ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СПОКОЙНЫХ СОЛНЕЧНЫХ ПРОТУБЕРАНЦЕВ

Королькова О.А., Соловьев А.А.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

3D MODELING OF QUIESCENT SOLAR PROMINENCES

Korolkova O.A., Solov'ev A.A.

Central (Pulkovo) Astronomical Observatory of RAS, St. Petersburg, Russia

The construction of three-dimensional stationary models of solar prominences is a continuation of the cycle of our works devoted to the problem of confinement of cold and dense magnetic filaments in the solar corona. An analytical method for calculating stationary magnetoplasma structures in spherical system of coordinate is presented. The method takes into account the flows of highly conductive plasma along magnetic field lines. We construct a three-dimensional MHD model of a quiescent solar prominence lying on a magnetic parallel. We find the distributions of the pressure, density, temperature and plasma velocity at each point of the studied configuration from the initially pre-given structure of the magnetic field. The resulting distributions of the physical quantities should be consistent with the observed data of real objects. The model of the prominence must satisfy the following conditions: 1) the filament is located above the photospheric line of polarity inversion, 2) the filament is a solitary formation, i.e. far from the filament its parameters must pass into the parameters of the surrounding unperturbed atmosphere, 3) the plasma flow velocity must be maximum at the middle part of the filament and fall off at its ends.

DOI: 10.31725/0552-5829-2020-163-168

1. Введение

В статье продолжена разработка стационарных трехмерных моделей спокойных солнечных структур в рамках МГД подхода. Цель данной работы – построение крупномасштабной модели солнечного волокна, лежащего на магнитной параллели в сферической системе координат. Распределения давления, плотности, температуры и скорости плазмы в каждой точке исследуемой конфигурации находятся по её изначально заданной структуре магнитного поля. Мы строим модели равновесных солнечных протуберанцев, в их «готовом», сформировавшемся виде, т.е. не рассматриваем процессы их образования с магнитным пересоединением и накоплением массы. Мы также не рассматриваем перенос энергии в теле волокна. Это – отдельные сложные задачи. Ввиду того, что спокойные протуберанцы – это долгоживущие (до 2–3 оборотов Солнца) образования, необходимо рассчитывать, прежде всего, именно равновесие волокна. Если из условий равновесия (или, в более общем случае, стационарности) мы получаем такую конфигурацию, которая хорошо соответствует наблюдательным данным, значит, реальный теплоперенос в волокне вполне согласуется с этой

структурой, в противном случае вся эта конфигурация была бы разрушена за минуты.

2. Постановка задачи и основные уравнения

Система уравнений идеальной стационарной МГД имеет следующий вид:

$$\rho(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla P + \frac{1}{4\pi} [\text{rot} \vec{B} \times \vec{B}] + \rho g(\vec{r}), \quad (1)$$

$$\text{div}(\rho \vec{V}) = 0, \quad (2)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0, \quad (3)$$

$$P = \frac{\rho R T}{\mu}. \quad (4)$$

Здесь $\vec{B}$ – напряженность магнитного поля, $\vec{V}$ – скорость плазменного элемента, P – газовое давление, ρ – удельная плотность, T – температура, μ – средняя молярная масса газа, R – универсальная газовая постоянная, g – ускорение свободного падения на поверхности Солнца.

Система (1)–(4) недоопределена ввиду отсутствия в ней уравнения переноса энергии, которое имеет сложный и во многом неизвестный вид. Мы будем решать эту систему в предположении, что магнитная структура волокна нам известна. Основным критерием правильности выбора этой структуры должны быть ее соответствие наблюдательным данным и сходство получаемых для ее равновесия параметров плазмы опять же с наблюдаемыми характеристиками. Мы будем в данном случае находить стационарные распределения полного давления, плотности, температуры и скорости плазмы для заданной структуры магнитного поля. Выбираемое магнитное поле системы должно удовлетворять следующим условиям: 1) волокно должно располагаться над фотосферной линией раздела полярности, 2) волокно должно быть уединенным, т.е. по мере удаления от волокна его поле и все параметры должны переходить в параметры окружающей невозмущенной атмосферы, 3) скорость течения плазмы должна быть максимальна в центре волокна и спадать на его периферии. В идеальной МГД плазма движется вдоль магнитных силовых линий со скоростью $\vec{V} = M_A \vec{B} (4\pi\rho)^{-1/2}$, где M_A – альвеновское число Маха, отношение скорости плазмы к альвеновской скорости: $\vec{V}/V_A = M_A \vec{B}/B$. С учетом этого, уравнение движения (1) после ряда преобразований (см. [1]) приводится к виду:

$$(M_A^2 - 1)(\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} + \vec{B}(\vec{B} \cdot \nabla M_A^2) = -4\pi \nabla(P + \frac{B^2}{8\pi}) - 4\pi \rho \vec{g}. \quad (5)$$

Уравнение (5) является ключевым уравнением нашего исследования. Мы будем решать его, перейдя в сферическую систему координат, напра-

вив ось r по радиусу Солнца от центра и считая уровень $r = R$, где R – радиус Солнца, совпадающим с поверхностью фотосферы.

Пусть напряженность магнитного поля имеет такой вид:

$$\vec{B} = \{B_r(r, \varphi, \theta) \cdot \vec{e}_r, 0 \cdot \vec{e}_\varphi, B_\theta(r, \varphi, \theta) \cdot \vec{e}_\theta\}. \quad (6)$$

Зависимость B_r и B_θ компонент от всех трех пространственных координат даёт нам трехмерную задачу, однако, в ней мы пренебрегаем компонентом B_φ , чтобы ввести произвольную зависимость поля по углу φ . Тогда ввиду условия (6), φ -составляющая уравнения (5) будет иметь вид:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(P + \frac{B^2}{8\pi} \right) = 0, \text{ и мы сразу получим баланс давлений по углу } \varphi:$$

$$P(r, \varphi, \theta) + \frac{B^2(r, \varphi, \theta)}{8\pi} = \Pi(r, \theta). \quad (7)$$

Функция полного давления $\Pi(r, \theta)$ оказывается зависящей только от двух координат. Вдали от волокна, очевидно: $\Pi = P_{ex}(r) + \frac{B_{ex}^2(r)}{8\pi}$; здесь P_{ex} – внешнее давление, задаваемое гидростатической моделью солнечной атмосферы [2], B_{ex} – напряженность внешнего магнитного поля.

Запишем оставшиеся два компонента уравнения (5):

$$r: (M_A^2 - 1) \left(B_r \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} - \frac{B_\theta^2}{r} \right) + B_r \left(B_r \frac{\partial M_A^2}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial M_A^2}{\partial \theta} \right) = \\ = -4\pi \left(\frac{\partial \Pi(r, \theta)}{\partial r} + g \rho(r, \theta, \varphi) \right) \quad (8)$$

$$\theta: (M_A^2 - 1) \left(B_r \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{B_r B_\theta}{r} \right) + B_\theta \left(B_r \frac{\partial M_A^2}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial M_A^2}{\partial \theta} \right) = \\ = -\frac{4\pi}{r} \frac{\partial \Pi(r, \theta)}{\partial \theta} \quad (9)$$

Компоненты поля $\mathbf{B}$ могут быть выражены через функцию магнитного потока $A(r, \theta) = -\int_0^r b_\theta \sin \theta dr$ и некоторую безразмерную функцию $F(A, \varphi)$, зависящую от потока и φ -координаты (B_0 – единица измерения напряженности магнитного поля):

$$B_r = B_0 \cdot F(A, \varphi) \cdot b_r; \text{ где } b_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial A}{\partial \theta} \quad (10)$$

$$B_\theta = B_0 \cdot F(A, \varphi) \cdot b_\theta; \text{ где } b_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial A}{\partial r} \quad (11)$$

Заметим, что выбор вида функции $F(A, \varphi)$ совершенно произволен: дивергенция магнитного поля остается равной нулю. Это позволяет нам моделировать конфигурации с параметрами, сложно зависящими от φ .

Если число Маха также является функцией переменных A и φ , то вторые круглые скобки в (8) и (9) обращаются в нуль, и решение поставленной задачи сводится к решению следующей системы уравнений:

$$(M_A^2 - 1)B_0^2 F^2(A, \varphi) \cdot \left(b_r \frac{\partial b_r}{\partial r} + b_\theta \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial b_r}{\partial \theta} - \frac{b_\theta^2}{r} \right) = -4\pi \left(\frac{\partial \Pi(r, \theta)}{\partial r} + g \rho(r, \theta, \varphi) \right), \quad (12)$$

$$(M_A^2 - 1)B_0^2 F^2(A, \varphi) \cdot \left(b_r \frac{\partial b_\theta}{\partial r} + b_\theta \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial b_\theta}{\partial \theta} + \frac{b_r b_\theta}{r} \right) = -\frac{4\pi}{r} \frac{\partial \Pi(r, \theta)}{\partial \theta}. \quad (13)$$

Правая часть уравнения (13) не зависит от угла φ , следовательно, надо положить: $(M_A^2(A, \varphi) - 1) \cdot F^2(A, \varphi) = C(A)$, где $C(A)$ – некая функция потока. Для простоты положим $C(A) = \text{const} = 1$. Как правило, солнечные волокна имеют максимальную толщину в середине и утончаются на концах, и, соответственно, течения плазмы в них максимальны в центре и исчезают на периферии. Это означает, что выбор функции $F(A, \varphi)$ должен быть таким, чтобы выражение: $M_A^2(A, y) = 1 - \frac{1}{F^2}$ было близко к единице в центре волокна и стремилось к нулю на его концах.

Проинтегрируем уравнение (13) по углу θ при постоянном значении r и получим формулу для расчета полного (газовое + магнитное) давления:

$$\Pi(r, \theta) = \Pi_{ex} - \frac{B_0^2 \cdot C}{4\pi} \left(\frac{b_\theta^2}{2} \Big|_0^\theta + r \int_0^\theta b_r \frac{\partial b_\theta}{\partial r} d\theta + \int_0^\theta b_r b_\theta d\theta \right). \quad (14)$$

Подставив полученное решение для Π в (12), найдем выражение для расчета плотности плазмы.

$$\begin{aligned} \rho(r, \theta, \varphi) = & -\frac{B_0^2 \cdot C}{4\pi g} \left(b_r \frac{\partial b_r}{\partial r} + \frac{b_\theta}{r} \frac{\partial b_r}{\partial \theta} - \frac{b_\theta^2}{r} \right) - \\ & - \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Pi_{ex} - \frac{B_0^2 \cdot C}{4\pi} \left(\frac{b_\theta^2}{2} + r \int_0^\theta b_r \frac{\partial b_\theta}{\partial r} d\theta + \int_0^\theta b_r b_\theta d\theta \right) \right) = \\ = & \rho_{ex} - \frac{B_0^2 \cdot C}{4\pi g} \left[b_r \frac{\partial b_r}{\partial r} + \frac{b_\theta}{r} \frac{\partial b_r}{\partial \theta} - \frac{b_\theta^2}{r} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{b_\theta^2}{2} \Big|_0^\theta + r \int_0^\theta b_r \frac{\partial b_\theta}{\partial r} d\theta + \int_0^\theta b_r b_\theta d\theta \right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

В последнем преобразовании мы учли, что $-\frac{1}{g} \frac{\partial \Pi_{ex}}{\partial r} = -\frac{1}{g} \frac{\partial P_{ex}}{\partial r} - \frac{1}{8\pi g} \frac{\partial B_{ex}^2}{\partial r}$.

Вторым слагаемым ввиду малого изменения внешнего магнитного поля с высотой мы пренебрегаем и получаем: $\rho_{ex} = -\frac{1}{g} \frac{\partial P_{ex}}{\partial r}$. Заметим, что найден-

ная плотность, как и полное давление, является функцией только двух переменных $\rho = \rho(r, \theta)$. Зная распределения давления и плотности, температуру находим из уравнения состояния идеального газа (4).

3. Модель солнечного волокна, лежащего на магнитной параллели

Для расчета параметров солнечного волокна мы задаем его магнитную структуру. Реальные волокна обычно представляют собой длинные, тонкие образования (длина много больше радиуса поперечного сечения). Свобода в выборе функций $A(r, \theta)$ и $F(A, \varphi)$ позволяет нам моделировать протуберанцы разной геометрии.

Разумеется, не для любых произвольно выбранных функций A и F мы получим адекватные распределения плазменного давления, плотности и температуры. Но задача в этом и заключается: подобрать такую конфигурацию магнитного поля, чтобы рассчитываемые по формулам (14), (15) и (4) термодинамические параметры плазмы соответствовали бы наблюдаемым. Известно, что температура протуберанца изменяется от нескольких тысяч К в самой холодной его части до нескольких десятков тысяч К на его краях. Плотность в протуберанцах в среднем на два порядка выше плотности окружающей короны и составляет $10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-3}$.

На рис. 1 представлены 2 конфигурации магнитного поля волокна. Результаты расчета плазменных характеристик даны на рис. 2.

Рис. 1. Геометрическая форма спокойного солнечного протуберанца, лежащего на магнитной параллели. Принято $A(r, \theta) = R_{\odot}^2 \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{225^2}\right) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \exp\left(-30 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)^2\right)$.

Слева $F = 1$, зависимость от угла φ отсутствует, справа $F = \exp\left(-\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)^2\right)$. Области сгущения линий и темный цвет соответствуют протуберанцу.

Мы получаем понижение температуры в волокне до $\sim 7000 \text{ К}$ и повышение концентрации до нескольких единиц на 10^{10} см^{-3} вблизи определен-

ного значения угла $\theta = \theta_0$ (см. рис. 2). Это означает, что наш протуберанец является уединенным образованием конечной ширины по магнитному меридиану. Сложнее строить зависимость термодинамических параметров от угла φ , т.е. вдоль волокна, т.к. напрямую функция $F(A, \varphi)$ входит только в формулу для расчета давления, но не плотности. Для этого приходится вводить A как кусочно-непрерывную функцию.

Рис. 2. Распределения температуры (две фигуры слева) и концентрации плазмы при фиксированном угле φ при следующем выборе функций:

$$A(r, \theta) = R_{\odot}^2 \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{225^2}\right) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \exp\left(-30 \cdot \left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)^2\right), \quad F = \exp\left(-\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)^2\right).$$

4. Заключение

Впервые предложена трехмерная модель солнечного волокна, лежащего на магнитной параллели, ориентация которой сфере может быть произвольна, поскольку полюс выбранной нами сферической системы координат не обязательно совпадает с полюсом Солнца. Используемый метод расчета стационарных трехмерных конфигураций магнитного поля и плазмы в сферической системе координат может быть применен для построения различных моделей крупномасштабных спокойных солнечных структур. Несмотря на ограничения в выборе магнитного поля (мы рассматриваем конфигурации, содержащие только два компонента – B_r и B_{θ}), изложенный подход открывает новые возможности для дальнейшего моделирования солнечных волокон конечной длины, в том числе с более сложной геометрией магнитного поля.

Литературы

1. Solov'ev A.A. & Kirichek E.A. // MNRAS, 2019, **482**, pp. 5290-5301.
2. Avrett, E.H. & Loeser, R. // Ap. J. Suppl. Ser., 2008, **175**, pp.229-276.