НЕУСТОЙЧИВОСТЬ БЫСТРЫХ МАГНИТОЗВУКОВЫХ ВОЛН В КОРОНАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ТРУБКАХ

Манкаева Г.А., Михалев Б.Б., Дертеев С.Б., Джимбеева Л.Н.

Калмыцкий государственный университет, Элиста, Россия

INSTABILITY OF FAST MAGNETOACOUSTIC WAVES IN CORONAL MAGNETIC FLUX TUBES

Mankaeva G.A., Mikhalyaev B.B., Derteev S.B., Dzhimbееva L.N.

Kalmyk State University, Elista, Russia

The fast magnetoacoustic waves in coronal loops are used for the interpretation of observed pulsations of microwave and hard X-ray emission. Its properties are studied well in the approximation of the linear magnetohydrodynamics. Now we study the fast magnetoacoustic waves in the weakly-nonlinear approximation. Previously this study has been carried out in plane geometry, we investigate weakly nonlinear waves in cylindrical geometry. We considered the nonlinear Schrödinger equation describing the non-linear evolution of the wave envelope and used it to study the modulational instability of fast magnetoacoustic waves.

DOI: 10.31725/0552-5829-2020-197-200

Корональные осцилляции, наблюдаемые в микроволновом и жестком рентгеновском диапазонах на протяжении уже более полувека, объясняются радиальными колебаниями вспыхивающих корональных петель [1–2]. В рамках магнитной гидродинамики они рассматриваются как осесимметричные быстрые магнитозвуковые волны, захваченные корональными магнитными трубками. В настоящей работе изучается их нелинейное поведение, в частности, возможность возбуждения колебаний с дополнительными частотами и появления таким образом квазипериодических осцилляций.

В слабонелинейном МГД-приближении получено нелинейное уравнение Шредингера (НУШ), описывающее поведение волны огибающей [3–4],

$$i(A_t + V_g A_z) + \alpha A_{zz} + \beta |A|^2 A = 0, \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{d^2 \omega}{dk^2}, \quad \beta = \beta(k). \quad (2)$$

Величина A есть безразмерная амплитуда, которая рассматривается как медленно меняющаяся функция переменных t и продольной вдоль оси магнитной трубки координаты z : $A = A(z, t)$. Она описывает пространственную и временную модуляцию быстрой магнитозвуковой волны.

Частота ω и продольное волновое число k несущей волны связаны дисперсионным уравнением $\omega = \omega(k)$. В области малых волновых чисел наблюдается большая дисперсия волны. Групповая скорость имеет мини-

мум в этой области, достигая значений, малых по сравнению со значениями фазовой скорости. Значения коэффициентов НУШ α и β вычисляются по известным формулам [3-4] и здесь представлены своими графиками (Рис. 1 и 2). Величины V_{Ai} и V_{Ae} есть значения альвеновской скорости внутри и вне магнитной трубки, характеризующие ее физические свойства, параметр a есть радиус трубки. Коэффициенты НУШ являются знакопеременными, принимая отрицательные значения в области малых волновых чисел.

Рис. 1. Кривая зависимости $\alpha(k)$.

Рис. 2. Кривая зависимости $\beta(k)$.

При выполнении условия $\alpha\beta > 0$ (критерий Лайтхилла) имеет место модуляционная неустойчивость, иначе – неустойчивость Бенджамина-Фейра [5], под действием которой первоначальная волна с однородно модулированной амплитудой способна превратиться в цепь волновых пакетов (Рис. 3). Результирующее волновое распределение носит квазипериодический характер. Таким образом, развитие модуляционной неустойчивости приводит к появлению новых частот, то есть к усложнению спектра колебаний.

Рассмотрим неустойчивость периодически модулированной волны вида $A_0(z, t) = a_0 \exp(iKz - i\Omega t)$, где a_0 есть постоянная вещественная амплитуда волны модуляции. Ее частота и волновое число определяются в линейном приближении из НУШ:

$$\Omega = \alpha K^2 - \beta a_0^2. \quad (3)$$

Будем искать решение НУШ в виде $A = a(z, t) \exp i\varphi(z, t)$, тогда уравнение (1) можно переписать в виде системы

$$-a\varphi_t + \alpha(a_{zz} - a\varphi_z^2) + \beta a^3 = 0, \quad (4)$$

$$a_t + \alpha(2a_z\varphi_z + a\varphi_{zz}) = 0. \quad (5)$$

Рис. 3. Развитие модуляционной неустойчивости волны.

Далее будем рассматривать малые возмущения периодически модулированной волны: $a = a_0 + \tilde{a}(z, t)$, $\varphi = Kz - (\alpha K^2 - \beta a_0^2)t + \tilde{\varphi}(z, t)$. Для возмущений из (4)-(5) получаем линейные уравнения

$$\begin{aligned} -a_0(\tilde{\varphi}_t + 2\alpha K\tilde{\varphi}_z) - (2\alpha K^2 - 4\beta a_0^2)\tilde{a} + \alpha\tilde{a}_{zz} &= 0, \\ \tilde{a}_t + 2\alpha K\tilde{a}_z + \alpha a_0\tilde{\varphi}_{zz} &= 0. \end{aligned}$$

Исключая здесь φ , получаем уравнение

$$\tilde{a}_{tt} + 4\alpha K\tilde{a}_{tz} + \alpha(2\alpha K^2 + 4\beta a_0^2)\tilde{a}_{zz} + \alpha^2\tilde{a}_{zzzz} = 0,$$

которое имеет решение

$$\tilde{a} = A_1 \exp(iK_1 z - i\Omega_1 t)$$

с дисперсионным соотношением

$$\Omega_1^2 - 4\alpha K K_1 \Omega_1 + \alpha(2\alpha K^2 + 4\beta a_0^2)K_1^2 - \alpha^2 K_1^4 = 0. \quad (6)$$

При выполнении условия $K^2 < 2\beta a_0^2/\alpha$ получаем $\Omega_1 = \Omega_{10} + i\nu$. Имеет место неустойчивость с инкрементом

$$\nu = |\alpha|K_1 \sqrt{\frac{4\beta a_0^2}{\alpha} - 2K^2 - K_1^2}.$$

Наибольшее значение инкремента

$$\nu_m = |\alpha|(2\beta a_0^2/\alpha - K^2) \quad (7)$$

достигается при

$$K_1^2 = 2\beta a_0^2/\alpha - K^2. \quad (8)$$

Значения частоты возбуждаемых при этом колебаний и инкремента для рассматриваемых нами осесимметричных быстрых магнитозвуковых волн можно найти, используя значения коэффициентов НУШ. Мы выбираем следующие параметры магнитной трубки: $V_{Ai} = 10^3 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$, $V_{Ae} = 3V_{Ai}$. Значения волновых чисел определяем в безразмерных величинах ka , где a – радиус трубки, значения частоты определяем в величинах $a\omega/V_{Ai}$. Из графиков (рис. 1 и 2) видно, что условие Лайтхилла выполняется в об-

ласти малых ($k \approx 1$) и больших ($k \approx 3$) значений волнового числа. Выбираем небольшое значение амплитуды возмущаемой волны: $a_0 = 0,1$.

Ниже в таблице 1 приводятся полученные из формул (3), (6)-(8) значения частот, инкремента и волнового числа возмущения. Значения периодов $P = 2\pi/\Omega$ и $P_1 = 2\pi/\Omega_{10}$ даны в секундах. Они позволяют сделать заключение, что наблюдаемые квазипериодические корональные осцилляции могут быть интерпретированы как результат развития модуляционной неустойчивости в корональных петлях.

Таблица 1. Значения параметров фоновой волны и ее возмущения.

k	$2\beta/\alpha$	K	K_1	ν_m	Ω	Ω_{10}	P	P_1
0.86	0.2554	0.02	0.046	0.32	0.006	0.013	1047	494
1	5.406	0.12	0.2	0.0126	0.004	0.0151	1570	416
1.2	21.38	0.15	0.437	0.0105	0.00463	0.0072	1356	872
1.6	6.092	0.2	0.754	0.0099	0.000166	0.0051	37831	1225
2.0	52.91	0.25	0.683	0.0125	0.0054	0.0097	1162	647
3.0	143.8	0.1	1.195	0.033	0.0164	0.0055	383	1142
3.0	143.8	0.2	1.18	0.032	0.0157	0.0109	400	576
3.0	143.8	0.3	1.16	0.031	0.0145	0.016	433	393
3.0	143.8	0.4	1.13	0.0294	0.0129	0.0208	487	305
3.0	143.8	0.5	1.09	0.0273	0.0109	0.025	576	251

Литература

1. Зайцев В.В., Степанов А.В. // Иссл. геомагн. аэрон. физ. Солнца. 1975. Вып. 37, 3-20.
2. Edwin P. M., Roberts B. // Solar Phys. 1983. 88, 179-191.
3. Mikhalyaev B.B., Ruderman M.S. // J. Plasma Phys. 2015. 81, 905810611.
4. Mikhalyaev B. B., Ruderman M. S., Naga Varun E. // Geomagnetism and Aeronomy. 2016. 56, 1040-1044.
5. Рыскин Н.М., Трубецков Д.И. Нелинейные волны. – М.: Физматлит, 2000. – 272 с.