимость работы состоит в том, что выявлены режимы эксплуатации машины для обработки металлов давлением и параметры заготовки, при которых могут возникать условия получения изделий недостаточно высокого качества. Также разработаны рекомендации по улучшению качества готовых изделий. (Ил. 3. Библиогр.: 6 назв.)

Ключевые слова: обработка металлов давлением, переходные процессы, продольная волна, поперечная волна, заготовка, нагруженный слой, коэффициент перегрузки, динамическая потеря устойчивости, инструмент, обкатка, накатка, волочение, гипотетическая балка, удар, скорость распространения упругих волн.

DOI: 10.33101/s001-185980670

Постановка проблемы. Изложение основного материала. При рассмотрении практических задач, связанных с повышением производительности и улучшением качества изделий, получаемых методами пластического деформирования (таких как холодная прокатка, штамповка, обкатка, волочение и другие), не всегда удается получить желаемый результат без учета переходных процессов при взаимодействии рабочего органа и заготовки.

Переходя к описанию процессов, происходящих при захвате заготовки инструментом (в начальный момент взаимодействия), до начала самовозбуждения автоколебаний, примем, что в начальный момент взаимодействия происходит внезапное (пиковое) приложение продольной нагрузки на заготовку.

В этом случае внезапно приложенная нагрузка вызовет переходной (волновой) процесс в заготовке. После окончания переходного процесса и выхода машинного агрегата на установившийся технологический режим суммарная величина нагрузки уменьшится, и она будет состоять как из постоянной, так и переменной (в большинстве случаев гармонической или «пилообразной») частей.

Рассмотрим переходные процессы, происходящие в «длинной» заготовке под действием постоянной внезапно приложенной силы. Так как в процессе обработки касательное усилие прикладывается к заготовке через ее поверхностные слои, то при рассмотрении переходных и установившихся процессов в заготовке необходимо учесть, что эти тонкие поверхностные слои определяют толщины (которые могут быть вычислены, если известна вертикальная нагрузка на заготовку и ее физико-механические свойства), а также длина участка деформированной наружной поверхности заготовки при действии продольной сжимающей силы на момент потери наружными слоями детали (заготовки) продольной устойчивости. Отметим, что физико-механические свойства наружных слоев и сердцевины заготовки, отличаются из-за «наклепа» поверхностных слоев. Поэтому нами для описания взаимодействия инструмента с поверхностными слоями заготовки применена расчетная схема балки на упругом основании [1], длина которой меньше или равна длине заготовки, ширина определяется проходными размерами формообразующего инструмента, а толщина – прижимным усилием и материалом.

Описание волновых процессов при переходных режимах работы машины по холодной обработке металла давлением. В технологическом процессе заготовка, представленная в виде гибкого длинного шарнирно-опертого стержня, нагруженного постоянной (или переменной) внезапно

приложенной продольной силой, испытывает переходные режимы. Эти процессы сопровождаются прохождением в заготовке продольных и поперечных волн (рис. 1) [2]. Исходя из характера распространения упругих волн в заготовке, эти волны могут быть вызваны продольными силами, переменными по длине заготовки. При этом продольные силы вызывают как продольные, так и поперечные деформации.

Рис. 1. Схема взаимодействия инструмента и обрабатываемой заготовки

Продольные перемещения заготовки обусловлены как деформацией, так и поворотами поперечных сечений стержня относительно вертикальной оси при продольном изгибе. С учётом высказанных соображений взаимодействие между продольными и поперечными смещениями стержня выразим на основе [1], используя соотношение:

$$w = u + \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 d\xi, \quad (1)$$

где $w(x, t)$ – полное продольное смещение деформированного слоя заготовки;

$u(x, t)$ – продольное перемещение вследствие деформации сжатия;

$v(x, t)$ – поперечное перемещение деформированного слоя стержня.

Тогда запишем выражение для продольной силы в произвольном сечении стержня с учётом влияния горизонтальной составляющей технологической нагрузки при внезапном ее приложении и переменной силы инерции стержня (по длине заготовки):

$$N(x, t) = T(t) - \int_x^l m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} d\xi, \quad (2)$$

где $T(t)$ – продольная составляющая усилия технологической нагрузки, приложенная в месте контакта инструмента и заготовки;

m – масса, распределенная по длине заготовки;

ξ – текущая координата при интегрировании.

Для продольной деформации стержня запишем очевидное соотношение через нормальное напряжение (аналог закона Гука):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{N}{EF}. \quad (3)$$

Оперируя соотношением (1), (2), (3), можно получить волновое уравнение для заготовки, связанное как продольными, так и поперечными волновыми процессами [1]:

$$EF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = m \int_0^x \left[\frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial^3 v}{\partial \xi \partial t^2} + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial t} \right)^2 \right] d\xi. \quad (4)$$

Таким образом, при описании одномерного волнового процесса продольные перемещения стержня оказались связанными с поперечными. В технологическом процессе деформируемая часть заготовки подвержена продольному изгибу из-за того, что внутренние слои заготовки оказывают упругий «отпор» деформируемой части заготовки (иначе, реакция упругого основания) (рис. 2). Запишем дифференциальное уравнение поперечных колебаний стержня с учетом переменного характера $N(x, t)$, тогда слагаемое, учитывающее активный изгибающий момент в поперечных сечениях балки, будет иметь вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial v}{\partial x} \right),$$

и дифференциальное уравнение запишем в форме:

$$EJ_1 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \beta v + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \quad (5)$$

где h – высота сечения заготовки;

h_1 – высота упрочненного слоя заготовки (после деформации);

J_1 – момент инерции части поперечного сечения стержня, подверженного пластической деформации $J_1 = \frac{bh^3}{12}$;

β – коэффициент жесткости основания (для слоев с вертикальной координатой $\left(0 \leq y \leq \frac{h}{2} - h \right)$).

Так как $N = N(x, t)$, то выражение (5) допускает следующую форму записи (если учесть выражение (3)):

$$EJ_1 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + EF \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \beta v + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (6)$$

Раскрывая выражение в скобках и выполняя элементарные преобразования, получим две формы записи уравнения (6):

$$EJ_1 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + EF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + EF \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta v + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (7)$$

Подставим в уравнение (7) вместо второго силового слагаемого для функции инерционную составляющую из одномерного волнового уравнения [1]:

$$EJ_1 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + N(x, t) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta v + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \quad (8)$$

где m_0 – погонная масса заготовки (в целом);

m – погонная масса стержня-полоски, связанная с заготовкой при ее обработке;

$m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$ – инерционная составляющая, обусловленная продольными волнами в заготовке;

$N(x, t) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ – силовая составляющая, обусловленная касательной составляющей усилия прокатки (обкатки) и продольными волнами в заготовке.

В виду того, что силовая составляющая присутствует в уравнении поперечных колебаний заготовки, то система уравнений (4) и (8) является связанной системой продольно-поперечных колебаний заготовки, обусловленных нестационарным характером силы $N(x, t)$ при взаимодействии ролика и прокатываемого металла. Совместное решение такой системы представляет определенные математические трудности.

Рассматривая систему (4), (8), следует учитывать тот факт, что продольный волновой процесс распространяется по всей высоте обрабатываемой заготовки. Поперечный волновой процесс также распространяется по всей высоте заготовки, но оказывает наиболее заметное влияние в поверхностных слоях заготовки, в зоне раздела двух сред – наружного слоя детали и внутренних ее глубинных слоев. Нас будут интересовать эффекты, происходящие в основном в наружных слоях заготовки, где обычно происходят явления, связанные с повышением механических характери-

Рис. 2. Схема продольного изгиба деформированных слоев заготовки

стик, а в ряде случаев с нарушением целостности обрабатываемой поверхности, поэтому с точки зрения процессов, происходящих при распространении волн (продольных и поперечных) по всей высоте заготовки, поверхностные эффекты являются незначительными. Однако все деформационно-волновые процессы, происходящие в поверхностных слоях, тесным образом связаны с волновыми процессами, происходящими по всей высоте заготовки. Кроме того, при рассмотрении совместной системы (4), (8) считаем, что заготовка представляет собой свободно лежащую двухопорную балку (то есть $\beta \equiv 0$). Поэтому значения продольной силы T , которые не являются критическими для заготовки по всей ее высоте, могут быть опасными для ее поверхностных слоев.

Проанализируем эффекты, происходящие в заготовке при действии внезапно приложенной силы, используя методы Даламбера и Фурье.

Обратимся к переходным процессам в заготовке при ее обработке, остановились на уравнениях (4) и (6) или (8), которые связывают продольные и поперечные колебания в длинном стержне.

Исходной деформацией в этом процессе является продольная деформация, а изгибная деформация обусловлена продольной. Поэтому естественно предположить, что слагаемые в правой части уравнения (4) являются величинами второго порядка малости (это слагаемые с малым параметром). Если пока не учитывать указанные величины в системе (4), (6), то мы приходим к двум независимым уравнениям. Из (4) определим $u(x, t)$ и $\frac{\partial u(x, t)}{\partial t}$ подставим в уравнение (6) или (7). При определении $u(x, t)$, $\frac{\partial u(x, t)}{\partial t}$, $N(t)$ воспользуемся сначала решением Даламбера [1], которое позволяет найти указанные величины, а также определить временные интервалы протекания переходных процессов. Для того чтобы использовать стандартные приемы при решении уравнения (6) или (7), применим другое решение за счет разложения перемещения $v(x, t)$ от внезапно приложенной силы T в тригонометрические ряды [2]. Причем в первом случае нагруженная сила T_0 , внезапно приложенная в конце стержня $x = l$, а во втором случае – постоянная сила T_0 , приложенная первоначально к концу заготовки, перемещается при прокатке вдоль заготовки со скоростью v_n .

Из условий симметрии нагружения остановимся на схеме с двумя роликами в момент начала их взаимодействия с заготовкой.

Рассмотрим волновой процесс в прокатываемой заготовке в момент начала ее взаимодействия с двумя вращающимися в противоположных направлениях роликами.

Рассмотрим расчетную схему заготовки, в которой левый конец начинает контактировать с роликами и имеет продольную координату $x = l$, а второй конец, который условно можно считать жестко закрепленным при продольных колебаниях и шарнирно неподвижным при продольном изгибе, имеет координату $x = 0$ (рис. 2).

В начальный момент захвата заготовки валками наблюдаются пиковые значения крутящего момента, $M_{кр}$ и касательного усилия T . При выходе машины для обработки металла давлением на номинальный рабочий режим пиковые нагрузки $M_{кр}$ и T существенно снижаются, и под действием этих нагрузок начинается сам технологический процесс. Если продольная внезапно приложенная постоянная сила превышает своё первое критическое значение [3]:

$$T = n^2 \pi^2 EJ/l > \pi^2 EJ/l, \quad (9)$$

где $n > 1$ – число, показывающее, во сколько раз внезапно приложенная к заготовке сила превышает критическую силу Эйлера, то в этом случае следует говорить о динамическом продольном изгибе как о явлении в наружных слоях заготовки, подверженных технологической деформации, которые схематизированы в виде вязкоупругой (пластической) балки на упругом основании, нагруженной постоянной внезапно приложенной продольной силой.

В номинальном технологическом режиме касательные нагрузки, действующие на заготовку, являются поверхностными силами трения, которые носят нестационарный характер. В этой задаче необходимо говорить о фрикционных или параметрических колебаниях и вызываемом ими параметрическом резонансе. Из приведённых соображений сначала под динамическим продольным изгибом будем понимать первую задачу о действии на заготовку внезапно приложенной силы и вызванный ею волновой процесс как в материале заготовки, так и поверхностных слоях. Если $T < \pi^2 EJ/l$, то есть продольная сила $T_{кр} = \pi^2 EJ/l$, не вызовет потери продольной устойчивости заготовки, то в результате продольных колебаний форма стержня останется прямолинейной. Тогда задача о переходном процессе сведётся к решению задачи о продольных волнах напряжений и деформаций в стержне. Исходным при исследовании продольных волн в стержне постоянного сечения является уравнение продольных колебаний (волновое уравнение), которое можно представить в виде [2]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{C_0} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \quad (10)$$

Уравнение (10) является упрощённым вариантом уравнения (4).

$$C_0 = \left(\frac{E}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} - \text{скорость распространения звуковых волн в сплошной среде.}$$

Рассмотрим продольный волновой процесс при взаимодействии обрабатываемой заготовки с формообразующим инструментом. Дифференциальное уравнение (10) будем рассматривать совместно с начальными и краевыми условиями.

Не нарушая общности рассуждений, примем нулевые начальные условия «неподвижного» инструмента. При этом может быть два типа граничных условий, связанных с фиксацией заготовки при её подаче в зону пластического деформирования формообразующим инструментом:

1. Движущийся стержень с закреплённым одним концом, а свободным концом ударяется о неподвижное тело $\left(EF \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=l} = -M \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{x=l} \right)$.

2. Движущийся стержень имеет два незакреплённых конца, и одним из них ударяется о неподвижное тело (тогда $\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} = 0$).

На основании изложенных соображений запишем начальные и краевые условия задачи, рассматривая случай 1:

$$\left. \begin{aligned} u_t = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (0 < x < l); \\ EF \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=l} = -M \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_{x=l} \\ u \Big|_{x=0} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = -V_0(x=l), \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где V_0 – начальная скорость заготовки, в момент, предшествующий удару;

M – приведённая масса ролика.

Решение (4) ищем в форме Даламбера [2]:

$$u(x, t) = \varphi_1(C_0 t - x) + \varphi_2(C_0 t + x). \quad (12)$$

При выполнении условий (11) можно записать:

$$u(x, t) = \varphi(C_0 t - x) - \varphi(C_0 t + x). \quad (13)$$

В место переменной $C_0 t - x$, и $C_0 t + x$ (в скобках) введем новую переменную z .

Тогда определению подлежит функция $\varphi(z)$, которая рассматривается для участков $(2n-1)l < z < (2n+1)l$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Далее определяем значение функции $\varphi(z)$ для различных интервалов при прохождении продольной волны по брусу в интервале для $-l < z < l$ $\varphi(z) = 0$; $\varphi'(z) = 0$.

Для интервала $l < Z < 3l$ согласно [2] имеем:

$$\varphi_1(z) = \frac{\gamma l v_n}{C_0} \left(1 - e^{-\frac{Z-l}{\gamma l}} \right). \quad (14)$$

$$\varphi'_1(z) = \frac{v_n}{C_0} e^{-\frac{Z-l}{\gamma l}}. \quad (15)$$

Приведенные функции описывают продольную волну для указанных интервалов, если рассмотреть другие интервалы, то $\varphi(z)$ и $\varphi'(z)$ определяются из других соотношений, которые имеют ту же структуру и вычисляются по рекуррентным формулам.

Поэтому для оценки нормального усилия в стержне при $x = l$ и интервале изменения переменной Z от $l < Z < 3l$. Запишем выражения для $N(t)$:

$$N(t) = -EF \frac{V_0}{l} e^{-\frac{C_0 t}{\gamma l}}; \quad (16)$$

$$\text{и } N(t) = -EF \frac{V_0}{l} e^{-\frac{C_0 t - 2l}{\gamma l}}, \quad (17)$$

где $\gamma = \frac{M}{m_0}$ – отношение массы «ударяющего» ролика к массе бруса.

Выражение (16) осевого усилия, которое записано для $z = C_0 t - x$ при $x = l$, выражение (17) для осевого усилия, которое запишем для переменной $z = C_0 t + x$ в точке $x = l$.

Решение задачи для $u(x, t)$, по зависимости (13) представлено суперпозицией двух волн (прямой и обратной). Когда прямая волна доходит до конца стержня (в момент времени $t = \frac{l}{C_0}$) и отражается от него, то происходит суперпозиция двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях.

Теперь рассмотрим возникновение поперечных волн, судя по характеру дифференциального уравнения о динамической устойчивости стержня (заготовки (6)) или в форме (8), с учетом выражений (1), (2), предполагая (в первом приближении), что инерционная составляющая в выражении, обусловленная продольными волнами, являться бесконечно малой величиной.

Влияние этой составляющей будет учтено на следующем этапе решения задачи.

Тогда уравнение поперечных колебаний гипотетической балки с учетом волновой продольной составляющей приобретает следующий вид:

$$EJ_1 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - EF_1 \frac{V_0}{l} e^{-\frac{C_0 t}{\gamma l}} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta v + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (18)$$

Для момента времени из интервала $0 < t \leq \frac{l}{C_0}$.

Если мы попадаем во временной интервал:

$$\frac{l}{C_0} < t \leq \frac{3l}{C_0}, \quad (19)$$

то вместо выражения (18) запишем:

$$EJ_1 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - EF_1 \frac{V_0}{l} e^{-\frac{C_0 t - 2l}{\gamma l}} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta v + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (20)$$

Используя метод Фурье, запишем (18), (20) в виде:

$$v(x, t) = \sum_{i=1,3,5}^{\infty} v_i(t) \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad (21)$$

тогда:

$$EJ_1 \frac{\pi^4 n^4}{l^4} v_i(t) + EF_1 \frac{v_0}{l} e^{-\frac{C_0 t}{\gamma l}} \frac{\pi^2 n^2}{l^2} v_i(t) + \beta v(t) + m \ddot{v}_i(t) = 0; \quad (22)$$

$$\ddot{v}_i(t) + \left[\frac{EJ_1 \pi^4 n^4}{m l^4} + \frac{EF_1 v_0}{m l} e^{-\frac{C_0 t}{\gamma l}} \frac{\pi^2 n^2}{l^2} + \frac{\beta}{m} \right] v_i(t) = 0; \quad (23)$$

$$EJ_1 \frac{\pi^4 n^4}{l^4} v_i(t) + EF_1 \frac{v_0}{l} e^{-\frac{C_0 t - 2e}{\gamma l}} \frac{\pi^2 n^2}{C^2} v_i(t) + \frac{\beta}{m} v(t) + m \ddot{v}_i(t) = 0 \quad (24)$$

или

$$\ddot{v}_i(t) + \left[\frac{EJ_1 \pi^4 n^4}{m l^4} + \frac{EF_1 v_0}{m l} e^{-\frac{C_0 t - 2l}{\gamma l}} \frac{\pi^2 n^2}{l^2} + \frac{\beta}{m} \right] v_i(t) = 0. \quad (25)$$

Таким образом, для определения решения уравнений (18), (20) с помощью рядов необходимо решить два обыкновенных дифференциальных уравнения с переменной частотой (23), (25).

По сути, уравнения (23), (25) являются линейными дифференциальными уравнениями второго порядка следующего вида:

$$\ddot{v} + \varphi(t) v = 0. \quad (26)$$

Данное уравнение является однородным, его решение в общем случае может быть записано в форме:

$$v(t) = C_1 v_1(t) + C_2 v_2(t), \quad (27)$$

где C_1, C_2 – произвольные постоянные, определенные из начальных условий задачи (причем начальные условия задачи должны быть согласованы с начальными условиями (11)), а $v_1(t), v_2(t)$ – являются любыми линейно-независимыми решениями уравнений (26). Таким образом, для того чтобы решить линейное уравнение вида (26) достаточно найти два линейно-независимых частных решения этого уравнения.

Так как не существует универсальных методов решения дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, то эта задача является наиболее сложной.

Поэтому для решения указанных уравнений применим один из приближенных методов. Для решения данной задачи, на наш взгляд, использование приближенного метода ВКБ приведет к приемлемым результатам.

Перепишем уравнение (26) к виду, удобному для применения метода ВКБ [4].

$$\ddot{v}_n + \Omega_n^2(t) v_n = 0, \quad (28)$$

где $\Omega_n^2(t) = \varphi(t)$ в уравнении (23) выражению $\Omega^2(t)$ соответствует формула (а) в уравнении (25) выражению $\Omega^2(t)$ соответствует формула (б):

$$a) \Omega_n^2(t) = \varphi(t) = \frac{EJ_1 \pi^4 n^4}{m l^4} + \frac{EF_1 V_0}{m l} e^{-\frac{C_0 t}{\gamma l}} \frac{\pi^2 n^2}{C^2} + \frac{\beta}{m}; \quad (29)$$

$$б) \Omega_n^2(t) = \varphi(t) = \frac{EJ_1 \pi^4 n^4}{m l^4} + \frac{EF_1 V_0}{m l} e^{-\frac{C_0 t - 2l}{\gamma l}} \frac{\pi^2 n^2}{C^2} + \frac{\beta}{m}. \quad (30)$$

В приведенных выражениях $\Omega^2(t)$ представляет собой квадрат переменной собственной частоты поперечных колебаний балки.

По форме уравнения, описывающего возникновение и прохождения изгибных волн, (29), (30) ничем не отличаются, кроме периодов их прохождения. Поэтому на основании [4] запишем общее решение (28) по методу ВКБ в следующем виде:

$$v_n = \Omega_n^{-0,5} \left(C_{1n} \cos \int \Omega_n(t) dt + C_{2n} \sin \int \Omega_n(t) dt \right), \quad (31)$$

где C_{1n}, C_{2n} – постоянные, определяемые из начальных условий задачи.

Выполняя дифференцирование выражения (31) и подставляя результаты в (28), придем к вспомогательному уравнению:

$$v_n + \Omega_n^2 \left[1 + 0,5 \frac{\ddot{\Omega}_n}{\Omega_n^3} - 0,75 \left(\frac{\dot{\Omega}_n}{\Omega_n^2} \right)^2 \right] v_n = 0. \quad (32)$$

Приведенное выражение (31) является точным решением уравнения (32).

Нетрудно проверить что выражение (31) может быть принято в качестве приближенного решения (28) при условии:

$$\left| 0,5 \frac{\ddot{\Omega}_n}{\Omega_n^3} - 0,75 \left(\frac{\dot{\Omega}_n}{\Omega_n^2} \right)^2 \right| \ll 1. \quad (33)$$

Если начальные условия $v(0) = v_0, \dot{v}(0) = V_0$, для определенности (при согласовании с продольными колебаниями стержня, выражение (11)), примем начальные условия $v(0) = 0, \dot{v}(0) = V_0$.

Получим окончательное решение в виде:

$$v_k(t) = \sqrt{\frac{\Omega_{n_0}}{\Omega_n}} V_0 \cos \int_0^t \Omega_n dt + \frac{1}{\sqrt{\Omega_n \Omega_{n_0}}} \left(V_0 + \frac{\dot{\Omega}_{n_0}}{\Omega_n} \right) \sin \int_0^t \Omega_n dt, \quad (34)$$

где $\Omega_{n_0} = \Omega_n(0); \dot{\Omega}_{n_0} = \dot{\Omega}_n(0)$.

Обращаясь к (34), запишем выражение для $v(x, t)$, где:

$$v(x, t) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} v_n(t) \sin \frac{\pi n x}{l}. \quad (35)$$

Подставив в (8) выражения (35) и (9) значение $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, получим приближенное выражение как для продольных, так и поперечных волновых процессов, возникающих в заготовке при продольном соударении валка и бруса. Если судить по виду уравнения (28), переходный процесс является затухающими. Отметим, что если время соударения валка и заготовки находится в интервале [5] $0 < t < \frac{2l}{C_0}$ (36), то $\frac{\partial u}{\partial x}|_{x=l} < 0$ тогда продолжительность удара составляет $\tau > \frac{2l}{C_0}$.

Рассмотрим последующий интервал времени:

$$\frac{2l}{C_0} < t < \frac{4l}{C_0}. \quad (36)$$

Тогда, приравнявая $\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{x=l} = 0$ из [5], получено:

$$\frac{2C_0 t}{\gamma l} = \frac{4}{\gamma} + 2 + l^{-\frac{2}{\gamma}}. \quad (37)$$

Перемножив границы неравенства (36) на левую часть (37), получим неравенство (38) в виде:

$$\frac{4}{\gamma} < \frac{4}{\gamma} + 2l^{-\frac{2}{\gamma}} < \frac{8}{\gamma}. \quad (38)$$

Левая часть неравенства (38) очевидна, а правая часть даёт следующее условие:

$$\frac{4}{\gamma} > 2l^{-\frac{2}{\gamma}}. \quad (39)$$

Согласно принципу Сен-Венана [5] неравенство (39) возможно при условии $\gamma \leq 1,73$.

Если $\gamma < 1,73$, то соударение закончится в момент времени из интервала (36), значение которого определяется выражением:

$$t = \frac{l}{C_0} \left(2 + \gamma + \frac{\gamma}{2} l^{-\frac{2}{\gamma}} \right). \quad (40)$$

Исходя из (40), очевидно, что с увеличением отношения веса ударяющего тела к весу заготовки $\left(\gamma = \frac{M}{m}\right)$ продолжительность удара возрастает.

Также можно показать, что для любого γ из интервала [1] $1,73 < \gamma < 4,15$ продолжительность удара определяется из неравенства:

$$\frac{4l}{C_0} < \gamma < \frac{6l}{C_0}. \quad (41)$$

Отметим, что дифференциальное уравнение (4) (после упрощений) представленное в форме (10), допускает решение по методу Фурье, с использованием тригонометрических рядов. Использование этого решения позволяет свести каждое дифференциальное уравнение для $v_n(t)$ к стандартным уравнениям типа Матье, решения которых достаточно изучены. Кроме того, использование решения Фурье, для полученных нами ранее временных интервалов позволяет исследовать характер силового воздействия (в виде усилий и напряжений) и оценить действие внезапно приложенной нагрузки на все время проведения процесса формоизменения для рассматриваемой заготовки.

Рассмотрим уравнение (10) и его решение при такой постановке, считая, что внешняя внезапно приложенная нагрузка входит в само уравнение, тогда будем иметь:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{EF}{m_0} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + T_0 \delta(x-l). \quad (42)$$

В приведенном выражении T_0 – числовые значения внезапно приложенной нагрузки при пуске машинного агрегата (пиковая пусковая нагрузка многократно превышает установившуюся нагрузку);

$\delta(x-l)$ – дельта-функция:

$$\delta(x-l) = \begin{cases} 0 < x < x_1 \\ \frac{1}{\Delta x} x_1 < x < x_1 + \Delta l; (\Delta x \rightarrow 0); \int_0^e \delta(x-l) dx = 1. \\ 0; x > x_1 + \Delta x \end{cases}$$

Решение уравнения (42) разложим в ряд по собственным функциям свободных колебаний стержня:

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (43)$$

Дельта-функцию $\delta(x-l)$ разложим в ряд:

$$\delta(x-l) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (44)$$

Коэффициенты C_n , согласно [6] можно определить:

$$C_n = \frac{2}{l} \int_0^l \delta(x-l) \sin \frac{\pi n x}{2l} = \frac{2}{l} (-1)^{\frac{n-1}{2}}. \quad (45)$$

Тогда уравнение (42) представим в форме:

$$m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = EF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{T_0}{l} \sum_{n=1,3,5,\dots} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sin \frac{\pi n x}{2l}. \quad (46)$$

Введем обозначение $a^2 = \frac{EF}{m_0}$.

После подстановки (43) в (46) переходим к совокупности уравнений:

$$\ddot{u}_n + a^2 \left(\frac{\pi n}{2l} \right)^2 u_n = \frac{2T_0}{lm_0} (-1)^{\frac{n-1}{2}}, \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \quad (47)$$

Так как в начальный момент времени $u_0(0) = \dot{u}_0(0) = 0$ то решение каждого из уравнений (47) имеет вид:

$$u_n = \frac{8T_0 l^2}{lm_0 \pi^2 a^2 n^2} \left(1 - \cos a \frac{\pi n}{2l} t \right) (-1)^{\frac{n-1}{2}}. \quad (48)$$

Тогда окончательно общее решение (47) запишем в виде:

$$u(x, y) = \frac{8T_0 l^2}{m_0 \pi^2 a^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^2} \sin \frac{\pi n x}{l} \left(1 - \cos a \frac{\pi n}{2l} t \right). \quad (49)$$

В приведенных выражениях (42), (48), (49) $a^2 = \frac{EF}{m_0}$ – квадрат скорости распространения звука в заготовке.

Максимальное значение перемещения достигается в момент времени $t_1 = \frac{2l}{a}$ для точки приложения силы $T_0 (x = l)$.

Сумма ряда входящего в выражение (49) равна

$$\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} \right) = \frac{\pi^2}{8}.$$

Тогда максимальное смещение стержня будет равным:

$$u_{\max} = \frac{16T_0}{EF} \cdot \frac{l}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} \right) = \frac{2T_0 l}{EF}. \quad (50)$$

То есть при внезапном приложении нагрузки в заготовке (в момент ее захвата валками) перемещение переднего конца стержня в два раза больше, чем при статическом нагружении.

Если перейти к выражению для нормальных напряжений:

$$\sigma_x = \frac{8T_0}{\pi F} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n} \cos \frac{\pi n x}{l} \left(1 - \cos \frac{a \pi n}{2l} t \right), \quad (51)$$

то напряжение для конца стержня (при $x = l$) в случае внезапного приложения нагрузки будет также в два больше, чем при статическом приложении.

Рассмотрим случай, когда переходной волновой процесс закончился и обрабатываемая заготовка движется относительно валков со скоростью V_0 (скоростью процесса обработки), то дифференциальное уравнение продольных колебаний стержня преобразуется к виду [6]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{T_1}{m_0} \delta(x - x_0), \quad (52)$$

где $T < T_0$ – сжимающая сила, действующая на заготовку;

$x_0 = V_0 t$ – продольная координата точки заготовки, взаимодействующая с валками (роликами).

Воспользуемся разложением функции $\delta(x - x_0)$ по собственным формам продольных колебаний стержня $\sin \frac{\pi n x}{2l}$:

$$\delta(x - x_0) = \frac{2}{l} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \sin \frac{\pi n V_0 t}{2l} \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad (n = 1, 3, 5, \dots). \quad (53)$$

Решение уравнения (52) ищем в виде:

$$u = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} u_n(t) \sin \frac{\pi n x}{2l}. \quad (54)$$

После подстановки (53) в (54) приходим к совокупности уравнений для $V_n(t)$:

$$\ddot{u}_n + a^2 \left(\frac{\pi n}{2l} \right)^2 u_n = \frac{2T_1}{lm_0} \sin \frac{\pi n V_0 t}{2l}. \quad (55)$$

Считая в начальный момент времени $u(0) = \dot{u}(0) = 0$ (или $u(0) = \dot{u}(0) = 0$), то решение получим в виде:

$$u_n = \frac{8T_1 l}{m_0 (a^2 - v_n^2)} \left(\sin \frac{\pi n V_0 t}{2l} - \sin a \frac{\pi n}{2l} t \right). \quad (56)$$

И окончательно для перемещений стержня получим:

$$u(x, t) = \frac{8T_1 l}{m_0 \pi^2 (a^2 - v_n^2)} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi n x}{2l}}{n^2} \left(\sin \frac{\pi n V_0 t}{2l} - \sin \frac{a \pi n t}{2l} \right), \quad (57)$$

где $(n = 1, 3, 5, \dots)$, а время t определяется интервалами (19), (36), (41).

Полученное решение (57) описывает нестационарный процесс изменения продольных перемещений в заготовке (из него легко получим выражения для деформаций и напряжений) при выходе машины для обработки заготовки давлением на установившийся режим. Указанные кинематические параметры заготовки имеют место для нагрузки, перемещающейся вдоль заготовки со скоростью процесса V_0 .

Обратимся к уравнению (42), описывающему напряженно-деформированное состояние заготовки под действием внезапно приложенной нагрузки со стороны формообразующего инструмента (усилие T_0), которое приложено к внешней поверхности заготовки и в период пуска агрегата по обработке металла давлением может значительно превысить критическую силу для поверхностных слоев $T_0 = n^2 \pi^2 E J_1 / l$ (где n – коэффициент перегрузки по отношению к значению

критической силы Эйлера $T_{кр} = \pi^2 E J_1 / l$). При этом действующее усилие не вызовет потери устойчивости всего стержня в целом (обладающего F, J – которые являются соответственно площадью и моментом инерции всего сечения заготовки). Волновые и деформационные процессы, происходящие по всему сечению заготовки, описаны с помощью соотношений (4), (10), (42).

Формулируя задачу о действии продольной силы T_0 на наружном слое обрабатываемой заготовки, уравнение (4), которое является уравнением продольных колебаний всей заготовки, не будет описывать напряженно-деформированное состояние при продольном изгибе, так как наружные слои заготовки утратят первоначально устойчивую форму. В этом случае в месте соударения инструмента и заготовки возникает продольная волна сжатия по всему сечению заготовки, которая перемещается по длине стержня и вызывает переменную продольную силу $N(x, t) = V_0 F \sqrt{SE}$. Переменная сила вызывает продольный изгиб поверхностных слоев заготовки. При этом продольная волна вызовет отскок инструмента от заготовки и, отразившись от конца стержня, пойдет в обратном направлении и т. д., кроме того, продольные волны по длине заготовки будут сопровождаться еще и поперечными волнами, которые на границе двух сред (обрабатываемых поверхностных и глубинных слоев) приведут к локальной потере устойчивости. Время прохождения волновых процессов определится периодами (36), (41). Поэтому в данных условиях продольную силу нельзя считать постоянной [3]. На основании изложенного уравнениями (4) и (5) можно пользоваться по истечении весьма небольшого периода времени, необходимого для затухания волновых процессов.

Для того чтобы уравнениям (4), (10) придать достоверность и условно считать силу T_0 постоянной, а также исключить продольный изгиб стержня, в работе [3] рекомендовано дополнить стержень системой поперечных связей, исключая поперечный изгиб (рис. 3). В нашем случае поперечными связями для нагруженных поверхностных слоев заготовки могут быть приняты ее внутренние слои. Эти внутренние слои

представлены в качестве упругого основания с коэффициентом отпора β .

Такая расчетная сумма позволяет считать продольную ось стержня недеформированной до тех пор, пока сжимающая сила T_0 не превысит своего критического значения $T_{кр}$ (критическая сила по Эйлеру). Кроме того, имеет место вторая критическая сила Эйлера $T_{кр}^*$, которая также рассчитывается для балки, имеющей на концах шарнирное опирание и подпертой поперечными связями (упругое основание).

Таким образом, выполняется условие:

$$T_0 \gg T_{кр}^* > T_{кр}. \quad (58)$$

При выполнении условия (58) задача о продольных колебаниях (с преобладающим продольным волновым процессом) видоизменяется и приводится к виду уравнения о продольном изгибе заготовки, при этом продольные волны по длине заготовки будут сопровождаться еще и поперечными волнами, которые могут привести к местной потере устойчивости поверхностных слоев заготовки.

Продольный изгиб поверхностных слоев заготовки может быть описан с помощью уравнения колебаний двухопорной балки на упругом основании.

$$E_c J_1 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + T_0 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \beta v + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (59)$$

Или в предположении, что форма стержня обладает некоторой начальной неправильностью (например, волнистыми микронеровностями, образованными предварительной обработкой заготовки или детали):

$$E J_1 \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + T_0 \frac{\partial^2 (v + v_0)}{\partial x^2} + \beta v + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0. \quad (60)$$

В приведенных выражениях (59), (60) E_c – модуль продольной упругости поверхностных слоев заготовки; $J = \frac{bh^3}{12}$ – момент инерции всего поперечного сечения заготовки; $J_1 = \frac{bh_1^3}{12}$ – момент инерции сечения поверхностных слоев заготовки; h_1 – толщина поверхностного слоя заготовки

Рис. 3. К обоснованию расчетной схемы заготовки при динамическом продольном изгибе с учетом поперечной системы связей

$h_1 = \sqrt{\frac{P}{\sigma_T}}$; P – вертикальная нагрузка на заготовку; σ_T – предел текучести поверхностного слоя; β – коэффициент жесткости упругого основания, на котором расположена гипотетическая балка [7]; m – распределенная по длине масса стержня (заготовки). $v(x, t) = \sum_{i=0} A_i(t) \sin \frac{i\pi x}{l}$ – прогиб гипотетической балки; $v_0(x) = \sum_{i=0} A_i \sin \frac{i\pi x}{l}$ – предварительный (остаточный) прогиб гипотетической балки; A_i – амплитудное значение гармоний с индексом (i) ; l – длина заготовки; $V_i(t)$ – искомые безразмерные функции времени.

В результате подстановки выражений v, v_0 в выражение (59):

$$\ddot{v}_i + \left[\frac{\pi^2 EJ_1}{m l^2} \cdot \frac{i^2 \pi^2}{l^2} (i^2 - n^2) + \frac{\beta}{m} \right] v_i = 0. \quad (61)$$

Так как $T_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_1}{l}$, то можно преобразовать уравнения (59), (60) к виду:

$$\ddot{v}_i + \left[\frac{T_{кр}}{m} i^2 \frac{\pi^2}{l^2} (i^2 - n^2) + \frac{\beta}{m} \right] v_i = 0; \quad (62)$$

$$\ddot{v}_i + \left[\frac{T_{кр}}{m} i^2 \frac{\pi^2}{l^2} (i^2 - n^2) + \frac{\beta}{m} \right] v_i = n^2 \frac{T_{кр}}{m} \frac{i^2 \pi^2}{l^2}. \quad (63)$$

Если обозначить выражение в квадратных скобках через k_i^2 и ввести в рассмотрение характеристическое уравнение в виде:

$$\lambda_i^2 + k_i^2 = 0, \quad (64)$$

то корни (64) и их знаки будут зависеть от соотношения величин номера формы колебаний (i) , коэффициентов перегрузки (n) , жесткости упругого основания (β) и распределенной массы стержня (m) :

Обратимся к выражению k^2 , если выполняется условие:

$$k_i^2 = \frac{T_{кр}}{m} \frac{i^2 \pi^2}{l^2} (i^2 - n^2) + \frac{\beta}{m} > 0, \quad (65)$$

то корни характеристического уравнения для (62) будут мнимыми, и функция $v_i(t)$ определяется из выражения:

$$v_i(t) = n^2 (1 - \cos k_i t) / (i^2 - n^2). \quad (66)$$

При начальных условиях:

$$v_i(0) = 0; \quad \dot{v}_i(0) = 0. \quad (67)$$

Будут соответствовать устойчивым движениям гипотетической балки, если:

$$k_i^2 = \frac{T_{кр}}{m} \frac{i^2 \pi^2}{l^2} (i^2 - n^2) + \frac{\beta}{m} < 0, \quad (68)$$

то корни характеристического уравнения для (62) будут действительными, так как $i < n$ и решение $v_i(t)$ определится из выражения:

$$v_i(t) = n^2 (ch k_i^* t - 1) / (n^2 - i^2). \quad (69)$$

При начальных условиях (67).

Любое из решений (69), а также сумма этих решений описывает неустойчивый процесс, который характеризует уход поверхностных слоев заготовки от исходного состояния [3].

В этом проявляется динамическая неустойчивость, возникающая при «сверхкритическом» нагружении стержня.

Скорости $A_i k_i^* sh k_i^* t$, характеризующие возрастание каждого из слагаемых (69), неодинаковы, так как они зависят от распределения значений A_i , а также от самих значений i .

При близких значениях A_i (статистически равноценных) интенсивнее других будут развиваться движения, которым соответствует большее k_i^* . Отметим, что при больших значениях перегрузки n^2 максимум k_i достигается не при $i = 1$, то есть определяющей является не первая форма изгиба (в отличие от потери устойчивости в условиях статического напряжения).

В источнике [3] выполнен анализ выражения (69), которое позволяет выделить номер наиболее возрастающей формы неустойчивости балки. Так, при перегрузке $n^2 = 10$ самый быстрый рост прогибов соответствует $i = 2$, то есть «второй» форме, а при перегрузке $n^2 = 20$ самый быстрый рост прогибов соответствует $i = 3$, то есть «третьей» форме, и так далее: $n^2 = 30, i = 4; n^2 = 40, i = 5 \dots$

И вообще, чем больше перегрузка n^2 , тем больше номер той формы, которая играет определенную роль при динамическом продольном изгибе.

Отметим, что коэффициент перегрузки при первоначальном захвате и схватывании заготовки после окончания процесса проскальзывания между инструментом и деталью и началом режима захвата детали может достичь значительных величин, которые определяются не только пусковыми характеристиками приводных электродвигателей, но и соотношением толщины уплотненного слоя и высоты сечения заготовки $\left(\frac{h}{h_1}\right)^3$ – может дости-

гать значительных величин. Поэтому величина касательной нагрузки, приложенной к детали, будет далеко не критичной по отношению к детали в целом и вместе с тем будет критичной по отношению к ее наружным слоям.

Из анализа выражения (69) следует, что при значительной перегрузке n форма поперечных колебаний поверхностных слоев заготовки соответствует балке с многими промежуточными опо-

рами, а в предельном случае – балке на сплошном упругом основании. Абстрагируясь от границы раздела двух сред, в поперечный волновой процесс будет вовлечена заготовка по всей ее длине и высоте, при этом будет исключена взаимосвязь с упругим основанием (принимается $\beta = 0$). Как следует из [2], работа машины по обработке металла давлением постоянно будет сопровождаться периодами захвата заготовки, совместного ее движения с инструментом, буксования (проскальзывания) и снова периодом захвата. Все вышесказанное дает основание заключить, что поверхностные слои заготовки будут находиться в динамически неустойчивом состоянии, при таких режимах будут проявляться трещинообразование, шелушение, выпучивание поверхностных слоев, нарушение целостности обрабатываемого материала.

Библиографический список / References

1. Вибрации в технике. Справочник: в 6 т. Т. 1 / под ред. В. Н. Челомея. – М.: Машиностроение, 1973. – 252 с.

Chelomey V. N. (ed.). *Vibratsii v tekhnike*. Vol. 1. Moscow, Mashinostroenie, 1973, 252 p.

2. Прочность устойчивость колебания. Справочник: в 3 т. Т. 3 / под общ. ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 567 с.

Birger I. A. & Panovko Ya. G. (eds.) *Prochnost' ustoychivost' kolebaniya*. Vol. 3. Moscow, Mashinostroenie, 1968, 567 p.

3. Пановко Я. Г. Механика деформируемого твердого тела / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1985. – 258 с.

Panovko Ya. G. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela*. Moscow, Nauka, 1985, 258 p.

4. Вульфсон И. И. Нелинейные задачи динамики машин / И. И. Вульфсон, М. З. Коловский. – М.: Машиностроение, 1968. – 284 с.

Vul'fson I. I., Kolovskiy M. Z., *Nelineynye zadachi dinamiki mashin*. Moscow, Mashinostroenie, 1968, 284 p.

5. Кильчевский Н. А. Теория соударений твердых тел / Н. А. Кильчевский. – Киев: Наукова думка, 1969. – 245 с.

Kil'chevskiy N. A. *Teoriya soudareniy tverdykh tel*. Kiev, Naukova dumka, 1969, 245 p.

6. Светлицкий В. А. Сборник задач по теории колебаний / В. А. Светлицкий, И. В. Стасенко. – М.: Высшая школа, 1973. – 454 с.

Svetlitskiy V. A., Stasenko I. V. *Sbornik zadach po teorii kolebaniy*. Moscow, Vysshaya shkola, 1973, 454 p.

Мета. Обґрунтування впливу поздовжніх і поперечних хвильових процесів у поверхневих шарах на якість готових виробів, отриманих методами пластичного деформування, таких як холодна прокатка, штампування, обкатка, волочіння та інші.

Методика досліджень. У роботі для опису перехідних процесів на початку взаємодії інструмента з оброблюваною заготовкою застосована розрахункова модель, в якій поверхневі шари заготовки представлені у вигляді балки на пружній основі, навантаженої раптово доданими дотичними зусиллями, що найчастіше перевищують свої критичні значення. Досліджено причини виникнення нестійких динамічних станів такої балки, за яких можливі порушення цілісності поверхневих шарів заготовки і деталей за рахунок виникнення закритичних напруг і деформацій в матеріалі зовнішніх шарів.

Результати. Отримано результати з визначення небезпечних станів поверхневих шарів заготовки при дії раптово прикладених навантажень в початкові моменти захоплення заготовки, а також у моменти закінчення прослизання інструмента по заготовці під час вирівнювання їх швидкостей руху.

Наукова новизна. Полягає в тому, що поставлено і вирішено першу динамічну задачу для поверхневих шарів заготовки, представлених у вигляді двоопорної балки на пружній основі, навантаженої раптово прикладеною поздовжньою силою, яка може значно перевищувати своє критичне значення. Позначено ділянки динамічної нестійкості поверхневих шарів заготовки.

Практична значущість роботи полягає в тому, що виявлено режими експлуатації машини для обробки металів тиском і параметри заготовки, за яких можуть виникати умови отримання виробів недостатньо високої якості. А також розроблено рекомендації щодо поліпшення якості готових виробів.

Ключові слова: обробка металів тиском, перехідні процеси, поздовжня хвиля, поперечна хвиля, заготовка, навантажений шар, коефіцієнт перевантаження, динамічна втрата стійкості, інструмент, обкатка, накатка, волочіння, гіпотетична балка, удар, швидкість поширення пружних хвиль.

Ключові слова: обробка металів тиском, перехідні процеси, поздовжня хвиля, поперечна хвиля, заготовка, навантажений шар, коефіцієнт перевантаження, динамічна втрата стійкості, інструмент, обкатка, накатка, волочіння, гіпотетична балка, удар, швидкість поширення пружних хвиль.

Purpose. Substantiation of the role of longitudinal and transverse wave processes in the surface layers on the quality of finished products obtained by plastic deformation methods, such as cold rolling, stamping, running in, drawing and others.

Methodology. In the work, to describe the transients at the beginning of the interaction of the tool with the workpiece, a computational model was applied in which the surface layers of the workpiece are represented as a beam on an elastic base, loaded with suddenly applied tangential forces, often exceeding their critical values. The reasons for the occurrence of unstable dynamic states of such a beam, in which the integrity of the surface layers of the workpiece and parts may be disturbed due to the occurrence of supercritical stresses and deformation in the material of the outer layers, are investigated.

Findings. The results were obtained on the definition of hazardous states of the surface layers of the workpiece, under the action of suddenly applied loads at the initial moments of the capture of the workpiece, as well as at the moments when the tool slips over the workpiece during the alignment of their speeds.