ОЦІНКА ТРИВАЛОСТІ ПРОЦЕСУ ФІЛЬТРАЦІЇ РІДИНИ ЗІ СХОВИЩА ЗА НАЯВНОСТІ БІОТЕХНОГЕННОГО НАВАНТАЖЕННЯ НАВКРУТИ ЙОГО ПЕРИМЕТРУ

Семененко Є.В., Тепла Т.Д.

Інститут геотехнічної механіки імені М.С. Полякова
Національної академії наук України
вул. Сімферопольська, 2А, 49005, м. Дніпро
evs_igtm@i.ua, tanielitan9@gmail.com

Для перспективного методу осушення ставів накопичення шахтних вод та сховищ відходів вуглезбагачення шляхом застосування біотехнологій, які забезпечують транспірацію, тобто переведення вологи з ґрунту їхніх берегів до атмосферного повітря, розроблено математичну модель процесу фільтрації за умов розташування зелених насаджень на берегах. Розроблена математична модель базується на сумісному розгляді рівнянь фільтрації рідини зі сховища відходів вуглезбагачення з рівнянням балансу об'єму рідини у сховищі. У межах цієї моделі було розглянуто процес зміни осушення ставу накопичення шахтних вод або сховища відходів вуглезбагачення, які виведені з експлуатації, за умов відсутності таких факторів, як надходження рідини з атмосферними опадами, надходження рідини з відходів вуглезбагачення та втрати рідини в процесі випаровування під дією сонця. Це дало змогу оцінити з різним ступенем точності тривалість процесу фільтрації рідини зі ставу або сховища виходячи виключно з початкового рівня рідини, фільтраційних властивостей ґрунту та транспіраційних якостей біотехногенного навантаження. Установлено, що тривалість процесу фільтрації рідини зі ставу або сховища обернено пропорційно залежить від початкового рівня рідини в ньому та транспіраційної здатності біотехногенного навантаження й є прямо пропорційною його радіусу та коефіцієнту фільтрації ґрунту його берегів. Така оцінка тривалості процесу фільтрації дає змогу розробити методику обґрунтування всмоктувальної потужності зелених насаджень, що забезпечують поліпшення екологічного стану навколишнього середовища ставів накопичення та сховищ відходів вуглезбагачення з урахуванням сезонності застосування біотехнологій, оскільки зелені рослини спроможні здійснювати транспірацію лише в обмежений період року, який відповідає певним температурам повітря. *Ключові слова:* транспірація, зелені насадження, коефіцієнт транспірації, процес фільтрації.

Estimation of the duration of the process of filtration of liquid from the storage in the presence of biotechnogenic loading around its perimeter. Semenenko Ye., Tepla T.

A mathematical model of the filtration process under the conditions of trees and shrubs planted on the banks has been developed for a promising method of drainage of mine ponds and storages of coal separating wastes by using biotechnologies that provide transpiration, i.e. transfer of moisture from the soil to atmospheric air. The developed mathematical model is based on the joint consideration of the equations of liquid filtration from the storage of coal separating waste with the equation of the balance of the volume of liquid in the storage. Within the framework of this model the process of changing the drainage of mine water accumulation pond or of decommissioned storage of coal wastes was considered in the absence of such factors as liquid inflow with atmospheric precipitation and with coal separating waste as well as liquid loss during evaporation under the sun. This allowed us to estimate with varying degrees of accuracy the duration of the process of filtration of liquid from the pond or storage exclusively in terms of the initial liquid level, the filtration properties of the soil and the transpiration qualities of biotechnogenic load. It is established that the duration of the process of liquid filtration from a pond or storage is inversely proportional to the initial level of liquid in it and the transpiration capacity of biotechnogenic load and it is directly proportional to its radius and soil filtration coefficient of its banks. This assessment of the duration of the filtration process allows developing a method of substantiation of the suction capacity of green areas improving the environmental condition around accumulation ponds and storages of coal separating waste taking into account the seasonality of biotechnology as green plantings are capable to realize transpiration during limited period of the year corresponding to certain air temperatures. *Key words:* transpiration, green plantings, transpiration coefficient, filtration process.

Постановка проблеми. Однією з найбільших екологічних проблеми навколишнього середовища гірничих підприємств Дніпровського регіону є стави накопичення шахтних вод та сховища відходів вуглезбагачення (СВВ). Ці гідротехнічні об'єкти, як ті, що діють, так і ті, що виведені з експлуатації, характеризуються накопиченням великого обсягу технічної води, що забруднена органічними сполуками, які мають підвищену кислотність та великий уміст солей. СВВ, що виведені з експлуатації, потребують осушення та подальшої рекультиватії, а СВВ, як діють, потребують вивільнення місця для

складування нових обсягів рідини. Використання такої забрудненої води в народному господарстві неможливе без упровадження спеціальних висококоштовних методів очищення, тому найбільш перспективним шляхом є застосування біотехнологій, які забезпечують транспірацію, тобто переведення вологи з ґрунтів до атмосферного повітря. Однією з особливостей біотехнологій є сезонність їх застосування, оскільки зелені рослини спроможні здійснювати транспірацію тільки в обмежений період року, який відповідає певним температурам повітря. Саме тому для вдалого застосування таких тех-

нології потрібно оцінка тривалості процесу фільтрації рідини зі сховища залежно від початкового рівня рідини у СВВ, фільтраційних властивостей ґрунту та транспіраційних якостей біотехногенного навантаження.

Виклад основного матеріалу. Для тривалості процесу фільтрації рідини зі сховища залежно від початкового рівня рідини в СВВ під дією вище зазначених факторів була розроблена математична модель, що базується на сумісному розгляді рівнянь фільтрації рідини зі СВВ із рівнянням балансу об'єму рідини в сховищі, яке враховує надходження рідини з атмосферними осадами, надходження рідини з відходів вуглезбагачення (ВВ), втрати рідини в процесі випаровування під дією сонця. Розглянемо процес за умов відсутності інших чинників, тобто тільки за наявності фільтрації та транспірації зеленими насадженнями, що існують в навколишньому середовищі СВВ, у цьому разі диференціальне рівняння для визначення рівня рідини в сховищі матиме вигляд:

$$-\pi R^2 \frac{dH_W}{dt} = Q, \quad (1)$$

де R – радіус СВВ;

H_W – рівень наповнення СВВ;

t – час;

Q – витрата рідини крізь бокову поверхню СВВ.

Процес фільтрації розглядатимемо у двох зонах, на які поділено ґрунтовий масив (рис. 1). Перша зона розташована нижче рівня дна СВВ, там, де стоки, що моделюють вплив рослин, відсутні, а друга зона розташована вище рівня дна СВВ в об'ємі ґрунтового масиву й характеризується рівномірною розподіленіми стоками однакової інтенсивності, які забирають рідину. Передбачаємо, що зелені насадження

розподілені по навколишньому середовищу СВВ рівномірно, параметри транспірації та процесу всмоктування їхніх корневих систем із часом не змінюються. Також вважається, що параметри корневих систем зелених насаджень не залежать від відстані, яка відкладається від умовного центра сховища відходів вуглезбагачення.

Витрата рідини крізь бокову поверхню СВВ дорівнює

$$Q = 2\pi \frac{R}{H} (h_2 - h_1)_R \int_{h_1}^{h_2} v|_R dz, \quad (2)$$

де H – глибина СВВ;

z – вертикальна вісь координат;

h_1 – границя між першою та другою зонами, визначається як відстань від водонепроникної поверхні до рівня дна СВВ;

h_2 – верхня границя другої зони, визначається як відстань від рівня дна СВВ до границі розподілу «повітря – рідина» в ґрунтовому масиві;

$v|_R$ – швидкість рідини в порах у горизонтальному напрямку крізь бокову поверхню СВВ.

Результати досліджень фільтраційних процесів у відкритих водоймах дають змогу визначити різницю між границями на боковій поверхні СВВ через поверхневі якості рідини та характеристики порового простору ґрунтового масиву [1–10]:

$$(h_2 - h_1)_R = H_W + h_p, \quad h_p = \frac{2\sigma}{\rho g r_p}, \quad (3)$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу рідини;

ρ – густина рідини;

r_p – ефективний радіус пор ґрунтового масиву;

h_p – висота підняття рідини в порах ґрунтового масиву.

Рис. 1. Схема процесу фільтрації рідини зі сховища за наявності біотехногенного навантаження навкруги периметру

Сумісний розгляд формул (1–3) дає змогу отримати рівняння для визначення рівня рідини у СВВ за наявності фільтрації крізь бокову поверхню сховища з розташованими по навколишньому середовищу зеленими насадженнями:

$$-\frac{dH_w}{dt} = \frac{2}{HR} (H_w + h_p) \int_{h_1}^{h_2} v|_R dz. \quad (4)$$

Під час побудови математичної моделі передбачається, що кореневі системи зелених насаджень досягають рівня дна СВВ або верхнього рівня капілярного підйому рідини з його дна. При цьому пористий висококонцентрований шар відкладень на дні СВВ у вигляді твердих частинок не враховується. Як дно розглядається поверхня, через яку не має фільтрації рідини. Ця вимога є умовою існування процесу осушення СВВ за допомогою зелених насаджень, що існують у його навколишньому середовищі, а саме на березі. Математична модель, що описує рівень води у СВВ з урахуванням всмоктувальної потужності зелених насаджень, що існують у його навколишньому середовищі, базується на рівняннях плоского процесу фільтрації ідеальної важкої рідини з урахуванням закону Дарсі та неоднорідного рівняння нерозривності, яке враховує існування стоків рідини у вигляді коефіцієнту транспірації рослин:

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g + k\rho u = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} + k\rho v = 0, \quad \frac{\partial ru}{\partial z} + \frac{\partial rv}{\partial r} = -r\delta, \quad (5)$$

де r – поточний радіус;

ρ – тиск рідини;

u – швидкість рідини в порах у вертикальному напрямку;

v – швидкість рідини в порах у горизонтальному напрямку;

k – коефіцієнт опору;

δ – коефіцієнт транспірації, що характеризує об'ємне споживання рідини рослинами в межах існування їхніх кореневих систем.

Рівняння (5) нескладно перетворити на одне рівняння, яке після введення безрозмірних змінних має вигляд:

$$\frac{\partial^2(\eta p)}{\partial \zeta^2} + \left(\frac{H}{R}\right)^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial p}{\partial \eta} \right) = \eta k \rho \delta H^2, \quad \zeta = \frac{z}{H}, \quad \eta = \frac{r}{R}, \quad (6)$$

де ζ – безрозмірна вертикальна координата;

η – безрозмірний поточний радіус.

Рівняння (6) описують вісесиметричний процес фільтрації ідеальної нестисливої рідини в пористому однорідному масиві, що не деформується, крізь бокову поверхню СВВ, у якого верхня основа співпадає з поверхнею ґрунтового масиву, а нижня основа знаходиться в ґрунтовому масиві вище, ніж водонепроникний горизонт (рис. 1). Приймаючи до уваги, що для більшості СВВ виконується умова

$$\frac{H}{R} < 1, \quad (7)$$

та використовуючи асимптотичний підхід, для кожної з областей отримаємо в першому приближенні рівняння:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial \zeta^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 p_2}{\partial \zeta^2} = k\rho\delta H^2, \quad (8)$$

де p_1 – тиск рідини в першій зоні;

p_2 – тиск рідини в другій зоні.

За відповідності констант інтегрування граничним умовам загальні розв'язання для рівнянь (8) мають вигляд:

$$p_1 = p_0 + \rho g H (\bar{h}_2 - \zeta), \quad (9)$$

$$p_2 = p_0 + \rho g H \left[\bar{h}_2 - \left(1 + \frac{k\delta H}{g} \bar{h}_1 \right) \zeta \right] + \frac{1}{2} k\rho\delta H^2 (\zeta^2 + \bar{h}_1^2), \quad (10)$$

$$p_0 = p_A - 2 \frac{\sigma}{r_p} - \frac{k}{2} \rho \delta H^2 (\bar{h}_2 - \bar{h}_1)^2, \quad \bar{h}_1 = \frac{h_1}{H}, \quad \bar{h}_2 = \frac{h_2}{H}, \quad (11)$$

де p_A – атмосферний тиск;

$\bar{h}_1$ – безрозмірна границя між першою та другою зонами;

$\bar{h}_2$ – безрозмірна верхня границя другої зони.

Розглянувши разом рівняння (5) та (11), отримаємо формули для визначення швидкостей рідини в ґрунтовому масиві:

$$u = -\delta H (\zeta - \bar{h}_1), \quad v = -\frac{H}{kR} [g - k\delta H (\bar{h}_2 - \bar{h}_1)] \frac{d\bar{h}_2}{d\eta}. \quad (12)$$

Для визначення залежності безрозмірної верхньої границі другої зони від радіуса використовуємо кінематичне співвідношення, що пов'язує швидкості рідини на відповідній межі:

$$u|_{h_2} = \frac{1}{R} \frac{d\bar{h}_2}{d\eta} v|_{h_2}, \quad u|_{h_2} = -\delta H (\bar{h}_2 - \bar{h}_1), \quad (13)$$

$$v|_{h_2} = -\frac{H}{kR} [g - k\delta H (\bar{h}_2 - \bar{h}_1)] \frac{d\bar{h}_2}{d\eta}, \quad (14)$$

де $u|_{h_2}$ – швидкість рідини в порах у вертикальному напрямку на верхній границі другої зони;

$v|_{h_2}$ – швидкість рідини в порах у горизонтальному напрямку на верхній границі другої зони.

Розглянувши разом рівняння (13)–(14), отримаємо формули для визначення швидкості зміни безрозмірної верхньої границі другої зони по радіусу

$$\frac{d\bar{h}_2}{d\eta} = -R \sqrt{\frac{\frac{k\delta}{g} (h_2 - h_1)}{1 - \frac{k\delta}{g} (h_2 - h_1)}}. \quad (15)$$

Розглядаючи сумісно (2), (14) та (15), отримаємо залежність для визначення витрати рідини крізь бокову поверхню СВВ:

$$Q = \frac{2g^2}{k^2 R \delta} \left[\frac{k\delta}{g} (H_w + h_p) \right]^2 \sqrt{1 - \frac{k\delta}{g} (H_w + h_p)}, \quad (16)$$

під час використання якого рівняння (1) після знехтування членами другого порядку приводиться до вигляду:

$$\frac{dH_w}{dt} = -\frac{2}{R} \sqrt{\frac{\delta g}{k} (H_w + h_p)^3}. \quad (17)$$

Коли площа СВВ не залежить від глибини її наповнення, розв'язання диференціального рівняння (17) може бути отримане в квадратурах.

Рис. 2. Універсальна залежність відносного рівня наповнення СВВ від безрозмірного часу

В іншому разі можливість отримання розв'язання цього диференціального рівняння в квадратурах залежить від виду профілю берегів СВВ. Рівняння (17) є диференціальним рівнянням першого порядку з розділеними змінними, розв'язання якого з неоднорідними вихідними умовами

$$H_W(t=0) = H_{W0}, \quad (18)$$

має вигляд:

$$H_W = \frac{H_{W0} + h_p}{\left(1 + \sqrt{\frac{\delta g}{k}} (H_{W0} + h_p) \frac{t}{R}\right)^2} - h_p, \quad (19)$$

де H_{W0} – вихідне значення рівня наповнення СВВ.

У разі коли поверхневими ефектами можна знехтувати, формула (19) спрощується та приймає вигляд:

$$H_W = \frac{H_{W0}}{\left(1 + \sqrt{\frac{\delta g}{k}} H_{W0} \frac{t}{R}\right)^2}. \quad (20)$$

Залежності (19) і (20) можна узагальнити в такому вигляді (рис. 2):

$$\gamma = \frac{1}{(1 + \tau)^2}, \tau = \sqrt{\frac{\delta g}{k}} (H_{W0} + h_p) \frac{t}{R}, \gamma = \frac{H_W + h_p}{H_{W0} + h_p}. \quad (21)$$

Залежність (21) дає змогу оцінити тривалість процесу фільтрації рідини зі сховища з різним ступенем точності розрахунку (рис. 3):

Рис. 3. Залежність безрозмірної тривалості процесу фільтрації рідини зі сховища від ступеня точності розрахунку

$$\tau_* \geq 10^{\frac{n}{2}} - 1, \quad (22)$$

де τ_* – безрозмірна тривалість процесу фільтрації рідини зі сховища, після якої $\gamma(\tau = \tau_n) \leq 10^{-n}$;

n – ступінь точності розрахунку.

На підставі рис. 3 можна запропонувати формулу для розрахунку тривалості процесу фільтрації рідини зі сховища з інженерною точністю:

$$t_* = \frac{15R}{\sqrt{H_{W0} + h_p}} \sqrt{\frac{k}{\delta g}}, \quad (23)$$

де t_* – тривалість процесу фільтрації рідини зі сховища з інженерною точністю.

Із формули (23) видно, що тривалість процесу фільтрації рідини зі сховища обернено пропорційно залежить від початкового рівня рідини у СВВ та транспіраційної здатності біотехногенного навантаження й прямо пропорційна радіусу СВВ та коефіцієнту фільтрації ґрунту його берегів.

Головні висновки. Зроблено оцінку тривалості процесу фільтрації рідини зі сховища, яка дає змогу розробити методику обґрунтування всмоктувальної потужності зелених насаджень, що забезпечують поліпшення екологічного стану навколишнього середовища сховищ відходів вуглезбагачення з урахуванням сезонності застосування біотехнологій.

Література

1. Аравин В.И., Нумеров С.Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. Москва : Госиздат, 1953. 332 с.
2. Бернадинер М.Г., Ентов В.М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. Москва : Недра, 1975. 100 с.
3. Бэр Я., Заславский Д., Ирлой С. Физико-математические основы фильтрации воды. Москва : Мир, 1971. 451 с.
4. Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. Москва : ОГИЗ, 1947. 156 с.
5. Гольдбер В.М., Скворцов Н.П. Теория фильтрации. Москва : Недра, 1986. 102 с.
6. Левашкевич В.Г. Нелинейные эффекты при фильтрации жидкости в пористой среде. Минск : Наука и техника, 1987. 102 с.
7. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. Москва : Гостоптехиздат, 1949. 94 с.
8. Бондаренко Н.Ф. Физика движения подземных вод. Ленинград : Гидрометеиздат, 1979. 214 с.
9. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. Москва : Наука, 1977. 664 с.
10. Штеренлихт Д.В. Гидравлика : учебник для вузов. Москва : Энергоатомиздат, 1984. 640 с.