МУЛЬТИМАСШТАБНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ АКТИВНЫХ ОБЛАСТЕЙ СОЛНЦА

Алексеев В.В., Макаренко Н.Г.

*ЯрГУ им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия
ГАО РАН, Санкт-Петербург, Россия*

SCALE-SPACE REPRESENTATION OF ACTIVE REGIONS ON THE SUN

Alekseev V.V., Makarenko N.G.

*P.G. Demidov YarSU, Yaroslavl, Russia
The Central Astronomical Observatory of the RAS, St. Petersburg, Russia*

Scale-space representation of a magnetogram is a line of sight component of the solar magnetic field equipped with scale coordinate – a size of the Gaussian filter. Initial data considered as zero level, data at level σ is the initial data convolved with 2D-Gaussian function of size (standard deviation) σ . The graph of critical paths is based on this representation of magnetogram. Edges of the graph consist of critical points of scale-space representation at each level. Vertices of the graph are top-points – degenerate critical points. The graph transforms during evolution of magnetic field in active region.

In this work, this graph and its transformations are considered as a dynamic model of active region on the Sun.

DOI: 10.31725/0552-5829-2019-11-14

Введение

Критические точки поля и информация об их распределении используются для построения содержательной дискретной модели поля. Предпочтительной моделью часто является граф.

Одним из примеров такого графа является комплекс Морса-Смейла. Его идея состоит в градиентном представлении поля набором клеток, каждая из которых содержит два седла, максимум и минимум. Техника построения комплексов Морса-Смейла (МС) использует дискретный вариант теории Морса. На рис. 1 приведен пример такого комплекса для магнитограммы АО с несколькими вариантами его топологического редактирования. Такое редактирование сохраняет характеристику Эйлера. Однако, модель МС предполагает наличие только невырожденных (морсовских) особенностей поля. В этой работе рассматривается другое представление, позволяющее учесть вырождения поля.

Мультимасштабное (scale-space) [2] представление магнитограммы представляет собой скалярную компоненту поля напряжённости, дополненную координатой масштаба: радиуса гауссовского ядра, с которым сворачивается поле исходных значений. На основе такого представления строится граф.

Рис. 1. Граф Морса-Смейла магнитограммы для нескольких уровней топологического упрощения. Синим выделены минимумы поля, красным – максимумы, зелёным – седла. Дугами графа являются интегральные линии градиентного поля, соединяющие критические точки.

Рёбра графа состоят из критических точек поля при различных значениях масштаба; вершинами являются топ-точки, т.е. точки, в которых принимает нулевое значение не только градиент, но и лапласиан с гессианом.

Эволюция поля АО индуцирует изменение графа, построенного на топ-точках. Этот граф и его изменения рассматриваются как динамическая модель активной области.

Теоретическое основание

Рассмотрим функцию $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Будем интерпретировать данную функцию как двумерное изображение. Определим однопараметрическое семейство функций

$$f_\sigma = f * G_\sigma, \sigma > 0, \quad (1)$$

где G_σ – гауссовское ядро ширины σ . Положим $f_0 = f$. Параметр σ будем называть масштабом, а всё семейство f_σ – представлением изображения в пространстве масштабов (*scale space*) [3].

Критической точкой при фиксированном масштабе σ называется точка, в которой градиент обращается в нуль. Критическая точка называется вырожденной, если в ней также в нуль обращается гессиан. При непрерывном изменении масштаба невырожденная критическая точка проходит по *критическому пути*. В вырожденных особенностях поля происходит соединение двух критических путей: появление, либо слияние пары критических точек с противоположными знаками гессиана.

Вырожденные критические точки называются топ-точками. Иначе говоря, точка (x, y, σ) является топ-точкой, если

$$\begin{cases} \nabla f_\sigma(x, y) = 0; \\ \det H_{f_\sigma}(x, y) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Рис. 2. Представление магнитограммы в разных масштабах (слева направо: $\sigma = 3, 9, 27$).

Вычисление топ-точек и критических путей

Один из способов поиска критических путей и топ-точек – численное решение уравнения (2). Однако, оно содержит вторые производные (в гесс-сиане), что приводит к высокой погрешности вычислений.

Нами предлагается способ вычисления множества критических путей при помощи построения дискретного множества Якоби [1] функций специального вида.

Пусть f, g – функции Морса на $\mathbb{R}^2$. Множеством Якоби (см. рис. 3) функций f и g называется множество точек, в которых градиенты функций f и g

Определим функции

$$F(x, y, \sigma) = f_\sigma(x, y), \quad G(x, y, \sigma) = \sigma. \quad (3)$$

Верен тот факт, что множество Якоби функций F и G совпадает с множеством критических путей мультимасштабного представления функции f .

Рис. 3. Пример множества Якоби. Функции f и g показаны линиями уровня (сплошными и пунктирными). Множество Якоби функций f и g показано жирной линией [1].

Действительно, $\nabla G = (0, 0, 1)$. Множество Якоби состоит из точек, в которых градиенты функций F и G коллинеарны. Следовательно, множеству Якоби принадлежат в точности те точки, в которых

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial y} = 0,$$

т. е. $\nabla F_{\sigma} = 0$.

Результаты

На рис. 4 представлены результаты построения множества критических путей и топ-точек магнитограмм активной области AO12673.

Рис. 4 Множества критических путей серии магнитограмм активной области 12673. Разница между соседними изображениями составляет 3 часа. Белые линии – критические пути (траектории критических точек при изменении масштаба).

Мультимасштабное представление позволяет сопоставлять последовательные магнитограммы, используя в качестве опорных точек топ-точки на высоких масштабах; получать непрерывное описание серии магнитограмм на высоких уровнях масштаба; использовать характеристики множества топ-точек в качестве дескриптора при анализе солнечных вспышек.

Будущая работа

В дальнейшем планируется исследовать возможность построения содержательных дескрипторов вспышечной активности на основе графа критических путей и набора топ-точек. Также вызывает интерес исследование взаимосвязи силовых линий магнитного поля Солнца с критическими путями в мультимасштабном представлении.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 19-32-50023.

Литература

1. Edelsbrunner H., Harer J. (2004). Jacobi Sets of Multiple Morse Functions. Foundations of Computational Mathematics – FoCM.
2. Lindeberg T. (1994) Scale-Space Theory in Computer Vision – Springer.
3. Platel, B. et al. Discrete Representation of Top Points via Scale Space Tessellation. Lecture Notes in Computer Science. March 2005, pp. 73-84.