О ДВУХ СВЯЗЯХ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ 11-ЛЕТНЕГО ЦИКЛА СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

Иванов В.Г.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

ON TWO LINKS BETWEEN PARAMETERS OF 11-YEAR CYCLE OF SOLAR ACTIVITY

Ivanov V.G.

The Central Astronomical Observatory of RAS at Pulkovo, St. Petersburg, Russia

There are two links between parameters of the 11-year cycle of solar activity: the first one relates the amplitude of the given cycle to the length of its ascending phase (“the Waldmeier rule”, WR), the second one relate it to the full length of the previous cycle (“the length-amplitude rule”, LAR). We show that WR and LAR are independent. We also demonstrate that combination of rules can be used to make estimates of parameters of 11-year cycles in sunspot number series.

DOI: 10.31725/0552-5829-2020-127-130

11-летняя цикличность солнечной активности обладает особенностями, говорящими о нелинейном характере квазипериодических процессов, лежащих в её основе. Так, форма 11-летнего цикла зависит от его мощности, что выражается известным «правилом Вальдмайера» (ПВ) [1]: длина восходящей фазы цикла уменьшается с ростом его амплитуды. Другое проявление нелинейности — связь длины и амплитуды циклов. На такую связь указывали многие авторы [2–8]. В частности, есть антикорреляция между длиной данного цикла и амплитудой следующего [5, 7, 8]. Общепринятого наименования эта связь не имеет, и мы будем называть её «правилом длина-амплитуда» (ПДА).

В этой работе мы продемонстрируем, что ПВ и ПДА являются независимыми. Мы также покажем, как эти правила могут быть использованы для получения независимых оценок параметров циклов в рядах пятенных индексов.

Мы будем использовать сглаженный среднемесячный рекалиброванный ряд чисел Вольфа SN (ver.2.0) за 1749–2019 годы [9]. Как показано, например, в [10], для сглаживания правильнее использовать гауссовы фильтры, которые, по сравнению с традиционным 13-месячным сглаживанием, эффективнее удаляют из сигнала высокочастотные вариации. Введём обозначения: $t_{\min}(k)$ — минимум цикла k , $t_{\max}(k)$ — его максимум, $SN_{\max}(k)$ — значение индекса в максимуме (амплитуда), $T_a(k) = t_{\max}(k) - t_{\min}(k)$ — длина восходящей фазы цикла, $T(k) = t_{\min}(k+1) - t_{\min}(k)$ — его полная длина, $k = 1, \dots, N$, $N = 24$. Силу ПВ можно охарактеризовать корреляцией $r_{ПВ}$ между $T_a(k)$ и $SN_{\max}(k)$, а ПДА — $r_{ПДА}$ между $T(k-1)$ и $SN_{\max}(k)$.

Рис. 1. Зависимости r_{PB} и r_{PDA} от полуширины фильтра σ (в месяцах).

Для определения оптимальной полуширины фильтра σ вычислим зависимость r_{PB} и r_{PDA} от σ . Из рис. 1 видно, что r_{PB} и $(r_{PB} + r_{PDA})/2$ достигают минимума при $\sigma = 8$ месяцев, а r_{PDA} слабо зависит от σ вблизи этого значения, поэтому ниже мы будем сглаживать SN фильтром с $\sigma = 8$.

На рис. 2 изображены связи ПВ и ПДА для сглаженных SN, а также соответствующие линейные регрессии

$$SN_{\max, PB}(k) = 365.1 - 43.86 T_a(k) \quad (r_{PB} = -0.82) \quad (1)$$

и

$$SN_{\max, PDA}(k) = 538.8 - 33.76 T(k-1) \quad (r_{PDA} = -0.73). \quad (2)$$

Рис. 2. Слева: диаграмма $T_a(k) - SN_{\max}(k)$ для ПВ; Справа: диаграмма $T(k-1) - SN_{\max}(k)$ для ПДА. Число у точки соответствует номеру цикла k , пунктирами показаны линейные регрессии.

Важен вопрос о том, являются ли связи ПВ и ПДА независимыми. Камерон и Шюслер [11] предположили, что ПДА может быть чисто геометрическим следствием ПВ: с учётом наложения циклов $k-1$ и k при увеличении (уменьшении) амплитуды цикла k его минимум сдвигается влево (вправо), что, по их мнению, и может вести к ПДА (см. рис. 10 в [11]). В дальнейшем, ссылаясь на [11], о том же писали и другие авторы (например, [12]). Для доказательства своего утверждения авторы [11] сгенерировали серию искусственных рядов с циклами заданного профиля, одинаковой длины (10.75 года) и переменной амплитуды и показали, что если для профиля выполняется ПВ, то в рядах воспроизводится и ПДА. Однако длины реальных циклов меняются, что важно для обсуждаемого эффекта. Покажем это, создав аппроксимирующий ряд SN^* , в котором каждый 11-летний цикл ряда SN приближен формулой [8]

$$f(a, b, c, t_0; t) = \frac{a(t - t_0)^3}{e^{(t - t_0)^2 / b^2} - c}, \quad (3)$$

где t — время, $c = 0.8$ для всех циклов, а t_0 , a , b подбираются для каждого цикла при помощи МНК. Минимумы полученного ряда SN^* близки к t_0 , но не совпадают с ними, что объясняется эффектом перекрытия. Для ряда SN^* ПДА также выполняется ($r_{PDA} = -0.67$). Далее создадим вспомога-

ный ряд SN^{**} , заменив каждый из циклов ряда SN^* на «средний» цикл, описываемый той же формулой (3) с параметрами a и b , равными средним от этих параметров по всем циклам: $\bar{a} = 303.4$ и $\bar{b} = 4.525$ года. В ряде SN^{**} формы всех циклов одинаковы, поэтому, если бы ПДА объяснялась только влиянием этой формы на положение минимумов, то корреляция между длиной цикла в ряде SN^{**} и амплитудой следующего цикла в ряде SN^* практически исчезла бы. Однако коэффициент этой корреляции равен -0.66 , что незначительно меньше, чем в SN^* . Корреляция между сдвигами минимумов в SN^{**} и амплитудами SN^* действительно есть, однако этот сдвиг в среднем равен 0.13 года (Рис. 3), что, на фоне среднеквадратичного разброса T в ряде SN (1.2 года), почти не влияет на $r_{ПДА}$. Таким образом, рассуждение, проведённое в [11], неверно, и ПДА не является геометрическим следствием ПВ.

Рис. 3. Диаграмма $T(k-1) - SN_{max}(k)$ для ряда SN_1 (полные кружки) и то же для $T(k-1)$, полученных по ряду SN_2 (пустые кружки).

Рис. 4. Максимумы циклов активности SN_{max} (кружки) и их оценки $SN_{max,ПВ}$ (треугольники) и $SN_{max,ПДА}$ (квадраты).

Итак, ПВ и ПДА — независимые связи между амплитудой цикла и длинами его фаз. Так как моменты экстремумов циклов и их амплитуды могут быть известны с разной точностью, эти правила могут содержать дополнительную информацию о параметрах циклов в рядах пятенных индексов.

Так, в исторических реконструкциях пятенного индекса экстремумы обычно известны надёжнее, чем уровни активности, и первые могут быть использованы для независимой оценки последних. На Рис. 4 изображены две оценки амплитуды циклов, сделанные с помощью соотношений (1) и (2). Видна разница между качеством оценки примерно до середины XIX века и после этого времени: в первую эпоху оценки ближе как друг к другу, так и к наблюдаемым максимумам. Причина такого различия между эпохами не вполне понятна.

С другой стороны, в современную эпоху в рядах пятенных индексов параметры максимумов обычно определяются точнее, чем моменты минимумов. Есть мнение [13], что, так как вблизи минимумов пятна редки или отсутствуют, реальная точность определения минимумов не выше трёх месяцев. Например, в минимуме цикла 6 пятна отсутствовали 21 месяц подряд: с ноября 1809 по июнь 1811 года. В таких случаях ПВ и ПДА дают возможность сделать независимую оценку момента минимума t_{min} , осно-

ванную на хорошо определяемых параметрах $t_{\max}$ и $SN_{\max}$. Зафиксируем их, а $t_{\min}$ будем считать свободными параметрами, определяющими значения T_a , T и, с помощью (1) и (2), $SN_{\max, \text{ПВ}}$ и $SN_{\max, \text{ПДА}}$. Определим функцию F как сумму квадратов отклонений всех оценок от их реальных значений:

$$F(t_{\min}(1), \dots, t_{\min}(N)) = (SN_{\max, \text{ПВ}}(1) - SN_{\max}(1))^2 + \sum_{k=2}^N [(SN_{\max, \text{ПВ}}(k) - SN_{\max}(k))^2 + (SN_{\max, \text{ПДА}}(k) - SN_{\max}(k))^2].$$

Значение F для реальных $t_{\min}$ равно 52480, а минимума $F^* = 31750$ она достигает при смещённых $(t_{\min})^* = t_{\min} + \Delta$ (Таблица 1), где смещение Δ в среднем равно 0.5 года. Сила правил для $(t_{\min})^*$ усиливается с -0.82 до -0.88 для ПВ и с -0.73 до -0.88 для ПДА. Значения $(t_{\min})^*$ можно рассматривать как оценки для $t_{\min}$, полученные без использования информации о количестве пятен в минимуме. Так, для упомянутого выше «проблемного» 6-го цикла оценка смещена на 0.3 года. Интересно также отметить, что из семи самых сильных отклонений с $|\Delta| > 0.5$ года (они выделены в Таблице 1), пять идут подряд (циклы 11–15), что может говорить о систематических погрешностях определения формы цикла в эту эпоху.

Таблица 1.

k	$t_{\min}$	$(t_{\min})^*$	Δ	k	$t_{\min}$	$(t_{\min})^*$	Δ	k	$t_{\min}$	$(t_{\min})^*$	Δ
1	1755.4	1755.6	+0.3	9	1843.7	1844.8	+1.1	17	1933.8	1934.0	+0.3
2	1766.2	1766.1	-0.1	10	1856.1	1856.0	-0.1	18	1944.0	1944.8	+0.7
3	1775.6	1775.4	-0.2	11	1867.2	1866.3	-0.9	19	1954.2	1954.5	+0.3
4	1784.5	1784.7	+0.2	12	1878.7	1878.1	-0.6	20	1964.9	1965.4	+0.5
5	1798.3	1797.9	-0.4	13	1889.5	1888.7	-0.7	21	1976.2	1976.0	-0.2
6	1810.5	1810.8	+0.3	14	1901.7	1900.8	-0.9	22	1986.2	1986.1	-0.1
7	1823.2	1824.1	+0.9	15	1913.0	1912.2	-0.8	23	1996.4	1996.7	+0.3
8	1833.9	1834.1	+0.2	16	1923.4	1923.4	+0.0	24	2008.8	2008.8	+0.0

Данная работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 19-02-00088 и Госзадания.

Литература

1. Waldmeier M. // Astronomische Mitteilungen der Eidgenössischen Sternwarte Zürich, 1935, v. 14, pp. 105–136.
2. Dicke R.H. // Nature, 1978, v. 276, pp. 676–680.
3. Friis-Christensen E., Lassen K. // Science, 1991, v. 254, pp. 698–700.
4. Hoyng P. // Astron. Astrophys., 1993, v. 272, pp. 321–339.
5. Hathaway D.H., Wilson R.M., Reichmann E.J. // Solar Phys., 1994, v. 151, pp. 177–190.
6. Nagovitsyn Yu.A. // Astronomy Letters, 1997, v. 23, pp. 742–748.
7. Solanki S.K., Krivova N.A., Schüssler M., Fligge M. // Astron. Astrophys., 2002, v. 396, pp. 1029–1035.
8. Hathaway D.H. // Living Rev. Solar Phys., 2015, v. 12, pp. 4–87.
9. Clette F., Svalgaard L., Vaquero J.M., Cliver E.W. // Space. Sci. Rev., 2014, v. 186, pp. 35–103; <http://www.sidc.be/silso/datafiles>
10. Hathaway D. H., Wilson, R. M., Reichmann, E. J. // J. Geophys. Res., 1999, v. 104(A10), pp. 22,375–22,388.
11. Cameron R., Schüssler M. // Astrophysical Journal, 2007, v. 659, pp. 801–811.
12. Petroway K. // Living Reviews In Solar Physics, 2020, v. 17:2.
13. Витинский Ю.И., Ихсанов Р.Н. // Солнечные данные, 1960, № 1, сс. 71–73.