Виктория В. Жебка¹, Елена В. Негоденко², Андрей А. Аронов³
**АЛГОРИТМ МАКСИМАЛЬНО ЭФФЕКТИВНОГО
 ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПАМЯТИ ДЛЯ ПОПАРНОГО
 МАРКОВСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ**

В статье проанализированы предварительные исследования марковского случайного поля. Рассмотрена функция энергии, связанная с попарным марковским случайным полем. Разработан алгоритм максимально эффективного использования памяти, что позволяет уменьшить использования занимаемой памяти в сравнении со стандартными алгоритмами максимальной потери. Рассмотрены особенности его использования. Предложенный алгоритм сходится за меньшее количество итераций в сравнении со стандартным изображением максимального потока.

Ключевые слова: марковское случайное поле, оптимизация, функция энергии, память, граф.

Форм. 6. Лит. 10.

DOI: 10.32752/1993-6788-2020-1-223-140-145

Вікторія В. Жебка, Олена В. Негоденко, Андрій О. Аронов
**АЛГОРИТМ МАКСИМАЛЬНО ЕФЕКТИВНОГО
 ВИКОРИСТАННЯ ПАМ'ЯТІ ДЛЯ ПОПАРНОГО
 МАРКІВСЬКОГО ВИПАДКОВОГО ПОЛЯ**

У статті проаналізовано попередні дослідження марківського випадкового поля. Розглянуто функцію енергії, пов'язану з попарним марківським випадковим полем. Розроблено алгоритм максимально ефективного використання пам'яті, що дозволяє зменшити використання зайнятої пам'яті в порівнянні зі стандартними алгоритмами максимальної втрати. Розглянуто особливості його використання. Запропонований алгоритм збігається за меншу кількість ітерацій в порівнянні зі стандартним зображенням максимального потоку.

Ключові слова: марківське випадкове поле, оптимізація, функція енергії, пам'ять, граф.

Viktoriia V. Zhebka, Olena V. Nehodenko, Andrii O. Aronov
**ALGORITHM OF THE MOST EFFICIENT USE
 OF MEMORY FOR A PAIRED MARKOV RANDOM FIELD**

The article analyzes preliminary studies of a Markov random field. The energy function associated with a pairwise Markov random field is considered. An algorithm for the most efficient use of memory has been developed, which makes it possible to reduce the use of the occupied memory in comparison with standard algorithms for maximum loss. The features of its use are considered. The proposed algorithm converges in fewer iterations compared to the standard maximum flow image.

Keywords: markov random field, optimization, energy function, memory, graph.

Peer-reviewed, approved and placed: 10.01.2020.

Постановка проблеми. На сегодня важная информация получается из больших наборов неструктурированных данных. Много заграничных компаний, где собирается большое количество данных применяют методы

¹ State University of Telecommunications. Kyiv, Ukraine.

² State University of Telecommunications. Kyiv, Ukraine.

³ State University of Telecommunications. Kyiv, Ukraine.

машинного обучения и интеллектуальному анализу данных для их обработки. Именно у больших неструктурированных данных компании ищут подсказки для решения проблем. Но очень часто инструменты, которые используются компаниями не позволяют получить достоверную информацию. Не менее важной проблемой является скорость получения информации. С целью улучшения процесса обработки данных используются алгоритмы машинного обучения.

Возрастает интерес к стохастическому моделированию и обучение со сложными данными, элементы которых структурированы и взаимозависимые. Наиболее удачными методами для моделирования зависимостей данных есть методы, которые основываются на графических моделях, которые представляют собой комбинацию теории графов и теории вероятностей.

Если рассмотреть марковские модели случайных полей с бинарными условными распределениями, которые включают стохастическую эволюцию во времени, которая основывается на структуре авторегрессии для крупномасштабной модели, то можно получить следующие результаты: эти модели сохраняют гибкость статических моделей марковского случайного поля для воспроизведения представления пространственной зависимости в мелкомасштабной составной модели. Байесова оценка в этом случае достигается за счет использования так называемого алгоритма что требует генерации вспомогательных случайных полей, но не требует использования идеальных образцов.

За исключением некоторых особых случаев, оптимизация MRF является неразрешимой, поскольку использует большое количество переменных и сложные зависимости между ними. Представим новые алгоритмы для вывода в MRF, которые являются более эффективными (с точки зрения времени работы и / или использования памяти) или более эффективный (в условия качества решения), чем наиболее современные методы.

Анализ последних исследований и публикаций. Модели марковского случайного поля, берут основу в часто цитированной статье Джулиана Бесага [1]. В этой статье Бесаг дает общее формулирование моделей марковского случайного поля из класса экспонентных семейств. Это включало как общую и условную спецификации для моделей авторегрессии, которую он называет автономальной, автологистичной, автобиномиальной и автопуассоновой. Кайзер и Кресси в [2, 3]. предоставляют более общее доказательство построения этих общих распределений, а также условия, в которых существуют распределения. Обновленная параметризация для этих моделей авторегрессии предоставленные в [2, 3]. Эта параметризация использует центрирование для интерпретации пространственной зависимости, которая влияет на параметр структуры при условии, что пространственная зависимость не слишком большая.

Оценка этих моделей может быть сделана с использованием метода псевдорефлексии, в котором общее распределение аппроксимируется с помощью произведения условных распределений для каждой точки в поле. Такие методы используют нормализующую константу, присутствующей в общем распределении. Метод Монте-Карло также был разработан для оценки

нормализующей константы [4], чтобы использовать методы максимального правдоподобия или отменить их для использования в байесовских методах. Байесовы методы требуют использования вспомогательного поля чтобы отменить нормализующую константу. В некоторых исследованиях вспомогательное поле должно быть «идеальным образцом», который может быть полученный с использованием сцепления в предыдущем алгоритме. Вспомогательное поле получено с помощью одношаговой выборки Гиббса с данными в качестве отправной точки, требует намного меньше вычислений и, следовательно, может использоваться для полей, которые содержат намного больше точек, чем методы, которые требуют идеального образца.

Исикава в [5] представил основанный на максимальном потоке метод глобальной минимизации энергии MRF с несколькими метками и выпуклыми краями. В дальнейших исследованиях этот метод был распространен на энергетические функции, удовлетворяющие требованиям. Это соответствует условию субмодулярности с несколькими метками, аналогичному условию субмодулярности. определение для MRF с двоичными метками.

Цель исследования: разработать алгоритм максимально эффективного использования памяти, что позволяет уменьшить использования занимаемой памяти в сравнении со стандартными алгоритмами максимальной потери.

Основные результаты исследования. Пусть $G = (V, E)$ – неориентированный граф с множеством вершин V и множеством ребер E . Набор случайных величин $V_{ij} \in A$ образует марковское случайное поле относительно G , если выполнены следующие условия:

1. $\forall v \in V P(V = v) > 0$.
2. $P(V_i = v_i | v_j = v_j, j \in A \setminus \{i\}) = P(V_i = v_i | v_j = v_j, j \in d_i)$.

Марковское случайное поле – модель в виде графа, которая отображает представление общих распределений набора нескольких случайных сменных. Другими словами – это инструмент для моделирования отношений между большими, многомерными данными. Поле состоит из следующих компонентов:

1. Неориентированный граф $G = (V, E)$, в котором вершины $v \in V$ отображают случайную переменную, а ребра $e = (v_1, v_2) \in E$ – зависимость между случайными величинами v_1, v_2 .
2. Набор потенциальных функций ϕ_i , что описывают состояние случайной величины на i -й итерации.

Марковские случайные поля являются мощным инструментом в машинном обучении. Часто приходится моделировать такие поля между разнородными объектами, которые приводит к тому, что узлы в графе относятся к разным типам данных. Например, анализируя гетерогенную сеть приходится строить заключения о выходе из порядка ее компонентов на основе совокупности разных параметров сети и факторов, что влияют на нее. Чтобы моделировать такие неоднородные области с помощью графических моделей, необходимо назначать для узлов модели разные типы распределений

(двоичный, гауссовый, пуассоновский, экспонентный и др.). Оценка таких моделей является довольно сложной.

Функция энергии, связанная с попарным марковским случайным полем имеет следующий вид:

$$E(x) = \sum_{i \in V} \theta_i(x_i) + \sum_{(i,j) \in E} \theta_{ij}(x_i, x_j)$$

где $x_i \in L$, для всех $i \in V$, V – набор вершин графу, E – набор краев.

Рассмотрим попарное марковское случайное поле с упорядоченным набором меток $L = \{0, 1, \dots, l-1\}$, и мы считаем, что попарные члены удовлетворяют условию модульности

$$\theta_{ij}(\lambda', \mu) + \theta_{ij}(\lambda, \mu') - \theta_{ij}(\lambda, \mu) - \theta_{ij}(\lambda', \mu') \geq 0$$

для всех $\lambda, \lambda', \mu, \mu' \in L$, где $\lambda < \lambda', \mu < \mu'$. Кроме того, предполагаем, что попарные потенциалы могут быть вычислены или с помощью определенной процедуры, или могут быть сохранены эффективным способом. Другими словами, предполагаем, что не нужно сохранять каждый индивидуальный попарный член.

Вместо того, чтобы сохранять остаточный граф, предлагаем записать поток, который был применен к графу. Однако, поскольку для хранения потока также понадобится 2^l значений в сменных парах, предлагаем записывать две l – измеримые величины, связанные с потоком между парой переменных. Для каждого направленного ребра $l(i, j) \in \varepsilon^+$, мы записываем сумму исходных потоков от каждого узла $U_{i:\lambda}$ к узлам $U_{j:\mu}$ для всех $\mu = \{1, \dots, l-1\}$.

Представляем, что эти исходные потоки позволяют реконструировать допустимый поток, который в свою очередь позволяет нам вычислить остаточные емкости ребер от начальных. Главное, пока поток реконструкции не является уникальным, показываем, что все такие реконструкции равнозначны к нулевому потоку, который не влияет на функцию энергии. Следует отметить, что эта идея может быть применена к любому алгоритму, который увеличивает путь, пока остаточный граф можно быстро построить. Для повышения эффективности может быть достигнут поиск увеличительного пути на упрощенном графе Исикави, который объединяет узлы в каждом столбце на блоки. Выполняем увеличение, которое означает обновление нашего выхода – потоков, на этом упрощенном графе. Как побочный эффект, поскольку увеличивающий путь в нашем упрощенном графе отвечает набору увеличивающих путей в графе Исикави, наш алгоритм совпадает в меньшем количестве итераций, чем стандартное изображение максимального потока.

Алгоритм максимально эффективного использования памяти представим следующим образом:

1. Определить набор входных потоков Σ .
2. Определяем исходный поток как

$$\sum_{ij:\lambda} = \sum_{\mu} \varphi_{ij:\lambda\mu}$$

3. Учитывая начальные предельные мощности Исикави ϕ^0 , строим нижний граф (с емкостью ребра ϕ), сохраняя наиболее низкие поперечные ребра от каждого узла $U_{i:\lambda} \in V$, для каждого направленного ребра $(i, j) \in \varepsilon$.

4. Учитывая параметры нижнего графу — ϕ , находим кратчайший путь увеличения p с помощью BFS.

5. Учитывая путь p , находим максимально возможный поток через путь и обновляем нижний граф и набор исходных потоков.

6. Учитывая начальные предельные мощности Исикави ϕ^0 и набор входных потоков Σ , вычисляем неотъемлемые остаточные емкости Исикави ϕ_{ij} , что отвечает данному ребру (i, j) .

7. Находим раздел нижнего графа путем запуска BFS.

Учитывая увеличивающий путь p , мы хотим увеличить максимально допустимый поток сквозь него. Ребра в увеличительном пути p обновляются таким же образом, как и в обычном алгоритме максимального потока. В дополнение до этого, для каждого поперечного ребра $e_{ij:\lambda\mu} \in \varepsilon^+$, то есть на увеличительном пути, потоки выхода обновляются следующим образом

$$\sum_{ij:\lambda} = \sum_{ij:\lambda} + \alpha$$

$$\sum_{ji:\mu} = \sum_{ji:\mu} - \alpha$$

где α — максимально возможный поток по пути p .

После увеличения потока нижний граф нужно обновить, чтобы поддерживать свойство наиболее низкого сечения. Обратите внимание, что свойство наиболее низкого сечения может быть затронуто по следующим причинам:

1. Новый $e_{ij:\lambda\mu}$ с наиболее низким поперечным краем создается благодаря потоку по краю $e_{ij:\mu\lambda}$.

2. Новый поперечный край $e_{ij:\lambda\mu}$ создается благодаря потоку насыщения вдоль $e_{ij:\lambda\mu}$ для некоторого $\mu' < \mu$, то есть ребро $e_{ij:\lambda\mu}$ исчезает из графика Исикави.

Следует отметить, что во время увеличения, если новый наиболее низкий поперечный край создается через поток в обратном направлении (случай-1 выше), тогда новым есть нижний поперечный край известный и нижний граф может быть обновлен непосредственно, то есть новый наиболее низкий поперечный край можно сохранять. С другой стороны, если поперечный край становится насыщенным (случай-2), тогда нам нужно запустить алгоритм реконструкции потока для поиска нового наиболее низкого поперечного края и обновить нижний граф. Это можно сделать за счет эффективного использования памяти, поскольку в нем задействованные лишь по одному ребру $(i, j) \in \varepsilon$ за раз.

Выводы данного исследования. В результате проведения расчётов получен алгоритм максимально эффективного использования памяти, который использует меньшее количество итераций, чем стандартное изображение

максимального потоку, без ушкодження на оптимальність. Предложенный подход позволяет нам оптимально решать гораздо большие задачи на стандартном компьютере.

Предложенный алгоритм устанавливает метод выбора минимизации графов типа Исайки, когда полный граф нельзя сохранить в памяти.

1. Propp, James Gary and David Bruce Wilson (1996). Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics. In: Random structures and Algorithms 9.1-2, pp. 223-252.
2. Hughes, John, Murali Haran, and Petruta C Caragea (2011). Autologistic models for binary data on a lattice. In: Environmetrics 22.7, pp. 857-871.
3. W. Zucchini, I. L. MacDonald, and R. Langrock. Hidden Markov Models for Time Series: An Introduction Using R. Chapman and Hall, 2016.
4. M. J. Wainwright and M. I. Jordan. Graphical Models, Exponential Families, and Variational Inference. Found. and Tr. in Mach. Learn., 1(1-2):1-305, 2008.
5. Ishikawa, H., Exact optimization for Markov random fields with convex priors. PAMI, (2003).
6. Жебка В.В., Виноградов В.И., Бондарчук А.П., Степанов М.Н. Оптимизация работы алгоритма градиентного бустинга с помощью перекрестной проверки // Актуальні проблеми економіки. Київ: НАУ, 2019. №12. С.189-197.
7. Жебка В.В. Управління фінансовими ризиками за допомогою машинного навчання // В.В. Жебка / Зв'язок. Київ: ДУТ, 2018. №6 С. 32-35.
8. Тихонов Є.С. Використання статистичних та аналітичних методів для вирішення проблем "великих даних" // Є.С. Тихонов, В.В. Жебка, А.П. Бондарчук / Зв'язок. Київ: ДУТ, 2018. №4. С. 29-33.
9. Caixie Zhang, Honglak Lee, and Kang G Shin. Efficient distributed linear classification algorithms via the alternating direction method of multipliers. In International Conference on Artificial Intelligence and Statistics, pages 1398-1406, 2012. [ZMJ13]
10. L. Zhang, M. Mahdavi, and R. Jin. Linear convergence with condition number independent access of full gradients. In NIPS, pages 980-988. 2013.

-
1. Propp, James Gary and David Bruce Wilson (1996). Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics. In: Random structures and Algorithms 9.1-2, pp. 223-252.
 2. Hughes, John, Murali Haran, and Petruta C Caragea (2011). Autologistic models for binary data on a lattice. In: Environmetrics 22.7, pp. 857-871.
 3. W. Zucchini, I. L. MacDonald, and R. Langrock. Hidden Markov Models for Time Series: An Introduction Using R. Chapman and Hall, 2016.
 4. M. J. Wainwright and M. I. Jordan. Graphical Models, Exponential Families, and Variational Inference. Found. and Tr. in Mach. Learn., 1(1-2):1-305, 2008.
 5. Ishikawa, H., Exact optimization for Markov random fields with convex priors. PAMI, (2003).
 6. Zhebka V.V., Vynohradov V.Y., Bondarchuk A.P., Stepanov M.N. Optymyzatsiya raboty alhorytma hradyentnoho bustynha s pomoshchiu perekrestnoi proverky // Aktualni problemy ekonomiky. Kyiv: NAU, 2019. №12. S.189-197.
 7. Zhebka V.V. Upravlinnia finansovymy ryzykamy za dopomohoiu mashynnoho navchannia // V.V. Zhebka / Zviazok. Kyiv: DUT, 2018. №6. S. 32-35.
 8. Tykhonov Ye.S. Vykorystannia statystychnykh ta analitychnykh metodiv dlia vyrishennia problem "velykykh danykh" // Ye.S. Tykhonov, V.V. Zhebka, A.P. Bondarchuk / Zviazok. Kyiv: DUT, 2018. №4. S. 29-33.
 9. Caixie Zhang, Honglak Lee, and Kang G Shin. Efficient distributed linear classification algorithms via the alternating direction method of multipliers. In International Conference on Artificial Intelligence and Statistics, pages 1398-1406, 2012. [ZMJ13]
 10. L. Zhang, M. Mahdavi, and R. Jin. Linear convergence with condition number independent access of full gradients. In NIPS, pages 980-988. 2013.