ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

DOI - 10.32743/UniTech.2021.86.5.11814

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В УСЛОВИЯХ ПЛАСТИЧНОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧ НУЛЕВОЙ ГАУССОВОЙ КРИВИЗНЫ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПЛАСТИНОК ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ

Асадов Шухрат Қудратович

ассистент,

Бухарский инженерно-технологический институт,

Республика Узбекистан, г. Бухара

E-mail: asadov.shuxrat@yandex.com*Нарзуллаева Шахноз Худойёровна*

учитель средней школы № 24,

Республика Узбекистан, г. Бухара

MATHEMATICAL MODELING OF PLASTICITY CONDITIONS FOR PROBLEMS OF ZERO GAUSSIAN CURVATURE OF THE STRESS STATE OF PLATES UNDER VARIABLE LOADS

Shuxrat Asadov

Assistant,

Bukhara Engineering Technological Institute,

Republic of Uzbekistan, Bukhara

Shaxnoz Narzullaeva

Teacher of secondary school № 24,

Republic of Uzbekistan, Bukhara

АННОТАЦИЯ

На основе теории малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина, В.В. Москвитина, Ю.Х. Ахмедова сформулированы математические модели функции пластичности для задач плоского напряженного состояния пластинок при переменных упругопластических нагрузках.

ABSTRACT

On the basis of the theory of small elastoplastic deformations of A.A. Ilyushin, V.V. Moskvitina, Yu.Kh. Akhmedov, mathematical models of the plasticity function for problems of the plane stress state of plates under variable elastic-plastic loads are formulated.

Ключевые слова: упруго-пластическая деформация, напряжение, плоскость, модуль сдвига, разгрузка, алгебраическое преобразование.

Keywords: elastic-plastic deformation, stresses, plane, shear modulus, unloading, algebraic transformation.

Тонкая пластинка находится под действием сил, приложенных к ее плоскости.

Рассмотрим средние значения напряжений $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$, зависимость между компонентами напряжений и деформации определяется по теории малых упруго-пластических деформаций с учетом условия не сжимаемости в области первого упруго-пластического нагруженного [1–5]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} - \sigma &= G_i e_{xx} \\ \sigma_{yy} - \sigma &= G_i e_{yy} \\ \sigma_{xy} &= \frac{1}{2} G_i e_{xy} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{Здесь } \sigma = \frac{1}{3} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) - \text{объемное напряжение.} \quad (2)$$

$$G_i = \frac{2}{3} * \frac{\sigma_i}{e_i} - \text{модуль сдвига при упруго-пластических деформациях.} \quad (3)$$

$$\sigma_i = ((\sigma_{xx}^3 + \sigma_{yy}^3)(\sigma_{xx} + \delta_{xx})^{-1} + 3 \sigma_{xy}^2)^{0.5} - \text{интенсивность напряжений.} \quad (4)$$

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}} ((e_{xx}^3 - e_{yy}^3) * (e_{xx} - e_{yy})^{-1} + 4^{-1} e_{xy}^2)^{0.5} - \text{интенсивность деформаций} \quad (5)$$

при упругих деформациях, т.е. $e_i < e_s$, $G_i = 2G$ (6)
 e_s – деформация текучести, G – модуль сдвига.

При упругой разгрузке:

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_{xx}^* - \mathfrak{E}^* &= 2Ge_{xx}^* \\ \mathfrak{E}_{yy}^* - \mathfrak{E}^* &= 2Ge_{yy}^*, \\ \mathfrak{E}_{xy}^* &= Ge_{xy}^*\end{aligned}\quad (7)$$

где

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_{xx}^* &= \mathfrak{E}_{xx} - \mathfrak{E}_{xx}^0, \mathfrak{E}_{yy}^* = \\ \mathfrak{E}_{yy} - \mathfrak{E}_{yy}^0, \mathfrak{E}_{xy}^* &= \mathfrak{E}_{xy} - \mathfrak{E}_{xy}^0,\end{aligned}\quad (7')$$

$$e_{xx}^* = e_{xx} - e_{xx}^0, e_{yy}^* = e_{yy} - e_{yy}^0,$$

$$e_{xy}^* = e_{xy} - e_{xy}^0. \quad (7'')$$

Здесь $\mathfrak{E}_{xx}^0, \mathfrak{E}_{yy}^0, \mathfrak{E}_{xy}^0, e_{xx}^0, e_{yy}^0, e_{xy}^0$ соответствует значению $\mathfrak{E}_{xx}, \mathfrak{E}_{yy}, \mathfrak{E}_{xy}, e_{xx}, e_{yy}, e_{xy}$ в точке N (рис. 1). В дальнейшем напряжение и деформация, соответствующие линиям OM и MN, будут обозначены через $\mathfrak{E}_{xx}^{(1)}, \mathfrak{E}_{yy}^{(1)}, \mathfrak{E}_{xy}^{(1)}, e_{xx}^{(1)}, e_{yy}^{(1)}, e_{xy}^{(1)}$, линиям NP, PQ и PR – через $\mathfrak{E}_{xx}^{(2)}, \mathfrak{E}_{yy}^{(2)}, \mathfrak{E}_{xy}^{(2)}, e_{xx}^{(2)}, e_{yy}^{(2)}, e_{xy}^{(2)}$. Линиям SQ, ZN₁ или RS, SK₁, M₁N₁ – через $\mathfrak{E}_{xx}^{(3)}, \mathfrak{E}_{yy}^{(3)}, \mathfrak{E}_{xy}^{(3)}, e_{xx}^{(3)}, e_{yy}^{(3)}, e_{xy}^{(3)}$.

Рисунок 1. Модуль сдвига при упруго-пластических деформациях

Тогда (7) можно переписать так:

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_{xx}^{*(2)} - \mathfrak{E}^{*(2)} &= 2Ge_{xx}^{*(2)} \\ \mathfrak{E}_{yy}^{*(2)} - \mathfrak{E}^{*(2)} &= 2Ge_{yy}^{*(2)}, \\ \mathfrak{E}_{xy}^{*(2)} &= Ge_{xy}^{*(2)}\end{aligned}\quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_{xx}^{*(2)} &= \mathfrak{E}_{xx}^{*(2)} - \mathfrak{E}_{xx}^{0(1)}, \\ \mathfrak{E}_{yy}^{*(2)} &= \mathfrak{E}_{yy}^{*(2)} - \mathfrak{E}_{yy}^{0(1)}, \\ \mathfrak{E}_{xy}^{*(2)} &= \mathfrak{E}_{xy}^{*(2)} - \mathfrak{E}_{xy}^{0(1)}.\end{aligned}$$

В области вторичных пластических деформаций при первой разгрузке [1; 5]:

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_{xx}^{*(2)} - \mathfrak{E}^{*(2)} &= G_i^{*(2)} e_{xx}^{*(2)} \\ \mathfrak{E}_{yy}^{*(2)} - \mathfrak{E}^{*(2)} &= G_i^{*(2)} e_{yy}^{*(2)}, \\ \mathfrak{E}_{xy}^{*(2)} &= \frac{1}{2} G_i^{*(2)} e_{xy}^{*(2)}\end{aligned}\quad (9)$$

где

$$G_i^{*(2)} = \frac{2\mathfrak{E}_i^{*(2)}}{3e_i^{*(2)}}, \quad (10)$$

$$\mathfrak{E}_i^{*(2)} = ((\mathfrak{E}_{xx}^{*(2)3} + \mathfrak{E}_{yy}^{*(2)3})(\mathfrak{E}_{xx}^{*(2)} + \mathfrak{E}_{yy}^{*(2)}) - 1 + 3\mathfrak{E}_{xy}^{*(2)2})^{0.5}, \quad (11)$$

$$e_i^{*2} = 2 * (3) - 0.5((e_{xx}^{*(2)3} - e_{yy}^{*(2)3})(e_{xx}^{*(2)} - e_{yy}^{*(2)}) - 1 + 4e_{xy}^{*(2)2})^{0.5}. \quad (12)$$

Формулы (9)–(12) имеют силу и на линии HR – в области первого знакопеременного нагруженного. На линиях QZ или RK (в области второй упругой разгрузки) имеют место соотношения:

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_{xx}^{*(3)} - \mathfrak{E}^{*(3)} &= 2Ge_{xx}^{*(3)} \\ \mathfrak{E}_{yy}^{*(3)} - \mathfrak{E}^{*(3)} &= 2Ge_{yy}^{*(3)}, \\ \mathfrak{E}_{xy}^{*(3)} &= Ge_{xy}^{*(3)}\end{aligned}\quad (13)$$

а на линиях SK_1 и M_1N_1 :

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_{xx}^{*(3)} - \mathfrak{S}^{*(3)} &= G_i^{*(3)} e_{xx}^{*(3)} \\ \mathfrak{S}_{yy}^{*(3)} - \mathfrak{S}^{*(3)} &= G_i^{*(3)} e_{yy}^{*(3)}, \\ \mathfrak{S}_{xy}^{*(3)} &= \frac{1}{2} G_i^{*(3)} e_{xy}^{*(3)}\end{aligned}\quad (14)$$

где

$$\mathfrak{S}_{xx}^{*(3)} = \mathfrak{S}_{xx}^{*(3)} - \mathfrak{S}_{xx}^{0(2)}, \mathfrak{S}_{yy}^{*(3)} = \mathfrak{S}_{yy}^{*(3)} - \mathfrak{S}_{yy}^{0(2)}, \mathfrak{S}_{xy}^{*(3)} = \mathfrak{S}_{xy}^{*(3)} - \mathfrak{S}_{xy}^{0(2)},$$

$$\begin{aligned}e_{xx}^{*(3)} &= e_{xx}^{*(3)} - e_{xx}^{0(2)}, e_{yy}^{*(3)} = e_{yy}^{*(3)} - e_{yy}^{0(2)}, e_{xy}^{*(3)} = \\ &= e_{xy}^{*(3)} - e_{xy}^{0(2)} \\ G_i^{*(3)} &= \frac{2}{3} \frac{\mathfrak{S}_i^{*(3)}}{e_i^{*(3)}},\end{aligned}\quad (15)$$

$$\mathfrak{S}_i^{*(3)} = ((\mathfrak{S}_{xx}^{*(3)} - \mathfrak{S}_{yy}^{*(3)}) + \mathfrak{S}_{xx}^{*(3)} \mathfrak{S}_{yy}^{*(3)} + 3 \mathfrak{S}_{xy}^{*(3)2})^{0.5}, \quad (16)$$

$$e_i^{*(3)} = \frac{2}{\sqrt{3}} ((e_{xx}^{*(3)2} + e_{yy}^{*(3)2}) - e_{xx}^{*(3)} e_{yy}^{*(3)} + 4 e_{xy}^{*(3)2})^{0.5}. \quad (17)$$

$e_i^{*(3)} = \frac{2}{\sqrt{3}} ((e_{xx}^{*(3)2} + e_{yy}^{*(3)2}) - e_{xx}^{*(3)} e_{yy}^{*(3)} + 4 e_{xy}^{*(3)2})^{0.5}$ – области произвольного количества упруго-пластичного нагруженного или разгруженного с номером k – имеют место соотношения:

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_{xx}^{*(k)} - \mathfrak{S}^{*(k)} &= G_i^{*(k)} e_{xx}^{*(k)} \\ \mathfrak{S}_{yy}^{*(k)} - \mathfrak{S}^{*(k)} &= G_i^{*(k)} e_{yy}^{*(k)}, 0 \\ \mathfrak{S}_{xy}^{*(k)} &= \frac{1}{2} G_i^{*(k)} e_{xy}^{*(k)}\end{aligned}\quad (18)$$

где

$$\mathfrak{S}_{xx}^{*(k)} = \mathfrak{S}_{xx}^{*(k)} - \mathfrak{S}_{xx}^{0(k-1)}, \mathfrak{S}_{yy}^{*(k)} = \mathfrak{S}_{yy}^{*(k)} - \mathfrak{S}_{yy}^{0(k-1)}, \mathfrak{S}_{xy}^{*(k)} = \mathfrak{S}_{xy}^{*(k)} - \mathfrak{S}_{xy}^{0(k-1)}$$

$$\begin{aligned}e_{xx}^{*(k)} &= e_{xx}^{*(k)} - e_{xx}^{0(k-1)}, e_{yy}^{*(k)} = e_{yy}^{*(k)} - e_{yy}^{0(k-1)}, \\ e_{xy}^{*(k)} &= e_{xy}^{*(k)} - e_{xy}^{0(k-1)} \\ G_i^{*(k)} &= \frac{2}{3} \frac{\mathfrak{S}_i^{*(k)}}{e_i^{*(k)}},\end{aligned}\quad (19)$$

$$\mathfrak{S}_i^{*(k)} = ((\mathfrak{S}_{xx}^{*(k)2} - \mathfrak{S}_{xx}^{*(k)} \mathfrak{S}_{yy}^{*(k)} + 3 \mathfrak{S}_{xy}^{*(k)2})^{0.5}, \quad (20)$$

$$e_i^{*(k)} = \frac{2}{\sqrt{3}} ((e_{xx}^{*(k)} + e_{yy}^{*(k)})^2 - e_{xx}^{*(k)} e_{yy}^{*(k)} + 4 e_{xy}^{*(k)2})^{0.5}. \quad (21)$$

Выделяя упругую часть в диаграмме $(\mathfrak{S}_i, e_i)$, функцию $\mathfrak{S}_i$ можно представить так [2; 1]:

$$\mathfrak{S}_i = E e_i [1 - \omega(e_i)], \quad (22)$$

где функция пластичности $-\omega(e_i)$ в области для первого нагруженного

$$\omega(e_i) = \begin{cases} 0, & \text{при } l_1 \leq 1 \\ \lambda \left(1 - \frac{1}{l_1}\right), & l_1 > 1 \end{cases}$$

в области переменных упруго-пластических нагруженных и разгруженных выражений (22) имеет следующий вид [1; 2; 4; 5]:

$$\mathfrak{S}_i^{*(k)} = E * e_i^{*(k)} (1 - \omega^{(k)}(e_i^{*(k)}))$$

и при $k \geq 2$

$$\omega^{(k)}(e_i^{*(k)}) = \begin{cases} 0, & k - \text{четном } l_1^{0(k-1)} - 2 < l_1^{(k)} < l_1^{0(k-1)} \\ \lambda \left(1 - \frac{2}{|l_1^{0(k-1)} - l_1^{(k)}|}\right), & k - \text{нечетном } l_1^{0(k-1)} < l_1^{(k)} < l_1^{0(k-1)} + 2 \\ \lambda \left(1 - \frac{2}{|l_1^{0(k-1)} - l_1^{(k)}|}\right), & k - \text{четном } l_1^{0(k-1)} - 2 \geq l_1^{(k)} \\ \lambda \left(1 - \frac{2}{|l_1^{0(k-1)} - l_1^{(k)}|}\right), & k - \text{нечетном } l_1^{0(k-1)} + 2 \leq l_1^{(k)} \end{cases}$$

Здесь $l_1^{(k)} = \frac{e_i^{(k)}}{e_s}$, $k = 1, 2, \dots$, $l_1^{0(1)}, \omega^{0(1)}$ соответствует значениям l_1, ω в точке N , а $l_1^{0(2)}, \omega^{0(2)}$ – значениям $l_1^{(2)}, \omega^{(2)}$ в точке R и. т. д. (см. рисунок).

А.А. Ильюшин, В.В. Москвитин, Ю.Х. Ахмедов расчетные работы выполняли алгебраическим преоб-

разованием для ряда формул, которые в автоматическом режиме легко применяются в системах AutoCAD или компьютерных вычислительных технологиях при выполнении вычислительных работ. Отсюда можно сделать вывод, что степень возможности была бы несколько упрощенной. Следует отметить, что практический размер пакета приложения, а также его расчетное время существенно будут сокращены.

Список литературы:

1. Буриев Т. Расчет тонких плит на ЭВМ. – Ташкент : ФАН, 1976.
2. Ильюшин А.А. Пластичность. – М. : ГИТТЛ, 1948.

3. Исследование НДС стержня при повторно переменных нагрузках с учетом накопления повреждения / М. Олимов, А. Абдусаттаров, Т. Юлдашев, А. Исомиддинов // Механика муаммолари. – Ташкент, 2014. – № 1.
4. Москвитин В.В. Пластичность при переменных нагрузениях. – М. : Издательство МГУ, 1965.
5. Москвитин В.В. Циклические нагружения элементов конструкций. – М. : Наука, 1981.
6. Akmedov Yu.Kh I. Asadov.K. Construction of the shadows of the polyhedron IISS: 2509-0119. Vl. 24 guns. January 2, 2021.PP 370-374. International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT) <http://ijpsat.ijsht-journals.org>
7. Asadov Sh.K., Narzullaeva Sh.X. Bukhara painting of the 19–21 century, technology and technology of performing patterns on wooden surface. – 2021. – Vol. 10. Iss. 04. – P. 240–243. International Journal for Innovative, Engineering and Management Research, APeer Reviewed Open Access International Journal www.ijiemer.org.
8. Iss. 04. – P. 240–243. International Journal for Innovative, Engineering and Management Research, APeer Reviewed Open Access International Journal www.ijiemer.org.