УДК 624.072.2.012.35:539.374

DOI <https://doi.org/10.32782/2664-0406.2020.38.4>**Павліков А.М.**

д.т.н., професор,
завідувач кафедри залізобетонних і кам'яних конструкцій та опору матеріалів,
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»,
м. Полтава

Гарькава О.В.

к.т.н., доцент,
доцент кафедри залізобетонних і кам'яних конструкцій та опору матеріалів,
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»,
м. Полтава

Баріляк Б.А.

аспірант кафедри залізобетонних і кам'яних конструкцій та опору матеріалів,
Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»,
м. Полтава

РОЗРАХУНОК НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОЛОН БЕЗБАЛКОВИХ КАРКАСІВ

Анотація. У статті розглянуто характер роботи колон безбалкових каркасів будівель, наведено обґрунтування їх косого деформування та названі фактори, що спричиняють це явище. Висвітлено сучасний стан методів розрахунку несучої здатності залізобетонних елементів в умовах косого стикання та запропоновані напрями їх удосконалення. Розглянутий метод розрахунку несучої здатності косостиснутих залізобетонних колон, розроблено на основі рекомендацій Єврокоду 2. З метою спрощення розрахунку, без суттєвих впливів на його точність, застосовано рівномірне розподілення напружень в бетоні стиснутої зони, а зв'язок між напруженнями і деформаціями в арматурі описано дволінійною діаграмою, в якій верхня її частина – горизонтальна. В якості критерію міцності прийнято деформаційний критерій. Для визначення кута нахилу нейтральної лінії використано теорему про розташування зовнішніх і внутрішніх сил в одній площині, яка в загальному випадку утворює кут з вертикальною віссю інерції перерізу. На основі умов граничної рівноваги отримані аналітичні вирази для визначення всіх параметрів напружено-деформованого стану при розрахунку несучої здатності косостиснутих колон, а саме: кута нахилу нейтральної лінії до горизонтальної осі інерції перерізу, висоти стиснутої зони перерізу та значення руйнівної сили при заданих ексцентриситетах її прикладання. Розроблений метод розрахунку несучої здатності залізобетонних колон при косому стиску базується на фізичних та геометричних законах і не містить спрощень, які могли б суттєво вплинути на результат розрахунку. При виведенні розрахункових формул розглянуто таке положення нейтральної лінії в прямокутному перерізі косостиснутих колон, за якого форма стиснутої зони бетону має форму трапеції. Як показують експериментальні та теоретичні дослідження, саме така форма стиснутої зони є найбільш поширеною при косому стисканні колон. Отримані залежності можуть бути використані

як для перевірки несучої здатності косостиснутих колон, так і для визначення необхідної площі арматури, що підтверджує узагальненість прийнятої розрахункової моделі. Сформований аналітичний апарат простий і може бути реалізований в будь-якому комп'ютерному середовищі.

Ключові слова: залізобетон, колона, косий стиск, несуча здатність, розрахунок.

Постановка проблеми. Одним із напрямків розв'язання проблеми будівництва ресурсоекономних будівель є вдосконалення процесу їх зведення за рахунок впровадження нових технічних рішень та ефективних конструктивних систем. Останнім часом у сучасному житловому будівництві широко застосовуються безбалкові каркасні конструктивні системи будівель, які характеризуються як мінімальною кількістю збірних елементів, так і високими темпами прискорення будівництва за рахунок вдосконалення технології зведення будівель. Прикладом такої каркасної конструктивної системи, що широко використовується в житловому будівництві, може слугувати вдосконалена безконсольно-безкапітельно-безбалкова конструктивна система [1]. Упровадження цієї конструктивної системи будівель сприяє розв'язанні проблеми підвищення їх енергоефективності шляхом застосування в огорожувальних конструкціях спеціально розроблених багатопланових залізобетонних блоків з високим опором теплопередачі.

Для залізобетонних колон безконсольно-безкапітельно-безбалкової конструктивної системи будівель, як і інших безбалкових каркасних конструктивних систем, характерним видом деформування є косий стиск. В крайніх кутових колонах цей вид деформування є очевидним, зважаючи на несиметричність розташування вантажної площі відносно центра ваги перерізу колони. При цьому середні колони безбалкових каркасів також будуть косостиснутими через прикладання навантаження на них між площинами інерції перерізу колони при різних схемах завантаження. Додатковими чинниками, що спричиняють виникнення косоного стискання колон безбалкових каркасних будівель, можуть

бути фактори технологічного та експлуатаційного характеру [2]. Таким чином, можна стверджувати, що колони безбалкових каркасних будівель переважно експлуатуються в умовах косоного стиску. Але незважаючи на це, косостиснуті колони розраховують на плоский позакентровий стиск, оскільки методи розрахунку залізобетонних конструкцій на складні види деформацій потребують удосконалення.

Аналіз останніх досліджень. Сучасні підходи до розв'язання задач несучої здатності косостиснутих залізобетонних елементів базуються на основі нелінійної деформаційної моделі з повною криволінійною діаграмою деформування бетону стиснутої зони [2–3] та з використанням дволінійних діаграм деформування бетону й арматури [4]. Застосовуються також чисельні методи [5–6] при розрахунку несучої здатності косостиснутих елементів у загальному вигляді для перерізів різних форм. У роботах [8–11] запропоновано використовувати спрощення в розрахунку несучої здатності у вигляді експериментально отриманих графіків та діаграм, котрі в деяких випадках є дуже наближеними. З одного боку, методики розрахунку, націлені на використання емпіричних результатів дослідження для інженерного застосування, складні та позбавляють проєктувальника розуміння сутності розрахунку, унеможлижуючи його контроль, а з іншого боку, надмірні спрощення можуть привести до значних похибок у кінцевому результаті. Таким чином, для інженерів-проєктувальників існує необхідність у розробці спрощеної методики розрахунку несучої здатності колон на косий стиск, яка б разом із цим забезпечувала необхідну точність результатів обчислень.

Мета роботи – розроблення спрощеної методики розрахунку несучої здатності

Рисунок 1. Розрахункова схема несучої здатності в нормальному перерізі косостиснутої залізобетонної колони з трапецієподібною формою стиснутої зони

залізобетонних колон безбалкових каркасів, які зазнають косої стиску.

Викладення основного матеріалу дослідження. Розрахунок виконується з метою визначення несучої здатності косостиснутих колон із трапецієподібною формою стиснутої зони бетону. Розрахункова схема наведена на рисунку 1.

В основу теоретичних досліджень покладено передумови розрахунку за нормами [10]. При цьому у стиснутому бетоні прийнято рівномірний характер розподілу напружень за [10, рис. 3.5]. Зв'язок між напруженнями і деформаціями в арматурі описується дволінійною діаграмою з горизонтальною верхньою гілкою за [10, рис. 3.10]. Розрахункові рівняння рівноваги з урахуванням прийнятих передумов у площині координатної осі Y , перпендикулярної до нейтральної лінії, записані в такому вигляді:

$$\sum Z = 0: N_{Ed} + \sum_{i=1}^n N_{si} - N_c = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0: N_c(y_{Ed} - y_c) + \sum_{i=1}^n N_{si}(y_{Ed} - y_{si}) = 0, \quad (2)$$

де N_c – рівнодійна напружень в бетоні стиснутої зони;

N_{si} – зусилля в i -тому арматурному стрижні;

n – кількість арматурних стрижнів у перерізі;

N_{Ed} – поздовжня сила від зовнішнього навантаження;

y_{Ed} – координата точки прикладання сили N_{Ed} ;

y_c – координата точки прикладання зусилля N_c ;

y_{si} – координата точки прикладання зусилля N_{si} .

Вирази для рівнодійної N_c та координати y_c її прикладання в координатній площині XOY при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону (рис. 1.) мають такий вигляд:

$$N_c = \frac{\eta f_{cd} b}{\cos \theta} \left(\lambda x - \frac{b \sin \theta}{2} \right); \quad (3)$$

$$y_c = \frac{3X^2(2\lambda - \lambda^2) - b_{eff} \sin \theta (3X - b_{eff} \sin \theta)}{3(2\lambda X - b_{eff} \sin \theta)}, \quad (4)$$

де X – висота стиснутої зони;

θ – кут нахилу нейтральної лінії до горизонтальної осі інерції перерізу.

Визначення рівнодійних N_{si} відповідно до дволінійної діаграми деформування арматури здійснюється за умовами:

$$N_{si} = E_s \frac{y_{si} \varepsilon_{c(1)}}{X} A_{si} \text{ при } 0 < \varepsilon_{si} = \frac{y_{si} \varepsilon_{c(1)}}{X} \leq \varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s}; \quad (5)$$

$$N_{si} = f_{yd} A_{si} \text{ при } \varepsilon_{s0} = \frac{f_{yd}}{E_s} < \varepsilon_{si} = \frac{y_{si} \varepsilon_{c(1)}}{X} \leq \varepsilon_{ud} \quad (6)$$

де A_{si} – площа поперечного перерізу i -го стрижня арматури;

$\varepsilon_c(1)$ – відносні деформації бетону найбільш стиснутого ребра колони.

Для визначення фібрових відносних деформацій бетону $\varepsilon_c(1)$ у момент руйнування застосовується деформаційний критерій міцності. Вказаний критерій визначає настання руйнування залізобетонного елемента при досягненні граничного значення деформацій в бетоні у найвіддаленішій від нейтральної лінії точці, тобто при:

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd}. \quad (7)$$

Координати точок прикладання сили N_{Ed} та зусиль N_{si} в арматурних стрижнях у прямокутному перерізі колони при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону (рис. 1) визначаються так:

$$y_{Ed} = X + y - 0,5b \sin \theta - 0,5h \cos \theta; \quad (8)$$

$$y_{si} = X - x_{0,si} \sin \theta - y_{0,si} \cos \theta; \quad (9)$$

$$\text{де } y = x_c \sin \theta + y_c \cos \theta;$$

x_c, y_c – координати прикладання сили N_{Ed} в системі координат $X_c O_c Y_c$, початок якої розташований в геометричному центрі ваги перерізу колони, чисельно рівні ексцентриситетам прикладання сили N_{Ed} відносно вертикальної та горизонтальної осей інерції перерізу колони відповідно;

$x_{0,si}, y_{0,si}$ – координати i -того арматурного стрижня в системі координат $X_0 O_0 Y_0$.

Після підстановки залежностей (3) – (9) у рівності (1) – (2) отримано два рів-

няння з трьома невідомими, а саме: X, θ, N_{Ed} . Для аналітичного розв'язання задачі необхідно ввести додаткову умову для визначення кута θ нахилу нейтральної лінії.

Використовуючи теорему про розташування внутрішніх та зовнішніх сил в одній площині, можна записати дві залежності для кута β нахилу силової площини до вертикальної осі інерції перерізу в системі координат $X_0 O_0 Y_0$:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x_{0,s} - x_{0,cs}}{y_{0,s} - y_{0,cs}} = \frac{x_{0,s} - x_{0,Ed}}{y_{0,s} - y_{0,Ed}}; \quad (10)$$

де $x_{0,Ed}, y_{0,Ed}$ – координати точки прикладання сили N_{Ed} в системі координат $X_0 O_0 Y_0$;

$x_{0,s}, y_{0,s}$ – координати точки прикладання рівнодійної N_s зусиль в розтягнутих арматурних стрижнях в системі координат $X_0 O_0 Y_0$, які визначаються за наступними формулами:

$$x_{0,s} = \sum_{i=1}^k \sigma_{si} A_{si} x_{0i} / \sum_{i=1}^k \sigma_{si} A_{si}; \quad (11)$$

$$y_{0,s} = \sum_{i=1}^k \sigma_{si} A_{si} y_{0i} / \sum_{i=1}^k \sigma_{si} A_{si}, \quad (12)$$

де σ_{si} – напруження в i -тому розтягнутому арматурному стрижні;

A_{si} – площа перерізу i -того розтягнутого арматурного стрижня;

$x_{0,si}, y_{0,si}$ – координати розташування i -того розтягнутого арматурного стрижня у системі координат $X_0 O_0 Y_0$;

k – кількість розтягнутих арматурних стрижнів;

$x_{0,cs}, y_{0,cs}$ – координати точки прикладання рівнодійної в бетоні трапецієподібної стиснутої зони та в стиснутих арматурних стрижнях у системі координат $X_0 O_0 Y_0$;

$$x_{0,cs} = \frac{N_c x_{0,c} + N_{sc} x_{0,sc}}{N_c + N_{sc}}; \quad (13)$$

$$y_{0,cs} = \frac{N_c y_{0,c} + N_{sc} y_{0,sc}}{N_c + N_{sc}}, \quad (14)$$

де N_c , N_{sc} – рівнодійні зусиль відповідно в стиснутій зоні бетону та в стиснутих арматурних стержнях;

$x_{0,c}$, $y_{0,c}$ – координати точки прикладання рівнодійної в бетоні трапецієподібної стиснутої зони у системі координат $XOYO$ можна обчислити за наступними формулами:

$$x_{0,c} = \frac{b(3X\lambda - 2b \sin \theta)}{3(2X\lambda - b \sin \theta)}, \quad (15)$$

$$y_{0,c} = \frac{3X\lambda(X\lambda - b \sin \theta) + b^2 \sin^2 \theta}{3 \cos \theta (2X\lambda - b \sin \theta)}. \quad (16)$$

$x_{0,sc}$, $y_{0,sc}$ – координати точки прикладання рівнодійної в стиснутих арматурних стержнях у системі координат $X_{\theta}O_{\theta}Y_{\theta}$, що можуть визначатися за формулами (11) – (12), в яких k – кількість стиснутих арматурних стержнів.

Рівність (10) відображає в неявному вигляді функцію $\theta = f(\beta)$ та дозволяє визначати кут θ нахилу нейтральної лінії в перерізі.

Розв'язання рівнянь (1) і (2) з урахуванням залежностей (7) та (10) дає можливість обчислити всі невідомі параметри напружено-деформованого стану при руйнуванні косостиснутої залізобетонної колони в нормальному перерізі для випадку трапецієподібної форми стиснутої зони, тобто розв'язати задачу визначення її міцності.

Висновки. У результаті проведених теоретичних досліджень на основі застосування деформаційної моделі з прямокутним розподілом напружень в стиснутій зоні бетону отримані аналітичні залежності для розв'язання задач несучої здатності залізобетонних колон безбалкових будівель. Залежності можуть бути використані як під час перевірки несучої здатності косостиснутих колон, так і під час їх проектування.

Література

1. Сучасні конструктивні системи будівель із залізобетону : монографія / Павліков А.М., Балясний Д.К., Гарькава О.В., Довженко О.О., Микитенко С.М., Пінчук Н.М., Федоров Д.Ф. ; За ред. А.М. Павлікова. Полтава : ТОВ «АСМІ», 2017. 155 с.
2. Павліков А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косозавантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії : монографія. Полтава, 2007. 320 с.
3. Pavlikov A. Experimental and Theoretical Testing Results of Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / A.M. Pavlikov, O.V. Harkava, Yu.O. Prykhodko, B.A. Baryliak. International Journal of Engineering & Technology, 7 (4.8). 2018. P. 145–151.
4. Павліков А.М. Розрахунок несучої здатності колон при їх косому деформуванні у складі безкапітельно-безконсольно-безбалкової конструктивної системи будівель. Ресурсоeconomні матеріали, конструкції, будівлі та споруди : зб. наук. праць. Рівне : НУВГП, 2016. Вип. 33. С. 191–199.
5. Клименко Е.В. Экспериментально-статистическое моделирование работы железобетонных колонн, поврежденных в процессе эксплуатации. Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. 2017. Вип. 67. С. 37–42.
6. Chen S.F. Design of biaxially loaded short composite columns of arbitrary section. Journal of Structural Engineering, 2001. Vol. 127(6). P. 678–685.
7. Bouzid T. Practical method for analysis and design of slender reinforced concrete columns subjected to biaxial bending and axial loads. Slovak journal of civil engineering. Bratislava : Slovak university of technology, 2011. Vol. 1. P. 24–32.
8. Hong H. Strength of Slender Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending. Journal of Structural Engineering. 2001. Vol. 127(7). P. 758–762.
9. Rodriguez J.A. Biaxial Interaction Diagrams for Short RC Columns of Any Cross Section. Journal of Structural Engineering, 1999. Vol. 125. Issue 6.
10. Єврокод 2. Проектування залізобетонних конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила і правила для споруд: ДСТУ-Н Б EN 1992-1-1:2010. Київ : Мінрегіонбуд України, 2012. 312 с.

References

1. Suchasni konstruktyvni systemy budivel iz zalizobetonu : Monohrafiia. / Pavlikov A.M., Baliasnyi D.K., Harkava O.V., Dovzhenko O.O., Mykytenko S.M., Pinchuk N.M., Fedorov D.F. ; Za red. A.M. Pavlikova. – Poltava: TOV «ASMI», 2017. – 155 s.
2. Pavlikov A.M. Nelineina model napruzhenno-deformovanoho stanu kosoavantazhenykh zalizobetonnykh elementiv u zakrytychnii stadii : monohrafiia / A.M. Pavlikov. – Poltava, 2007. – 320 s.
3. Pavlikov A. Experimental and Theoretical Testing Results of Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / A.M. Pavlikov, O.V. Harkava, Yu.O. Prykhodko, B.A. Baryliak // International Journal of Engineering & Technology, 7 (4.8). – 2018. – P. 145 – 151.
4. Pavlikov A.M. Rozrakhunok nesuchoi zdatsnosti kolon pry yikh kosomu deformuvanni u skladi bezkapitelno-bezkonsolno-bezbalkovoi konstruktyvnoi systemy budivel / A.M. Pavlikov, O.V. Harkava // Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy : zb. nauk. prats. – Rivne : NUVHP, 2016. – Vyp. 33. – S. 191 – 199.
5. Klymenko E.V. Jeksperymentalno-statystycheskoe modelyrovanye raboty zhelezobetonnykh kolonn, povrezhdennykh v protsesse jekspluatatsyy / E.V. Klymenko, A. D. Dovhan, Zhelko Kos // Visnyk Odeskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury. – 2017. – Vyp. 67. – S. 37 – 42.
6. Chen S.F. Design of biaxially loaded short composite columns of arbitrary section / Chen S.F., Teng J.G., Chan S.L. // Journal of Structural Engineering, 2001. – Vol. 127(6). – P. 678 – 685.
7. Bouzid T. Practical method for analysis and design of slender reinforced concrete columns subjected to biaxial bending and axial loads / T. Bouzid, K. Demagh // Slovak journal of civil engineering . – Bratislava: Slovak university of technology, 2011. – Vol.1. – P. 24 – 32.
8. Hong H. Strength of Slender Reinforced Concrete Columns under Biaxial Bending / H. Hong // Journal of Structural Engineering, 2001. – Vol.127(7). – P. 758 – 762.
9. Rodriguez J.A. Biaxial Interaction Diagrams for Short RC Columns of Any Cross Section / J.A. Rodriguez, D.J. Aristizabal-Ochoa // Journal of Structural Engineering, 1999. – Vol. 125. – Issue 6.
10. Yevrokod 2. Proektuvannia zalizobetonnykh konstruktsii. Chastyna 1-1. Zahalni pravyla i pravyla dlia sporud: DSTU-N B EN 1992-1-1:2010. – K.: Minrehionbud Ukrainy, 2012. – 312 s.

STRENGTH ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE COLUMNS OF FLAT SLAB FRAMES

Abstract. *The article considers the kind of work of the columns in the flat slab frame structural systems of buildings, provides justification for their complex deformation and names the factors that may be the cause. The current state of methods for biaxially bended reinforced concrete elements analysis and ways to improve them are highlighted. The strength analysis method for biaxially bended reinforced concrete columns is based on the recommendations of Eurocode 2. In order to simplify the calculation without significant consequences for its accuracy the rectangular distribution of stresses is adopted in compression concrete, and a two-line diagram with a horizontal top branch without strain limit is used to describe the stress-strain state in reinforcement. The deformation criterion is accepted as the strength criterion. To determine the angle of inclination of the neutral axis, the theorem on the location of external and internal forces in one plane, which forms an angle with the vertical axis of inertia of the section, is used. Based on the conditions of ultimate equilibrium, analytical expressions are obtained to determine all parameters of the stress-strain state when calculating the strength of biaxially bended columns, namely: the angle of the neutral axis inclination to the horizontal axis of inertia, the neutral axis depth and the value of destructive force at given eccentricities of its application. The developed method of the strength analysis of reinforced concrete columns under biaxial bending is based on clear physical and geometric laws and does not contain simplifications that could greatly affect the result of the calculation. In deriving the calculation formulas, the position of the neutral axis in the rectangular section of the biaxially bended columns is considered, at which the compressed concrete zone has the form of a trapezoid. Experimental and the-*

oretical studies show that this form of the compressed zone is the most characteristic of biaxially bended columns. The obtained dependences can be used both to check the bearing capacity of biaxially bended columns, and to determine the required area of reinforcement, which confirms the generality of the accepted design model. The formed analytical apparatus is simple and can be implemented in any computer environment.

Key words: reinforced concrete, column, biaxial bending, strength, analysis.

Pavlikov A.M.

ScD, Professor, Head of the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures and Strength of Materials,
National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", Poltava

Harkava O.V.

PhD, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures and Strength of Materials,
National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", Poltava

Barylyak B.A.

Postgraduate Student at the Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures and Strength of Materials,
National University "Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic", Poltava