А.Г. Маланичев

РЭШ, Москва

Моделирование экономических колебаний добычи сланцевой нефти¹

Аннотация. Рост добычи сланцевой нефти в США оказался одним из определяющих факторов, который привел к падению цен на нефть в 2014–2016 гг. По мнению экспертов, она стала новым регулятором рынка, потеснив с этой позиции ОПЕК. Объемы добычи сланцевой нефти характеризуются нетривиальной динамикой. После фазы ускоренного роста в 2010–2015 гг. последовал период колебаний объемов добычи, вызванный волатильностью цены нефти. В статье развивается подход к моделированию динамики добычи сланцевой нефти в США на основе аналитических решений дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом. Дифференциальное уравнение отображает тот факт, что объемы добычи изменяются в результате ввода новых скважин и естественного процесса сокращения базовой добычи. Изучены возможности и условия возникновения эндогенных экономических колебаний добычи. Расчеты для периода с декабря 2014 по май 2017 г. показали наличие экономических колебаний добычи с периодом в 33 месяца, что не противоречит результатам наблюдений. Предложенный подход можно использовать как нелинейный структурный метод прогнозирования объемов добычи сланцевой нефти и компоненты ее цены, связанной с изменением объемов добычи.

Ключевые слова: математическое моделирование, дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом, добыча, сланцевая нефть, экономические колебания.

Классификация JEL: Q47, Q47, E32.

1. Введение

Несмотря на стремительное развитие зеленых технологий, нефть остается одним из главных энергоносителей, обеспечивающих поступательное развитие мировой экономики. Высокий уровень цен на нефть еще несколько лет назад поднимал долю затрат на разведку и добычу до 4% мирового ВВП. Страны-экспортеры получали более 1 трлн долл. в год за поставки нефти и использовали эти средства на развитие инфраструктуры, модернизацию производства и увеличение благосостояния граждан (Woetzel et al., 2017).

Но после начала снижения цен на нефть в середине 2014 г. ситуация изменилась. Это привело к замедлению развития стран ОПЕК, рецессии в России, ослаблению роста инвестиций в экономике США и сдерживанию инфляции в развитых странах (Buckley, 2016; Hatzius et al., 2016). Считается, что существенную роль в падении нефтяных цен сыграл рост добычи нефти на сланцевых месторождениях в США (Baffes et al., 2015).

Развитие добычи сланцевой нефти вызвано рядом экономических, технологических, геологических и институциональных факторов, комбинация которых обусловила сланцевую революцию именно в США, а не в других странах залегания нетрадиционных угле-

¹ Дополнительные материалы, раскрывающие математическую технику поиска корней рассматриваемых уравнений, размещены на сайте Журнала Новой экономической ассоциации по адресу: <http://journal.econorus.org/japp.phtml>.

водородных ресурсов. Начиная с 2012 г. сочетание высоких цен на нефть и падение себестоимости добычи под напором совершенствующихся технологий горизонтального бурения, гидроразрыва пласта, 3D-сейстики перевели добычу сланцевой нефти в фазу активного роста, и в 2014 г. ее объем достиг 4% мирового рынка. Достижение критической доли рынка новым ресурсом, усиленное рядом других факторов (рост добычи в странах ОПЕК, снятие санкций с Ирана, угроза переполнения хранилищ нефти в США и т.п.), привели к стремительному падению цен на нефть с 110 долл./барр. в начале 2014 г. к 30 долл./барр. в январе 2016 г. (Yergin, Burkhard, 2017). Снижение цен до уровня ниже себестоимости добычи ударило по производителям нефти. Достигнув по инерции пика в 5,47 млн барр./сут. в марте 2015 г., объемы добычи на сланцевых месторождениях США стали снижаться, опустившись к минимуму в 4,75 млн барр./сут. в июле–декабре 2016 г. (рис. 1). Повышение цен на нефть во второй половине 2016 г. привело к росту инвестиционной активности в виде увеличения числа работающих буровых установок в США и последующему ускорению добычи нефти с начала 2017 г.

Таким образом, можно предположить, что объемы добычи пережили полупериод (17–22 месяца от пика до минимума) некой колебательной динамики. Рост и последующее снижение объемов добычи нефти, соответственно, негативно, а затем и позитивно влияли на ее цену. Короткий инвестиционный цикл американской сланцевой индустрии по сравнению с другими видами ресурсов нефти (рис. 2) превратил ее в новый мировой регулятор цены, отодвинув ОПЕК на второй план. Таким образом, задача анализа динамики добычи сланцевой нефти в США представляется весьма важной и актуальной для понимания формирования мировой цены нефти, которая, в свою очередь, является важным фактором развития как мировой, так и российской экономик.

В современной научной литературе отмечается нехватка публикаций, посвященных исследованиям динамики добычи сланцевой нефти в США с помощью математических моделей. Скорее всего это связано с небольшим периодом времени, прошедшим после наступления понимания важности нового ресурса для мирового рынка нефти. И хотя имеется несколько обзорных работ (Curtis, 2015; Горячева, Миловидов, 2016; Hughes, 2016), но математические модели добычи встречаются

Рис. 1

Добыча нефти на сланцевых месторождениях США, млн барр./сут.

Рис. 2

Характерное время освоения различных видов нефтяных ресурсов (от инвестиционного решения до максимального объема добычи)

и редко — их совокупность (Brandt, 2010). Попытка комплексного подхода к описанию добычи сланцевой нефти на основе обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка предпринята в (Маланичев, 2017а, 2017б).

Настоящая работа является продолжением изучения аналитических решений дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, теория которых хорошо проработана (см., например, (Геворкян, 2004)). Поэтому задача сформулирована в непрерывном, а не дискретном времени (т.е. изучаются решения дифференциального, а не разностного уравнения), что позволяет получить динамику добычи в непрерывных дифференцируемых аналитических функциях.

Используемый подход к моделированию является структурным, т.е. он моделирует явление с учетом существующих взаимосвязей исследуемой системы, обеспечивает выполнение материального баланса, коэффициенты имеют понятный экономический или физический смысл. Структурный подход имеет 4 дополнительных преимущества по сравнению с неструктурными (эмпирическими) методами исследования:

- 1) позволяет проводить различного рода анализы чувствительности, например для выработки политики регулирования отрасли;
- 2) не требует обширной статистической выборки для обучения модели, поэтому имеет возможность эффективно анализировать нестационарные ряды данных и переходные режимы. Коэффициенты модели не становятся незначимыми и не меняют свои знаки при изменении размера выборки;
- 3) теория дифференциальных уравнений позволяет системно исследовать условия, определяющие тот или иной вид решений (периодическое или аperiodическое, устойчивое или

только в нецензурируемых изданиях, например, в отчетах банковских аналитиков и энергетических агентств. Среди российских и зарубежных авторов, построивших модели добычи сланцевой нефти, можно отметить работы (Lasky, 2016; Bjørnland et al., 2016; Золина, 2014).

В существующих подходах к математическому моделированию добычи нефти обычно используется только какой-либо один фактор (геологический, технологический, экономический или институциональный)

неустойчивое), выдвигать гипотезы относительно функциональной формы возможных решений, определять точки равновесия системы и изучать их устойчивость;

- 4) основное достоинство структурного подхода вытекает из недостатков эмпирических моделей, которыми являются «трудности обоснования границ применимости и узкий диапазон исходных данных, при которых эти зависимости можно использовать» (Эскин, 1989).

В основе предлагаемого подхода лежит дифференциальное уравнение добычи нефти (Маланичев, 2017а), выражающее сохранение материального баланса. Согласно балансу изменения объема производства сланцевой нефти связаны с добычей из новых скважин, пробуренных в текущем месяце, и снижением добычи из существующих скважин:

$$dq / dt = q_{new} - cq, \quad (1)$$

где t — время, месяцы; q — объем добычи нефти, млн барр./сут.; $q_{new} = eN$ — добыча нефти из новых скважин, млн барр./сут. Скважина считается новой по прошествии одного месяца после завершения работ по ее обустройству и подготовке к добыче (заканчивание); e — производительность буровой установки, млн барр./сут. (она рассчитывается как количество баррелей нефти, добытых в течение месяца из скважин, пробуренных за это время одной буровой установкой); N — число буровых установок, которые бурят новые скважины; c — коэффициент скорости снижения базовой добычи.

Уравнение (1) является аналогом линейного неоднородного уравнения, описывающего динамику производственных мощностей (Эскин, 1989) или натурального выпуска q (Лукьянов, 2013) в общем виде без привязки к какой-либо отрасли:

$$\frac{dq}{dt} = K(t) / k - rq(t), \quad (1')$$

где $K(t)$ — капиталовложения; k — капиталоемкость единичной мощности; r — темп выбытия мощностей, или коэффициент износа (коэффициент амортизации).

Аналогия между приведенными уравнениями хорошо прослеживается, если принять, что капиталоемкость единичной мощности обратно пропорциональна величине эффективности бурения ($k \sim 1/e$), а капиталовложения пропорциональны числу буровых установок ($K \sim N$).

Различные допущения относительно слагаемых уравнения (1) дают возможность прийти к важным выводам об объемах добычи нефти в США и показать непротиворечивость данного подхода существующим моделям. В частности, в (Маланичев, 2017а) было показано, что классическая модель суперпозиции дебитов отдельных скважин и кривая добычи Хабберта являются решениями предложенного уравнения. Предположение о том, что производительность буровых уста-

новок описывается не S-образной, а колоколообразной кривой, приводит к выводу о достижении производительностью и добычей пика в определенный момент времени, после чего показатели будут снижаться из-за истощения ресурса.

Перспективный объем добычи может быть оценен с помощью частного решения $q_{\text{чн}}$ неоднородного дифференциального уравнения (1), которое определяет точку равновесия при $t \rightarrow \infty$ и $dq/dt = 0$:

$$q_{\text{чн}} = e N / c. \quad (2)$$

Объем добычи прямо пропорционален новым дебитам (произведению производительности буровых установок на их число) и обратно пропорционален константе скорости падения базовой добычи из существующих скважин. Траектория движения объема добычи к своему стационарному состоянию описывается решением задачи Коши уравнения (1):

$$q(t) = (q_0 - q_{\text{чн}}) e^{-ct} + q_{\text{чн}}, \quad (3)$$

где $q(t=0) = q_0$ — объем добычи в первоначальное время.

Расчет по формуле (2) при текущих параметрах рынка дает $q(t \rightarrow \infty) = 6,25$ млн барр./сут. Этот результат может быть несколько завышенным относительно современных рыночных условий, характерных для мая 2017 г., поскольку при расчете не учитываются ни уровень извлекаемых запасов, ни ограничение емкости рынка (спроса). Другой недостаток предложенного подхода — негласное допущение о том, что все слагаемые уравнения (1) являются функциями времени и рассматриваются в один и тот же момент t . На самом деле это не так, поскольку динамика цены транслируется в изменение объема добычи с определенным запаздыванием, среднее значение которого на современном этапе оценивается экспертами рынка в 4–6 месяцев (Vigna et al., 2017). Запаздывание объясняется длительностью принятия и реализации инвестиционного решения.

В экономике инвестиционные временные лаги являются важной характеристикой процесса воспроизводства и одной из причин возникновения экономических колебаний (Hansen, 1951). Согласно А. Хансену экономические колебания возникают из-за механизмов отставания и опережения. Экономические циклы с продолжительностью 7–12 лет, обусловленные инвестиционным лагом, были открыты французским экономистом К. Жугляром в 1862 г. В 2011 г. польский экономист М. Колецкий (López, Assous, 2011) получил уравнение, описывающее изменение запаса капитала, которое оказалось по структуре подобным уравнению, которое изучается в настоящей работе. Подобные волновые процессы могут происходить не только в экономике в целом, но и на уровне отдельных отраслей. Чаще всего исследуют более длинные волны, называемые суперциклами. Например, исследователи мирового института McKinsey (Woetzel et al., 2017) объясняют

ажитоажный приток инвестиций и рост добычи энергоносителей и металлов, наблюдаемый в последние 15 лет, ростом китайской экономики. Они считают, что к настоящему времени цикл закончился и аналогичного Китаю феномена не предвидится, поэтому возникновение очередного суперцикла с полупериодом около 15 лет маловероятно.

Противоположную точку зрения высказывают аналитики Центрального банка Турции (Erdem, Ünalms, 2016). По их мнению, суперцикл нефтяных цен по-прежнему в силе, последний пик был достигнут в 2012 г., и теперь мировая экономика находится на ниспадающей части суперцикла. Специалисты банка отмечают нехватку современных работ, изучающих отраслевые долгосрочные колебания. К сожалению, еще труднее выделить научные труды, которые анализируют и моделируют более короткие колебания в добывающих отраслях, и в частности в нефтяной индустрии. Среди известных исследований стоит отметить работу (Cuaresma et al., 2009), в которой сделана попытка использовать гармонический ряд для предсказания цен на нефть. Как уже отмечалось раньше, неструктурированные подходы имеют определенные ограничения и остаются за рамками данного исследования.

Появление нового ресурса нефти с коротким инвестиционным циклом повысил актуальность проблемы изучения динамики добычи нефти в США и анализа возможности появления колебаний в этом новом контуре управления мировым рынком нефти. Таким образом, основной целью настоящей работы является исследование возможных траекторий добычи сланцевой нефти США в зависимости от макроэкономических, технологических и геологических параметров в условиях ограниченного спроса и инвестиционного лага. Особое внимание уделяется изучению условий возникновения как затухающих, так и нарастающих колебаний объемов добычи.

Настоящее исследование опирается на данные отчета EIA об эффективности бурения Drilling Productivity Report (EIA, 2017a). В отчете собрана самая свежая информация о количестве активных буровых установок и их производительности для семи ключевых регионов добычи сланцевой нефти, отвечающих за 92% добычи сланцевой нефти (регионы Utica, Permian, Niobrara, Marcellus, Haynesville, Eagle Ford и Bakken). Параметры уравнения (1) получаются суммированием или усреднением данных по этим регионам (например, объемы добычи складываются, а производительность буровых установок взвешивается по их числу в каждом регионе). Динамика цены нефти марки WTI, влияющая на инвестиции, взята из отчета EIA STEO (EIA, 2017b).

2. Дифференциальное уравнение добычи нефти с запаздывающим аргументом

Использование цены в качестве входного параметра в моделях динамики добычи нефти является достаточно распространенным

подходом, который применялся как российскими (Афанасьев, 2017; Трофимчук, 2015; Колпаков, Семикашев, 2016), так и зарубежными авторами (Benes et al., 2012; Uri, 1982; Kaufmann, 1991). В работах (Baffes, 2015; Curtis, 2015; Lasky, 2016; Трофимчук, 2015; Колпаков, 2016; Benes et al., 2012; Uri, 1982; Kaufmann, 1991) также отмечена важность учета временного лага между динамикой цены, инвестициями и добычей нефти, который для различных видов ресурсов нефти колеблется от 0,1 до 14 лет (см. рис. 2). Лаги выявлены как эконометрическими исследованиями, так и опытно-экспертным путем.

Временной лаг в инвестиционном цикле проектов добычи нефти складывается из двух составляющих: лага инвестиционного решения по отношению к изменению конъюнктуры рынка (цены нефти марки WTI) и лага трансляции принятого инвестиционного решения в новые объемы добычи.

Примерно 3 месяца уходит на то, чтобы участники рынка повели, например, в устойчивость повышения цен, приняли решение об увеличении добычи и росте инвестиций и договорились с кредитными организациями/инвесторами о финансировании (Vigna, 2017). После этого нанимаются буровые бригады, арендуется буровое оборудование (данный процесс можно отследить по динамике изменения числа активных буровых установок по еженедельным публикациям бюллетеня «Baker Hugs»). Для простоты подхода смоделируем этот процесс с помощью линейного регрессионного уравнения без константы:

$$N(t) = k'p(t-3), \quad (4)$$

где $p(t-3)$ — цена нефти марки WTI, взятая 3 месяца назад от момента времени t ; $k' = 11,3$ — эмпирическая константа, полученная в ходе регрессионного анализа на периоде 2010–2016 гг. (рис. 3).

Регрессионное уравнение (4) не учитывает несколько практически важных, но теоретически сложных моментов.

Во-первых, константа уравнения не отражает роста производительности труда и изменения себестоимости, которые являются весьма динамичными характеристиками добычи сланцевой нефти. В частности, себестоимость добычи на залежи Permian Midland за период исследования упала с 85 долл. в 2013 г. до 39 долл./барр. в 2016 г. (Маланичев, 2017а).

Во-вторых, участники рынка при принятии решений о найме бурового оборудования и бригад для его обслуживания могут исходить не только из текущей цены нефти и себестоимости, но и ожиданий будущих значений этих показателей. Например, связь между ценой нефти и числом активных буровых установок может зависеть от направления динамики цены (падающая или возрастающая). Зависимость возникает из-за попыток производителей получить дополнительную прибыль за счет продажи наращенных объемов нефти по более дорогой цене.

В-третьих, часть игроков могут захеджировать свои операции, т.е. заключить контракт на поставку нефти в будущем по фиксирован-

ной цене, уровень которой определяется значением соответствующего фьючерса.

Эти факторы делают процесс предсказания числа буровых станков весьма неопределенным. Их учет требует проведения дополнительных исследований и находится за рамками данной работы.

Выборка, на которой проводилось исследование, составляет 32 значения, что достаточно, для того чтобы вынести суждения

о статистической значимости полученного коэффициента k' . Его положительное значение приводит к тому, что по мере роста цены на нефть число буровых станков увеличивается. Высокое значения коэффициента детерминации $R^2 = 0,85$ свидетельствует о тесной статистической связи между результирующей переменной (число буровых станков) и объясняющей переменной (ценой нефти марки WTI). Значения t -статистики по модулю превышает значение 2, что подтверждает статистическую значимость найденного значения коэффициента k' в (4).

Процесс бурения занимает не менее двух недель, после чего еще полтора месяца уходит на операции по закачиванию скважины: установку обсадной колонны, цементирование, перфорирование, проведение гидроразрыва и т.д. Поэтому только после двух месяцев работ начинается добыча из вновь пробуренных скважин. Таким образом, новые дебиты вычисляются по формуле

$$q_{new}(t) = eN(t-2) = kp(t-5), \quad (5)$$

где $k = ek'$. Связь между ценой и объемами добычи нефти учитывается с помощью обратного закона спроса:

$$p = b' - a'q, \quad (6)$$

где a' и b' — положительные эмпирические коэффициенты. Данная форма закона предполагает, что цена нефти зависит только от объема добычи сланцевой нефти $q(t)$. Добыча других видов нефтяных ресурсов принимается постоянной и включена в константу b' . Динамику добычи других видов нефти можно учесть, введя закон изменения параметра $b'(t)$ от времени t , однако эта опция оставлена для будущих исследований.

Если подставить динамику добычи сланцевой нефти в (6), на выходе уравнения получится динамика изменения компоненты цены нефти марки WTI, обусловленной изменением только объемов добычи сланцевой нефти. Динамика этой компоненты в общем случае будет отличаться от динамики цены марки WTI, поскольку добыча нефти, отличной от сланцевой, меняется во времени. Однако в пер-

Рис. 3

Корреляция между ценой нефти WTI и числом буровых установок, долл.

воначальный момент времени p совпадает со значением цены нефти марки WTI. Для простоты изложения будем считать добычу других видов нефти постоянной, а p — называть ценой нефти.

Оценки коэффициентов формулы (6) получим через данные, доступные из имеющихся источников. Например, расчеты на модели общего равновесия показывают, что каждый дополнительный 1 млн барр./сут. понижает мировую цену нефти на $\varepsilon = 14\%$ (Word Bank, 2015). Коэффициент a' оказывается пропорционален цене нефти p_0 , при которой делается расчет коэффициентов, и эластичности ε :

$$a' = \varepsilon p_0. \quad (7)$$

Коэффициент a' отвечает за угол наклона кривой спроса: чем больше эластичность и базовая цена, тем больше угол наклона к горизонтальной оси, тем менее эластичен спрос по цене. Другими словами, изменение цены не превращается в более сильное изменение спроса.

Коэффициент b' определяет точку пересечения кривой спроса с вертикальной осью, т.е. соответствует цене при нулевом объеме добычи. Коэффициент также зависит от эластичности и цены, при которой делается расчет. Дополнительным параметром является объем добычи в первоначальный момент времени q_0 , при котором делается оценка кривой спроса:

$$b' = (1 + \varepsilon q_0) p_0. \quad (8)$$

Подставляя (6) в (5), потом (5) в (1) и заменяя для общности рассуждений лаг в 5 месяцев на τ , приходим к неоднородному линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами и запаздывающим аргументом:

$$\frac{dq}{dt} + a q(t - \tau) + cq = b, \quad (9)$$

где $a = a'k$, $b = b'k$, c — положительные эмпирические коэффициенты.

Напомним, что если снять допущение о постоянстве добычи нефти, отличной от сланцевой, то коэффициент b становится переменным во времени. Однако исследование неоднородного уравнения с переменной правой частью лежит за рамками настоящей работы.

Важно понимать, что временной лаг в экономике в общем случае не является единственной и постоянной величиной, а может быть распределен во времени, и со временем это распределение может изменяться. Тогда число буровых установок может быть выражено через цену в различные моменты времени:

$$N(t) = \sum_{\tau=0}^W K'_\tau p(t - \tau) + K'(t), \quad (10)$$

где τ — временной лаг (число месяцев); W — максимальное значение временного лага (число месяцев); $K'_\tau(t)$ — индивидуальный вклад цены с данным лагом в число буровых. Совокупность этих коэффициентов показывает структуру лага; $K'(t)$ — остаточная компонента распределения лагов.

Производительность буровых установок до августа 2016 г. непрерывно увеличивалась, что связано, преимущественно, с совершенствованием технологий. Используются более мощные приводы буровых, бурятся более длинные горизонтальные стволы скважин, осуществляется многостадийный повторный гидроразрыв, распространяется кустовое бурение и т.д. В работе (Маланичев, 2017а) показано, что производительность может быть аппроксимирована колоколообразной функцией, описывающей динамику объема добычи:

$$e = E_m q, \quad (11)$$

где E_m — эмпирическая константа, характеризующая максимально достижимую эффективность добычи. Другими словами, производительность может не только расти, но и падать из-за истощения ресурса и усложнения доступа к нему.

Подставляя (6) в (10), затем (11) и (10) в (5), новые дебиты будут рассчитываться по формуле

$$q_{new}(t) = q(t) \sum_{\tau=0}^W K_{\tau} q(t-\tau) + K(t), \quad (12)$$

где $K_{\tau} = E_m K_{\tau}$, $K(t) = E_m K'(t)$.

Подстановка уравнения (12) в (1) превращает исходное дифференциальное уравнение в нелинейное относительно объема добычи q , которое входит в него в первой и второй степенях. Этот шаг позволяет применять уравнение (1) для прогноза добычи с эндогенезированной производительностью буровых установок.

Другим направлением развития моделирования является использование зависящей от времени правой части уравнения (9), которая будет отражать изменение спроса во времени.

Одним из вариантов изменения спроса могут быть гармонические колебания, которые будут моделировать волнообразное изменение спроса под воздействием экономического бизнес-цикла или циклов, порожденных запаздыванием инвестиций при разработке других видов ресурсов нефти (см. рис. 2), а также различных шоков предложения и спроса. Тем самым мы наметили отдельную область для дальнейших исследований, а настоящая работа посвящена решению более простого линейного уравнения с постоянными коэффициентами (9).

3. Решения уравнения и их анализ

Если использовать полную классификацию, то полученное уравнение (9) является линейным обыкновенным дифференциальным неоднородным уравнением первого порядка с постоянными коэффициентами и запаздывающим аргументом. Математическая задача состоит в том, чтобы найти его решение, удовлетворяющее начальному условию $q(t=0) = q_0$, т.е. решить задачу Коши. Из теории линейных дифференциальных уравнений известно, что общее решение (9) состоит из комбинации общего решения соответствующего однородного уравнения и одного частного решения неоднородного уравнения.

Решение однородного уравнения ищем методом Эйлера:

$$q(t) = q_0 e^{\lambda t}, \quad (13)$$

где q_0 – первоначальный объем добычи нефти (млн барр./сут.) в момент времени $t = 0$; λ – характеристическое число. Подставляя решение (13) в однородное уравнение, соответствующее (9), приходим к трансцендентному характеристическому уравнению, не имеющему в общем случае аналитических решений:

$$\lambda + a e^{\lambda \tau} + c = 0. \quad (14)$$

Характер решения будет во многом зависеть от типа корней этого уравнения (вещественные или комплексные) и их знака. Продифференцируем (14) по λ и найдем значение единственного вещественного корня

$$\lambda = \ln(a\tau) / \tau. \quad (15)$$

Подставив (15) в характеристическое уравнение (14), получаем

$$F = \ln(a\tau) + c\tau + 1 = 0. \quad (16)$$

Следовательно, условием существования одного корня является равенство нулю критерия $F = 0$. Знак этого критерия помогает вынести суждение о числе и характере корней.

Возможные варианты корней этого уравнения, критерия их появления и характеристика динамики добычи сланцевой нефти приведены в табл. 1.

Таблица 1

Решения характеристического уравнения (14)

Количество и вид корней	Критерий F	Динамика добычи нефти	
		затухающая	нарастающая
1 или 2 вещественных	$F \leq 0$	$a\tau < 1$	Не реализуется
2 комплексно-сопряженных	$F > 0$	$\alpha < 0$	$\alpha > 0$, необходимое условие $a > \omega$

Примечание. Параметр α вводится и обсуждается в п. 3.2.

Источник: сформирована автором.

При $F < 0$, уравнение (14) имеет 2 вещественных корней. В этом случае решением однородного дифференциального уравнения будет комбинация экспонент (13), а вещественные корни отрицательны. Более интересна ситуация непересечения кривых при $F > 0$, когда возникают два комплексно-сопряженных корня, а решение однородного дифференциального уравнения имеет волновой характер.

Контрольный расчет параметров различных решений дифференциального уравнения добычи нефти (9) в зависимости от видов корней характеристического уравнения приведен в табл. 2. Часть параметров, описанных в таблице, вводится в следующих разделах.

Таблица 2

Исходные значения параметров и результаты расчета

Вид	Показатель	Обозначение	Режимы динамики добычи			
			Затухающий			Нарастающий
			граничный	апериодический	колебательный	колебательный
Параметры	Цена нефти, долл./барр.	p_0	49	49	49	150
	Производительность, млн барр./сут.	e	0,0007	0,0007	0,0007	0,0014
	Инвестиционный лаг, мес.	τ	5	3	7	7
Расчетные значения	Критерий	F	0	–0,64	0,45	2,26
	Первый корень, 1/мес.	λ_1	–0,26	–0,14	–	–
	Второй корень, 1/мес.	λ_2	–	–0,92	–	–
	Частота колебаний, 1/мес.	ω	–	–	0,13	0,27
	Период колебаний, мес.	T	–	–	47	23
	Параметр затухания, 1/мес.	α	–	–	–0,16	0,2

Примечание. Для всех расчетов приняты одинаковые $\varepsilon = 14\%$ и $k' = 11,3$.

Источник: сформирована автором.

3.1. Случай вещественных корней

В случае единственного вещественного корня характеристического уравнения (14), при $F = 0$, решение задачи Коши дифференциального уравнения (9) имеет вид:

$$q(t) = \left(q_0 - \frac{b}{c+a} \right) (a\tau)^{1/\tau} + \frac{b}{c+a}. \quad (17)$$

По аналогии с механическими колебаниями уравнение описывает так называемый *граничный затухающий режим* (рис. 4). Из-за того что $a\tau < 1$, при $t \rightarrow \infty$, решение стремится к константе $b/(c+a)$. Оценка долгосрочного значения добычи по этой формуле дает $q_s = 5,6$ млн барр./сут. Это означает, что, по сравнению с минимальным уровнем декабря 2016 г., объем добычи может увеличиться на $5,6 - 4,75 = 0,85$ млн барр./сут. Эта величина может оказаться заниженной, поскольку уравнение (6) не учитывает ежегодного роста спроса, который за последнее десятилетие составляет в среднем около 1,2 млн барр./сут. Рост спроса может частично компенсироваться увеличением предложения другими игроками рынка (Канада, Бразилия, члены ОПЕК, РФ и другие страны).

Снижение значения коэффициента a , лага τ или константы скорости падения профиля добычи с приведут к отрицательному значению критерия (16) $F < 0$, что свидетельствует о случае двух вещественных корней характеристического уравнения (14). В этом случае точного аналитического решения уравнения (14) не существует и ищется его приближенное значение. Решение задачи Коши дифференциального уравнения (9) имеет вид:

$$q(t) = 0,5 \left(q_0 - \frac{b}{c+a} \right) (e^{\lambda_1 t} + e^{\lambda_2 t}) + \frac{b}{c+a}, \quad (18)$$

Рис. 4

Затухающие режимы добычи в зависимости от инвестиционного лага τ

что соответствует режиму апериодического затухания (рис. 4). Важно отметить, что, как и в теории механических колебаний, в граничном режиме рассматриваемая система быстрее приближается к своему равновесному значению, чем в апериодическом режиме.

3.2. Случай двух комплексно-сопряженных корней

Комплексное значение корней характеристического уравнения (14) возникает при положительном значении критерия $F > 0$ (16):

$$\lambda = \alpha \pm i\omega. \quad (19)$$

Объемы добычи сланцевой нефти, так же, как и ее цена, при прочих равных условиях могут испытывать периодические колебания с частотой ω и подчиняться уравнению

$$q(t) = A e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (20)$$

где константы A (амплитуда колебаний) и φ (фаза колебаний) находятся из начальных условий. Колебания могут быть затухающими ($\alpha < 0$) или нарастающими ($\alpha > 0$) в зависимости от действительной части α комплексного корня λ .

Решение задачи Коши для общего решения (20) неоднородного дифференциального уравнения находится в виде:

$$q(t) = \left(q_0 - \frac{b}{c+a} \right) \cos \omega t e^{\alpha t} + \frac{b}{c+a}. \quad (21)$$

При $\tau = 7$ это решение показывает волнообразный характер динамики добычи нефти при стремлении к своему равновесному значению (см. рис. 4). Наличие устойчивых колебаний обеспечивает наиболее быстрое достижение равновесного значения добычи в 5,65 млн барр./сут., однако с 15 по 21 месяц расчетного периода добыча превышала это значение и составила около 5,68 млн барр./сут.

Так как периодические колебания могут быть не только затухающими, но и нарастающими, то условием наличия нарастающих

колебаний является положительное значение действительной части α комплексного корня λ (19). Нетрудно показать, что неравенство $\alpha > 0$ справедливо при условии

$$a \sin \omega \tau > \omega. \quad (22)$$

Учитывая, что функция $\sin(\bullet) \leq 1$ более мягкая, но простая, форма критерия (необходимое условие) может быть описана формулой

$$a > \omega. \quad (22')$$

В табл. 2 был показан гипотетический набор показателей, который приводил к возникновению нарастающих колебаний, для чего пришлось удвоить значения цены и производительности по сравнению с предыдущим расчетом ($p_0 = 150$ долл./барр., $e = 0,0014$ млн барр./сут.) Критерий $F = 2,26$ положителен, что свидетельствует о наличии двух комплексно-сопряженных корней.

При таких расчетных параметрах решение колеблется вокруг асимптоты, стремящейся к своему долгосрочному значению добычи 10,1 млн барр./сут. (рис. 5). Однако размах колебаний с каждым периодом ($T = 23$ месяца) увеличивается. В первом периоде объем добычи достигает 17,1 млн барр./сут., затем падает до 0,8. Во втором периоде максимум составляет 22,4 млн барр./сут., а минимальное значение за пределами области исследования становится отрицательным, что не имеет экономического смысла.

Понятно, что режим нарастающих колебаний имеет скорее теоретический интерес и в реальной экономике не сможет реализоваться, столкнувшись с массой ограничений (например, доступность участков, оборудования и персонала, а также различные стабилизирующие обратные связи в системе), которые не учтены в данной модели. Однако можно сделать важный качественный вывод: существенное нарастание компонент, из которых складывается показатель a (цены и производительности) по сравнению с частотой может привести к появлению быстрого отклика добычи сланцевой нефти.

Рис. 5

Нарастающие колебания вокруг асимптотического частного решения

4. Сравнение расчетных и фактических значений

Предложенная теория носит скорее качественный, а не количественный характер, поскольку уравнение (9) сформулировано в линейной форме с постоянными коэффициентами и правой частью, что не вполне соответствует данным наблюдений. На настоящем этапе исследования это сделано осознанно, чтобы нелинейности и изменчивость во времени не мешали исследовать возможные виды аналитических решений и условия их существования. Поэтому странно было бы ожи-

дать, что в подобной постановке аналитическое решение дифференциального уравнения может хорошо описывать фактические данные. Тем не менее для оценки разрыва между теорией и практикой было проведено сравнение расчетных и фактических данных. Исходные данные к расчету и результаты показаны на рис. 6.

Рис. 6

Сопоставление фактических и расчетных данных: а) объемы добычи нефти;
б) динамика цены нефти марки WTI

Сравнение проведено для 2014–2017 гг., когда добыча достигла максимума, потом минимума, а затем снова начала расти. Сопоставляются не только расчетные и фактические объемы добычи, но и динамика компоненты цены нефти марки WTI, определяемой фактором добычи сланцевой нефти в США, рассчитанной по формуле (6). Объем добычи, исходная цена, связь числа буровых установок с ценой, производительность буровых установок и скорость падения

добычи взяты постоянными, равными фактическим значениям декабря 2014 г. Расчетная кривая была подогнана МНК под фактическую с помощью вариации эластичности спроса ($\varepsilon = 25\%$) и времени запаздывания ($\tau = 8$ мес.).

Данному набору показателей соответствует режим затухающих колебаний с периодом 33 месяца, показателем затухания $\alpha = -0,07$ и равновесным значением добычи 5,2 млн барр./сут. Модель недооценила минимальное значение объема добычи нефти осенью 2016 г., поскольку не учитывает влияния других стран, наращивающих добычу (Ирак, Иран, Саудовская Аравия, РФ и ряд других).

Однако пренебрежение непрерывным ростом эффективности бурения, который в 2017 г. достиг значения $e = 0,0007$, привело к тому, что модель занизила значения добычи в конце периода.

Расчет компоненты цены, обусловленной изменением объемов добычи сланцевой нефти, показал приемлемое соответствие динамике фактической цены. Рост объемов добычи нефти с января 2014 по март 2015 г. негативно влиял на компоненту цены, что соответствует динамике фактической цены, если пренебречь сезонными колебаниями. Периоду падения объемов добычи, который продлился до осени 2016 г., соответствует рост компоненты цены. Однако рост фактической цены начался только с февраля 2016 г. До этого фактическая цена нефти продолжала падать под воздействием роста экспорта нефти из Ирана после частичного снятия с него санкций и укрепления курса доллара на фоне ожиданий ужесточения политики ФРС.

5. Заключение

В данной работе изучается динамика добычи нефти на сланцевых залежах в США с использованием аналитических решений обыкновенного дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом. Такой подход в экономике обычно встречается при анализе макроэкономических циклов. Разработанный аппарат аналитических решений дифференциальных уравнений позволил показать возможность возникновения эндогенных экономических колебаний добычи нефти и получить следующие результаты.

1. Для описания динамики добычи сланцевой нефти в США сформулировано дифференциальное неоднородное линейное уравнение первого порядка с запаздывающим аргументом. Запаздывание вызвано лагом между динамикой цен на нефть, принятием инвестиционного решения, бурением, заканчиванием, пусковых работ для новых скважин и началом добычи из них нефти.
2. По аналогии с теорией периодических колебаний, разработанной для механических систем, выделено 4 вида решений (режимов динамики добычи), которые могут возникать при различных сочетаниях параметров макро- и микросреды (цены,

производительности буровых установок, лага добычи, эластичности спроса, скорости падения добычи):

- затухающие (граничный, апериодический и периодический режимы);
- нарастающее периодическое.

Изучены условия возникновения этих режимов динамики добычи и сформулированы соответствующие этим условиям критерии. В частности, рост эффективности бурения, цены нефти и инвестиционного лага приводят к возникновению затухающих колебаний в динамике объемов добычи. Наиболее вероятные причины возникновения колебательной динамики в будущем — рост цены и инвестиционного лага. При определенном сочетании внешних условий колебания из затухающего режима могут перейти в нарастающий, что, по всей видимости, является лишь теоретическим результатом.

3. Проведенные расчеты на показателях макросреды и геолого-технологических характеристиках добычи нефти в период с декабря 2014 по май 2017 г. показали возможность наличия колебаний добычи с периодом 33 месяца, что не противоречит данным наблюдений.
4. Модель позволила спрогнозировать возможные траектории затухающей динамики объемов добычи нефти к своему равновесному значению в 5,6 млн барр./сут. Понятно, что это равновесное значение со временем изменится под воздействием динамичных изменений параметров микро- и макросреды. Равновесная оценка потенциала добычи сланцевой нефти была применена для оценки стратегии поведения Саудовской Аравии в работе (Маланичев, 2016).

В целом предложенный подход можно использовать как нелинейный структурный метод прогнозирования объемов добычи сланцевой нефти и компоненты цены нефти, связанной с изменением ее добычи.

ЛИТЕРАТУРА

- Афанасьев А.А.** (2017). Прогнозирование добычи нефти и газового конденсата в вычислимой модели денежного обращения российской экономики // *Экономика и математические методы*. Т. 53. № 2. С. 50–65.
- Геворкян Э.А.** (2004). Дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом. М.: МГУЭСИИ.
- Горячева А.О., Миловидов К.Н.** (2016). Анализ потенциала добычи нетрадиционной нефти // *Проблемы экономики и управления нефтегазовым комплексом*. № 3. С. 5–13.
- Золина С.А.** (2014). Прогнозирование добычи трудноизвлекаемой нефти в США. М.: ИМЭМО РАН.

- Колпаков А.Ю., Семикашев В.В.** (2016). Построение согласованных сценариев производства, потребления и цены нефти. М.: ИНП РАН.
- Лукьянов А.С.** (2013) Применение накопленных дисконтированных величин для оптимизации развития ТЭК. В сборнике научных трудов Института энергетических исследований РАН. М.: Институт энергетических исследований РАН.
- Маланичев А.Г.** (2016). Анализ рациональности решений Саудовской Аравии об объемах добычи нефти в период низких цен на нефть // *Микроэкономика*. № 6. С. 33–38.
- Маланичев А.Г.** (2017a). Дифференциальное уравнение добычи сланцевой нефти // *Нефть, газ и бизнес*. № 2. С. 44–49.
- Маланичев А.Г.** (2017b). Модели добычи сланцевой нефти в США для различных горизонтов прогнозирования // *Нефть, газ и бизнес*. № 3. С. 13–17.
- Трофимчук Т.С.** (2015). Методика оценки влияния цен инвестиций с лагом на добычу нефти // *Проблемы экономики и управления нефтегазовым комплексом*. № 6. С. 46–50.
- Эскин В.И.** (1989). Нефть в структуре энергетики. Научные основы долгосрочного прогнозирования. Эскин В.И. (ред.). М.: Наука.
- Baffes J., Kose M.A., Ohnsorge F., Stocker M.** (2015). The Great Plunge in Oil Prices: Causes, Consequences, and Policy Responses. World Bank Group. PRN 15/01.
- Benes J., Chauvet M., Kamenik O., Kumhof M., Laxton D., Mursula S., Selody J.** (2012). The Future of Oil: Geology Versus Technology. International Monetary Fund. WP/12/109.
- Bjørnland H.C., Nordvik E., Rohrer M.** (2016). How Flexible is US Shale Oil Production? Evidence from North Dakota. Presentation at conference on “Oil, Middle East, and the Global Economy”. Los Angeles: University of Southern California.
- Brandt A.R.** (2010). Review of Mathematical Models of Future Oil Supply // *Historical Overview and Synthesizing Critique*. Vol. 35 (9). P. 3958–3974.
- Buckley P.** (2016). Businesses Take a (Hopefully) Temporary Breather. In Global Economic Outlook // *Deloitte University Press*. 3 Quarter. P. 18–25.
- Cuaresma J.C., Jumah A., Karbuz S.** (2009). Modelling and Forecasting Oil Prices: The Role of Asymmetric Cycles // *The Energy Journal*. Vol. 30 (3). P. 81–89.
- Curtis T.** (2015). US Shale Oil Dynamics in a Low Price Environment. The Oxford Institute for Energy Studies. November.
- EIA (2017a). Drilling Productivity Report, May. New York: U.S. Energy Information Administration.
- EIA (2017b). Short-Term Energy Outlook, May. New York: U.S. Energy Information Administration.
- Erdem F.P., Ünalmlı I.** (2016). Revisiting Super-Cycles in Commodity Prices // *Central Bank Review*. Vol. 16. P. 137–142.
- Hansen A.H.** (1951). Business Cycles and National Income. New York: Norton & Company.

- Hatzius J., Hatzius Z., Phillips A., Mericle D., Pashtan E., Pashtan D., Mischaikow C., Reichgott R.** (2016). Cheap Oil and the US Economy: Too Much of a Good Thing. Goldman Sachs Economic Research.
- Hughes J.D.** (2016). Drilling Deeper. 2016 Tight Oil Reality Check. Revisiting the U.S. Department of Energy Play-by-Play Forecasts through 2040 from Annual Energy Outlook 2016. Santa Rosa: Post Carbon Institute.
- Kaufmann R.K.** (1991). Oil Production in the Lower 48 States: Reconciling Curve Fitting and Econometric Models // *Resource and Energy*. Vol. 13 (1). P. 111–127.
- Lasky M.** (2016). The Outlook for U.S. Production of Shale Oil. Working Paper Series Congressional Budget Office Washington.
- López J.G., Assous M.** (2011). Michal Kalecki. Basingstoke: Palgrave Macmillan.
- Uri N.D.** (1982). Domestic Crude Oil Resource Appraisal // *Applied Mathematical Modelling*. Vol. 6 (2). P. 119–123.
- Vigna M.D., Gilbert J., Singer B., Mehta N., Hackworth P., Kinsella B.E., Milligan D., Chreng D., Darida K., Adurno M.-L.** (2017). OPEC: To Cut or Not to Cut, that Is the Question. *Goldman Sachs Equity Research*. Global Energy.
- Woetzel J., Sellschop R., Chui M., Ramaswamy S., Nyquist S., Nyquist H., Roelofsen O., Rogers M., Ross R.** (2017). Beyond the Supercycle: How Technology Is Reshaping Resources. McKinsey Global Institute.
- World Bank (2015). Economic Implications of Lifting Sanctions on Iran. [Электронный ресурс] // *MENA Quarterly Economic Brief*. July. Режим доступа: <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/22294>, свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: март 2018 г.).
- Yergin D., Burkhard J.** (2017). Understanding Oil Market Cycles. IHS Energy: Crude Oil Markets.

Поступила в редакцию 28 июля 2017 г.

REFERENCES (with English translation or transliteration)

- Afanasiev A.A.** (2017). Forecasting the Production of Oil and Gas Condensate in the Computable Model of the Monetary Circulation of the Russian Economy. *Economics and Mathematical Methods*, 53 (2), 50–65 (in Russian).
- Baffes J., Kose M.A., Ohnsorge F., Stocker M.** (2015). The Great Plunge in Oil Prices: Causes, Consequences, and Policy Responses. World Bank Group. PRN 15/01.
- Benes J., Chauvet M., Kamenik O., Kumhof M., Laxton D., Mursula S., Selody J.** (2012). The Future of Oil: Geology Versus Technology. International Monetary Fund. WP/12/109.
- Bjørnland H.C., Nordvik F., Rohrer M.** (2016). How Flexible is US Shale Oil Production? Evidence from North Dakota. Presentation at conference on “Oil, Middle East, and the Global Economy”. Los Angeles: University of Southern California.
- Brandt A.R.** (2010). Review of Mathematical Models of Future Oil Supply. *Historical Overview and Synthesizing Critique*, 35 (9), 3958–3974.

- Buckley P.** (2016). Businesses Take a (Hopefully) Temporary Breather. In *Global Economic Outlook*. *Deloitte University Press*, 3 Quarter, 18–25.
- Cuaresma J.C., Jumah A., Karbuz S.** (2009). Modelling and Forecasting Oil Prices: The Role of Asymmetric Cycles. *The Energy Journal*, 30 (3), 81–89.
- Curtis T.** (2015). US Shale Oil Dynamics in a Low Price Environment. *The Oxford Institute for Energy Studies*, November.
- EIA (2017a). Drilling Productivity Report, May. New York: U.S. Energy Information Administration.
- EIA (2017b). Short-Term Energy Outlook, May. New York: U.S. Energy Information Administration.
- Erdem F.P., Ünalmlı I.** (2016). Revisiting Super-Cycles in Commodity Prices. *Central Bank Review*, 16, 137–142.
- Eskin V.I.** (1989). Oil in Energetics Structure. Scientific Basis for Long-Term Forecasting. Eskin V.I. (ed.). Moscow: Nauka (in Russian).
- Gevorkian E.A.** (2004). Differential Equations with Retarded Argument. Moscow: MGUESII (in Russian).
- Goriacheva A.O., Milivodov K.N.** (2016). Analysis of the Potential of Extraction of Unconventional Oil. *Problems of Economics and Management of Oil and Gas Complex*, 3, 5–13 (in Russian).
- Hansen A.H.** (1951). Business Cycles and National Income. New York: Norton & Company.
- Hatzius J., Hatzius Z., Phillips A., Mericle D., Pashtan E., Pashtan D., Mischaikow C., Reichgott R.** (2016). Cheap Oil and the US Economy: Too Much of a Good Thing. Goldman Saches Economic Research.
- Hughes J.D.** (2016). Drilling Deeper. 2016 Tight Oil Reality Check. Revisiting the U.S. Department of Energy Play-by-Play Forecasts through 2040 from Annual Energy Outlook 2016. Santa Rosa: Post Carbon Institute.
- Kaufmann R.K.** (1991). Oil Production in the Lower 48 States: Reconciling Curve Fitting and Econometric Models. *Resource and Energy*, 13 (1), 111–127.
- Kolpakov A.J., Semikashev V.V.** (2016). Construction of Agreed Scenarios of Production, Consumption and Price of Oil. Moscow: INP RAN (in Russian).
- Lasky M.** (2016). The Outlook for U.S. Production of Shale Oil. Working Paper Series Congressional Budget Office Washington.
- López J.G., Assous M.** (2011). Michal Kalecki. Basingstoke: Palgrave Macmillan.
- Lukianiv A.S.** (2013). The Use of Accumulated Discounted Values to Optimize Energy Sector Development. Moscow: Collection of scientific papers of the Institute of energy studies, RAN (in Russian).
- Malanichev A.G.** (2016). Analysis of Rationality of Saudi Arabia's Decisions on Oil Production Rates During Period of Low Oil Prices. *Microeconomics*, 6, 33–38 (in Russian).
- Malanichev A.G.** (2017a). Differential Equation of Shale Oil Production. *Oil, Gas and business*, 2, 44–49 (in Russian).
- Malanichev A.G.** (2017b). The Models of Shale Oil Production in the USA for Different Forecast Horizons. *Oil, Gas and business*, 3, 13–17 (in Russian).
- Trophimchuk T.C.** (2015). Methodology of estimation of prices and investments

- influence on oil production. *Problems of economics and management of oil and gas complex*, 6, 46–50 (in Russian).
- Uri N.D. (1982). Domestic Crude Oil Resource Appraisal. *Applied Mathematical Modelling*, 6 (2), 119–123.
- Vigna M.D., Gilbert J., Singer B., Mehta N., Hackworth P., Kinsella B.E., Milligan D., Chreng D., Darida K., Adurno M.-L. (2017). OPEC: To Cut or Not to Cut, that Is the Question. *Goldman Sachs Equity Research*. Global Energy.
- Woetzel J., Sellschop R., Chui M., Ramaswamy S., Nyquist S., Nyquist H., Roelofsen O., Rogers M., Ross R. (2017). Beyond the Supercycle: How Technology Is Reshaping Resources. McKinsey Global Institute.
- World Bank (2015). Economic Implications of Lifting Sanctions on Iran. *MENA Quarterly Economic Brief*. July. Available at: <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/22294> (accessed: March 2018).
- Yergin D., Burkhard J. (2017). Understanding Oil Market Cycles. Understanding Oil Market Cycles. IHS Energy.
- Zolina S.A. (2014). Forecasting the Extraction of Hard-to-Recover Oil in the US. Moscow: IMEMO RAN (in Russian).

Received 28.07.2017

A.G. Malanichev

New Economic School, Moscow, Russia

Modelling of Economic Oscillations of Shale Oil Production on the Basis of Analytical Solutions of a Differentiation Equation with a Retarded Argument

Abstract. Shale oil production is considered to be one of the important determinants of oil price slump in 2014–2016. According to some experts, shale oil became a new market “regulator”, ousted OPEC. Shale oil production is characterized by non-trivial dynamics. After an accelerated growth in 2010–2015, a period of fluctuations in production caused by the volatility of oil prices followed. The paper develops approach to the shale production modelling on the base of the analytical solutions of differential equation with retarded argument. The differential equation reflects the fact that production change consists of a sum of new debits and the natural process of base production decline. Besides, possibilities of origination and prerequisites of endogenous economic oscillations of shale oil production are studied. Calculations, implemented for economic and technological characteristics given for period from December 2014 to May 2017, showed a possibility of existence of oil production oscillation with period of 33 month, that does not contradict to observations. In general, the proposed approach can be used as a nonlinear structural method for forecasting oil production and corresponding price component, connected with production change.

Keywords: *mathematical simulation, differential equation with retarded argument, oil production, shale oil, economic oscillation.*

JEL Classification: Q47, Q47, E32.