А. Ю. Дреус /д. т. н./, А. В. Хаминич /к. т. н./

Днепропетровский национальный университет
имени Олеса Гончара МОН Украины, г. Днепро,
Украина

С. В. Дзюба /к. т. н./, Н. В. Коваль

Институт геотехнической механики
им. М. С. Полякова НАН Украины,
г. Днепро, Украина
e-mail: sergejdzuba@gmail.com

Моделирование многофазного потока при гидродоудеме твердых частиц

А. Yu. Dreus /Dr. Sci. (Tech.)/,
А. V. Haminich /Cand. Sci. (Tech.)/Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro,
Ukraine

S. V. Dziuba /Cand. Sci. (Tech.)/, N. V. Koval

Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics
of National Academy of Sciences of Ukraine,
Dnipro, Ukraine
e-mail: sergejdzuba@gmail.com

Modeling of multiphase flow at solid particles hydropelling

Цель. Разработка методики расчета параметров процессов доудема твердых частиц со дна водоемов на основе моделирования трехфазного (газ – жидкость – твердые частицы) потока в эрлифтной трубе.

Методика. Математическое моделирование многофазных потоков на основе гидравлических соотношений. При этом рассматриваются высоты доудема до 10 м (короткий эрлифт) с соответствующими физическими допущениями.

Результаты. Разработано методическое обеспечение расчета рациональных параметров режимов транспортировки твердых частиц коротким эрлифтом. Решение задачи гидродоудема твердых частиц коротким эрлифтом сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений. Выполнены параметрические расчеты и определены зависимости расхода газа, необходимого для обеспечения заданной производительности эрлифта, а также выполнена оценка влияния геометрических характеристик трубопроводов на расход твердой фазы.

Научная новизна. Предложенная методика позволяет определять параметры гидродоудема твердых частиц в коротком эрлифте путем решения системы нелинейных алгебраических уравнений, без использования аппарата методов математической физики.

Практическая значимость. Заключается в разработке методики расчета и определения рациональных параметров процессов транспортировки пульпы в коротких эрлифтах. Эти методы позволяют определить зависимость расхода воздуха от расхода твердых частиц и обосновать соответствующие геометрические и расходные параметры системы гидродоудема. (Ил. 3. Библиогр.: 10 назв.)

Ключевые слова: короткий эрлифт, многофазный поток, гидродоудем твердых частиц, технологический расчет.

DOI: 10.33101/s001-14000119

Анализ. На первый взгляд, простота принципов работы устройств для доудема жидкости с твердыми частицами по трубе с помощью ввода в трубу воздуха представляет собой сложную задачу исследований гидродинамических процессов в системе эрлифт. Обзор подходов к моделированию таких процессов и их применение к практическим задачам приведен в [1]. Следует заметить, что, в общем случае, расчет эрлифта требует решения уравнений гидродинамики тур-

булентных многофазных потоков, которые не имеют точных решений. На сегодняшний день развитие численных методов и компьютерной техники позволяет решать многие достаточно сложные задачи гидродинамики многофазных смесей. Однако численные методы не позволяют получить решение в общем виде, требуют значительных вычислительных ресурсов и высокой квалификации исследователя в вопросах вычислительной гидромеханики. Например, компью-

терное моделирование пузырькового режима течения газожидкостной смеси по колонне эрлифта является достаточно нетривиальной задачей [2]. Таким образом, использование методов вычислительной гидромеханики не всегда оправдано при решении оперативных практических задач. Для инженерных расчетов многофазных течений в каналах часто целесообразно использовать гидравлические приемы [3; 4]. Такие подходы разной степени сложности для расчета газожидкостных потоков в эрлифтах рассмотрены в работах [5–7]. Результаты этих работ свидетельствуют об эффективности уравнений гидравлики во многих практически важных случаях.

В настоящей работе рассмотрена методика расчета трехфазного (газ – жидкость – твердые частицы) потока в эрлифтной трубе при подъеме твердых частиц со дна водоемов.

Постановка задачи. Рассмотрим схему эрлифта для подъема твердых частиц, представленную на рис. 1. Будем рассматривать подъем твердых частиц с небольших (до 10 м) глубин («короткий эрлифт»). Такой подход позволит нам пренебречь изменением размеров и формы пузырей газа по высоте трубы. Таким образом, рассмотренные процессы ограничиваются пузырьковым режимом течения многофазного потока. При рассмотрении больших глубин задача значительно усложняется, поскольку структура течения может перейти к снарядному режиму, и необходимо учитывать изменение параметров потока по высоте трубы. Подходы к моделированию таких потоков рассмотрены в [8].

Рис. 1. Схема к расчету короткого эрлифта

Исходя из закона сохранения массы, объемные концентрации фаз в сечениях трубы эрлифта в верхней части удовлетворяют условию:

$$\varphi_{S2} + \varphi_{L2} + \varphi_G = 1, \quad (1)$$

где φ_{L2} – объемная концентрация жидкой фазы, φ_{S2} – объемная концентрация твердых частиц, φ_G – объемная концентрация газа. Средняя плотность трехфазной среды выше сечения вдува газа будет:

$$\begin{aligned} \rho_2 &= \rho_L \Phi_{L2} + \rho_S \Phi_{S2} + \rho_G \Phi_G = \\ &= \rho_L (1 - \Phi_{S2} - \Phi_G) + \rho_S \Phi_{S2} + \rho_G \Phi_G, \end{aligned} \quad (2)$$

где ρ_L – плотность жидкой фазы, ρ_S – плотность твердой фазы, ρ_G – плотность газа. В безразмерном виде выражение (2) можно представить в виде:

$$\bar{\rho}_2 = 1 + (\bar{\rho}_S - 1)\phi_{S2} - (1 - \bar{\rho}_G)\phi_G, \quad (3)$$

где все плотности отнесены к ρ_L .

Плотность ρ_2 можно также определить из уравнения баланса сил. Положим, что вес пульпы в нижней части трубы и вес трехфазной среды в верхней части, сложенные с сопротивлением трубы, уравновешиваются весом столба чистой жидкости $h_1 + h_2$:

$$\begin{aligned} Sg\rho_1h_1+Sg\rho_2(h_2+h_n)+X_{mp1}+X_{mp2} = \\ = Sg\rho_L(h_2+h_1), \end{aligned} \quad (4)$$

где $S = \pi D^2 / 4$ – площадь сечения трубы, D – диаметр эрлифтной трубы, X_{mp} . С учетом того, что $\bar{\rho}_1 = 1 + (\bar{\rho}_S - 1)$, из (4) получим:

$$\bar{\rho}_2 = \frac{\bar{h}_2}{1+\bar{h}_2} - \frac{\bar{h}_1}{1+\bar{h}_2} (\bar{\rho}_S - 1) \varphi_{S1} - \frac{X_{mp1} + X_{mp2}}{g \rho_1 h_n (1+\bar{h}_2)}, \quad (5)$$

где $\bar{h}_1 = \frac{h_1}{h_n}$, $\bar{h}_2 = \frac{h_2}{h_n}$. Если допустить, что потери давления на преодоления трения обусловлены только трением жидкости и коэффициенты гидравлического сопротивления верхней и нижней частей трубы одинаковые $\xi_1 = \xi_2 = \xi$, то:

$$X_{mp} = \Delta p_{mp} S, \quad \Delta p_{mp} = \xi \frac{h}{D} \frac{\rho_L V_L^2}{2},$$

где V_L – объемный расход жидкости. Для нижней и верхней частей трубы расход жидкости соответственно определяется:

$$V_{L1} = \frac{Q_L}{S\phi_{L1}}, \quad V_{L21} = \frac{Q_L}{S\phi_{L2}}.$$

Следовательно:

$$X_{mp1} + X_{mp1} = \frac{\xi_P L S}{2D} \left(\frac{Q_L}{S} \right)^2 \left(\frac{h_1}{\Phi_{L1}^2} + \frac{h_2 + h_i}{\Phi_{L2}^2} \right). \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), получим:

$$\bar{p}_2 = \frac{\bar{h}_2}{1+\bar{h}_2} - \frac{\bar{h}_1}{1+\bar{h}_2} (\bar{p}_S - 1) \varphi_{S1} - \frac{\xi}{2gD} \left(\frac{Q_L}{S\varphi_{L1}} \right)^2 \left(\frac{\bar{h}_1}{1+\bar{h}_2^2} + \frac{\varphi_{L1}^2}{\varphi_{L2}^2} \right). \quad (7)$$

Приравнивая левые части выражений (7) и (3), получим уравнение:

$$\bar{h}_2 - \bar{h}_1 (\bar{p}_S - 1) \varphi_{S1} - \xi Fr_1 \left(\frac{\bar{h}_1}{1+\bar{h}_2^2} + \frac{\varphi_{L1}^2 (1+\bar{h}_2)}{(1-\varphi_{S2} - \varphi_G)^2} \right) = [1 + (\bar{p}_S - 1) \varphi_{S2} - (1 - \bar{p}_G) \varphi_G] (1 + \bar{h}_2), \quad (8)$$

где $Fr_1 = \frac{V_{L1}^2}{2gD} = \frac{1}{2gD} \left(\frac{Q_L}{S\varphi_{L1}} \right)^2$ – критерий Фруда.

Несущая способность среды определяется ее плотностью. Плотность газожидкостной смеси:

$$\bar{p}_{GL} (1 - \varphi_{S2}) = \bar{p}_G \varphi_G + \bar{p}_L \varphi_{L2},$$

откуда:

$$\bar{p}_{GL} = \frac{1}{1 - \varphi_{S2}} [\bar{p}_G \varphi_G + \bar{p}_L (1 - \varphi_{S2} - \varphi_G)]. \quad (9)$$

Скорость твердых частиц в верхней части трубы определим:

$$V_{S2} = V_{GL} - V_{S(GL)}, \quad (10)$$

где $V_{S(GL)}$ – предельная скорость твердых частиц относительно газожидкостной смеси. Скорости V_{S2} и V_{GL} определим как среднерасходные:

$$V_{S2} = \frac{Q_S}{S\varphi_{S2}}, \quad V_{GL} = \frac{Q_G + Q_L}{S(1 - \varphi_{S2})}. \quad (11)$$

Предельную скорость твердых частиц определим [8]:

$$V_{S(GL)} = \sqrt{\frac{2gd_s}{C_x} \left(\frac{\rho_S}{\rho_{GL}} - 1 \right)}. \quad (12)$$

где C_x – коэффициент сопротивления твердой частицы в потоке, d_s – характерный диаметр твердых частиц. Для определения C_x используем формулу [10]:

$$C_x = \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}).$$

где $Re = \frac{V_S d_s}{\nu}$ – критерий Рейнольдса, предполагается, что режим течения соответствует области автомодельности.

Тогда с учетом (9), (12), (11) из выражения (10) получаем уравнение:

$$\frac{Q_G + Q_L}{S(1 - \varphi_{S2})} - \left[\frac{2gd_s}{C_x} \left(\frac{\bar{p}_S (1 - \varphi_{S2})}{\bar{p}_G \varphi_G + 1 - \varphi_{S2} - \varphi_G} - 1 \right) \right]^{1/2} = \frac{Q_S}{\varphi_{S2} S}. \quad (13)$$

Представим скорость пузырей газа V_G , поднимающихся в пульпе, как:

$$V_G = V_{SL} + V_{G(SL)}, \quad (14)$$

где V_{SL} – скорость потока пульпы как однородной среды, $V_{G(SL)}$ – предельная скорость газа относительно пульпы. Величину $V_{G(SL)}$ выразим наиболее простым соотношением [9; 10]:

$$V_{G(SL)} = \sqrt{\frac{2gd_G}{C_{xG}} \left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_{SL}} \right)}, \quad (15)$$

где C_{xG} – коэффициент сопротивления газового пузыря, d_G – характерный диаметр газовых пузырей. Плотность пульпы:

$$\bar{p}_{SL} = \frac{1}{1 - \varphi_G} [\rho_S \varphi_{S2} + \rho_L (1 - \varphi_{S2} - \varphi_G)]. \quad (16)$$

Выполнив преобразования, аналогичные вышеприведенным, с учетом (14), (15), (16) получаем уравнение:

$$\frac{Q_G + Q_S}{S(1 - \varphi_G)} - \left[\frac{2gd_G}{C_{xG}} \left(1 - \frac{\bar{p}_G (1 - \varphi_G)}{\bar{p}_S \varphi_{S2} + 1 - \varphi_{S2} - \varphi_G} - 1 \right) \right]^{1/2} = \frac{Q_G}{\varphi_G S}. \quad (17)$$

Уравнения (8), (13), (17) представляют собой нелинейную систему для определения неизвестных φ_G , Q_G , φ_{S2} .

Для определения величины ρ_G , входящей в уравнения (8), (13), (17), следует использовать уравнение состояния:

$$\rho_G = \frac{p_\theta + p_a}{2RT_G},$$

где R – газовая постоянная, T_G – температура газа, p_θ – давление в точке ввода воздуха, p_a – атмосферное давление.

Для решения системы (8), (13), (17) могут применяться численные методы.

Результаты расчета и обсуждение. Применим представленную выше методику для расчета многофазного потока при гидродоуде твердых частиц диаметром $d_s = 0,05$ м гравия плотностью $\rho_s = 2575$ кг/м³, а также бурого угля $\rho_s = 1143$ кг/м³, диаметр трубы – $D = 0,1$ м.

Целью расчета является определение расхода газа Q_G , необходимого, чтобы обеспечить заданную производительность эрлифта (расход твердой фазы) Q_L , а также влияние геометрических характеристик на Q_L .

Для решения системы (8), (13), (17) применялся метод простой итерации. На рис. 2 рассчитаны зависимости $Q_G = f(Q_L)$ для $h_1 = 1$ м, $h_2 = 9$ м.

Как видно из данных, представленных на рис. 2, зависимости $Q_G = f(Q_L)$ близки к линейным. Подъем более тяжелых частиц гравия требует больших затрат воздуха, при этом рост расхода воздуха при увеличении расхода твердых частиц происходит по более крутой зависимости. Таким образом, с увеличением плотности частиц эффективность эрлифта снижается.

Рис. 2. Зависимость расхода воздуха Q_G от расхода твердых частиц Q_r : 1 – гравий, 2 – уголь

Рис. 3. зависимость подачи воздуха Q_G от h_1 :
1 – $h_2 = 6$ м; 2 – $h_2 = 8$ м; 3 – $h_2 = 10$ м

Влияние характеристик погружения эрлифта h_1 и h_2 на расход воздуха представлено на рис. 3 для подъема частиц гравия.

Полученные результаты показывают, что зависимости $Q_G = f(h_1)$ имеют линейный характер. Однако применение более коротких подъемных труб требует больших расходов воздуха для обеспечения подъема частиц при заданных размерах хвостовика h_1 .

Выводы. Рассмотренная методика может использоваться для анализа влияния геометрических параметров эрлифта на его производительность. Решение задачи про гидроподъем твердых частиц коротким эрлифтом сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений.

Библиографический список / References

1. Семененко Е. В. Гидродинамика напорных взвесенесущих потоков: история и перспективы / Е. В. Семененко, О. А. Медведева // Геотехнічна механіка. – 2015. – Вип. 124. – С. 289–302.

Semenenko Ye. V., Medvedeva O. A. *Gidrodinamika napornykh vzvesenesushchih potokov: istoriya i perspektivy*. Geotekhnichna mehanika. 2015, no. 124, pp. 289–302.

2. Rzehak R., Ziegenhein T., Kriebitzsch S., Krepper E. & Lucas D. (2017). Unified modeling of bubbly flows in pipes, bubble columns, and airlift columns. *Chemical Engineering Science*, 157, pp. 147–158.

3. Булат А. Ф. Разработка методов управления параметрами двухфазного потока жидкости для промывки скважин / А. Ф. Булат, Б. А. Блюсс, В. Г. Шевченко, В. И. Елисеев, М. М. Лях, А. Ю. Дреус // Геотехнічна механіка. – 2016. – Вип. 131. – С. 3–13.

Bulat A. F., Blyuss B. A., Shevchenko V. G., Eliseev V. I., Lyah M. M., Dreus A. Yu. *Razrabotka*

metodov upravleniya parametrami dvufaznogo potoka zhidkosti dlya promyvki skvazhin. Geotekhnichna mehanika. 2016, no. 131, pp. 3–13.

4. Блюсс Б. О. Обґрунтування параметрів ефективності гідротехнічних систем у технологіях переробки мінеральної сировини / Б. О. Блюсс, Є. В. Семененко, С. В. Дзюба // Металургійна та гірничорудна промисловість. – Дніпро, 2018. – Вип. 4. – С. 58–64.

Blyuss B. A., Semenenko Ye. V., Dziuba S. V. *Obosnovanie parametrov effektivnosti gidrotekhnicheskikh sistem v tekhnologiyah pererabotki mineralnogo syrya*. Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost. 2018, no. 4, pp. 58–64.

5. Кононенко А. П. Рабочий процесс эрлифта и его моделирование / А. П. Кононенко. – Донецк: ГВУЗ «ДонТУ», 2010. – 171 с.

Kononenko A. P. *Rabochiy protsess erlifta i ego modelirovanie*. Donetsk: GVUZ "DonTU". 2010, 171 p.

6. Samusia V., Kyrychenko V., Kyrychenko Y., Ilina S. & Antonenko A. (2017). Hydro-thermodynamic model of deep-water hydraulic lift of 3-phase fluid considering heat-mass-exchange processes. *Mining of Mineral Deposits*.

7. Малухин Н. Г. Научно-методическое обоснование эрлифтного гидроподъема при освоении месторождений дна морей и океанов / Н. Г. Малухин, В. П. Дробаденко, А. Л. Вильмис // Горный информационно-аналитический бюллетень. – Днепропетровск, 2015. – № 11. – С. 51–60.

Maluhin N. G., Drobadenko V. P., Vilms A. L. *Nauchno metodicheskoe obosnovanie erliftynogo gidropod'ema pri osvoenii mestorozhdeniy dna morey i okeanov*. Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten. 2015, no. 11, pp. 51–60.

8. Кириченко Е. А. Теория и алгоритмы расчета снарядного течения в эрлифте: монография /

Е. А. Кириченко, В. Е. Кириченко, В. В. Евтеев. – Днепропетровск: НГУ, 2013. – 263 с.

Kirichenko Ye. A., Kirichenko V. Ye., Yevteev V. V. *Teoriya i algoritmyi rascheta snaryadnogo techeniya v erlifte*. Dnepropetrovsk: NGU. 2013, 263 p.

9. Давидсон В. Е. Основы гидравлического расчета эрлифта / В. Е. Давидсон. – Днепропетровск: ДГУ, 1986. – 68 с.

Davidson V. Ye. *Osnovy gidravlicheskogo rascheta erlifta*. Dnepropetrovsk: DGU. 1986, 68 p.

10. Трушин А. М. Обобщенный метод определения скорости ламинарного стесненного движения сферических твердых и газовых частиц в жидкостях / А. М. Трушин, Е. А. Дмитриев, М. А. Носырев, А. Е. Хусанов, Б. М. Калдыбаева // Теоретические основы химической технологии. – 2013. – Т. 47, № 6. – С. 668–671.

Trushin A. M., Dmitriev E. A., Nosyirev M. A., Husanov A. E., Kaldyibaeva B. M. *Obobschennyiy metod opredeleniya skorosti laminarnogo stesnennogo dvizheniya sfericheskikh toverdyyih i gazovyih chastits v zhidkostyah*. Teoreticheskie osnovy himicheskoy tehnologii. 2013, vol. 47, no. 6, pp. 668–671.

Мета. Розробка методики розрахунку параметрів процесів підйому твердих частинок з дна водойм на основі моделювання трифазного (газ – рідина – тверді частинки) потоку в ерліфтній трубі.

Методика. Математичне моделювання багатозфазних потоків на основі гідравлічних співвідношень. При цьому розглядаються висоти підйому до 10 м (короткий ерліфт) з відповідними фізичними припущеннями.

Результати. Розроблено методичне забезпечення розрахунку раціональних параметрів режимів транспортування твердих частинок коротким ерліфтом. Вирішення завдання гідропідйому твердих частинок коротким ерліфтом зводиться до вирішення системи нелінійних алгебраїчних рівнянь. Виконано параметричні розрахунки і визначено залежності витрати газу, необхідного для забезпечення заданої продуктивності ерліфта, а також виконано оцінку впливу геометричних характеристик трубопроводів на витрату твердої фази.

Наукова новизна. Запропонована методика дозволяє визначати параметри гідропідйому твердих частинок в короткому ерліфті шляхом вирішення системи нелінійних алгебраїчних рівнянь, без використання апарату методів математичної фізики.

Практична значущість. Полягає в розробці методики розрахунку та визначення раціональних параметрів процесів транспортування пульпи в коротких ерліфтах. Ці методи дозволяють визначити залежність витрати повітря від витрати твердих частинок і обґрунтувати відповідні геометричні та витратні параметри системи гідропідйому.

Ключові слова: короткий ерліфт, багатозфазний потік, гідропідйом твердих частинок, технологічний розрахунок.

Purpose. Development of methods for calculating the parameters of the solid particles lifting from the bottom of reservoirs based on the three-phase (gas-liquid-solid particles) flow simulation in an air-lift pipe.

Methodology. Mathematical modeling of multiphase flows based on hydraulic ratios. In doing so, heights of up to 10 m (short airlift) are considered with corresponding physical assumptions.

Findings. A methodological support has been developed for calculating rational parameters of modes of transporting solid particles with a short airlift. The solution of the problem of the solid particles hydraulic lift by a short airlift is reduced to solving a system of nonlinear algebraic equations. Parametric calculations were carried out and the dependences of the gas flow rate required to ensure a given airlift performance were determined, and the influence of the geometric characteristics of the pipelines on the flow of the solid phase was estimated.

Originality. The proposed method allows one to determine the parameters of the solid particles hydraulic lift in a short airlift by solving a system of nonlinear algebraic equations, without using the apparatus of mathematical physics methods.

Practical value. It consists in the development of a method for calculating and determining rational parameters of pulp transportation processes in short airlifts. These methods make it possible to determine the dependence of the air flow on the solid particles flow and substantiate the corresponding geometric and flow parameters of the hydraulic lift system.

Key words: short airlift, multiphase flow, solid particles hydraulic lift, technological calculation.

Рекомендована к публикации
д. т. н. В. И. Самусей

Поступила 14.03.2019