ОСОБЕННОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ В ДИАГРАММЕ БАБОЧЕК МАУНДЕРА

Волобуев Д.М., Макаренко Н.Г., Князева И.С.

ГАО РАН, Санкт-Петербург, Россия

PECULIARITIES OF SPATIOTEMPORAL CLUSTERING IN MAUNDER BUTTERFLY DIAGRAM

Volobuev D.M., Makarenko N.G., Knyazeva I.S.

Pulkovo Observatory, St. Petersburg, Russia

Spatiotemporal butterfly diagram of Greenwich sunspot area record demonstrates major features of 11-year activity cycle. Here we translate sunspot areas into magnetic flux with known empirical relation and measure the distances between wings in butterfly diagram as between two-dimensional statistical distributions. We found that spatiotemporal structure of butterfly wings is closer for a series of stronger cycles whereas analog of Gnevyshev-Ohl rule is completed for a series of smaller cycles with closer distances in even-odd cycles.

DOI: 10.31725/0552-5829-2018-99-102

Диаграмма бабочек наглядно представляет основные закономерности 11-летнего цикла и является основным объектом моделирования для различных вариантов теории магнитного динамо. Как правило, выход моделей динамо является гладкой функцией, хотя в действительности пятна появляются неравномерно, и крыло состоит из набора острых пиков (рис. 1). Этот набор пиков можно попытаться аппроксимировать гладкой функцией [1] или использовать биортогональное разложение, где первые две моды дают сравнительно гладкую аппроксимацию [2]. В данной работе мы предполагаем, что пространственно-временные пики являются отражением нелинейных динамических процессов (см., например, [3]). Если доля детерминизма значительна, должен оправдываться нелинейный прогноз [4], основанный на поиске аналогов (паттернов) в истории. В то же время из результатов [4] видно, что хороших аналогов, с приемлемой точностью, найти не удастся. Это может быть обусловлено несколькими причинами, прежде всего коротким рядом наблюдений и неудачным размером паттерна или размерностью для вложения, построенного по алгоритму Такенса. Поскольку естественным повторяющимся элементом – паттерном для диаграммы бабочек является крыло бабочки, в данной работе мы анализируем именно близость крыльев.

Мы использовали Гринвичский ряд, который остается самым продолжительным рядом наблюдений площадей пятен, в настоящее время он продолжается в NASA (<https://solarscience.msfc.nasa.gov/greenwch/bflydata.txt>). Выделение отдельных крыльев производилось по данным [5]. Поскольку

площадь пятен является прокси для максимального магнитного поля [6], мы пересчитали площадь пятен в открытый магнитный поток:

$$B_{MAX} = 895 + 414 \cdot \log A; \Phi = A \cdot B_{MAX}. \quad (1)$$

Здесь B_{MAX} – максимальное магнитное поле в пятне, Φ – открытый магнитный поток, A – суммарная площадь пятен за один оборот Кэррингтона в широтной полосе 2.4° .

Рис. 1. Диаграмма бабочек в циклах 18 и 19 в масштабе логарифма магнитного потока.

Чтобы сравнить крылья бабочек друг с другом, допустим, что отмеченный ими магнитный поток можно описать плотностью вероятности p . Отчасти, это допущение оправдано правилом Вальдмайера – более мощные циклы более короткие. Мерой близости удобно выбрать информационную метрику Фишера-Рао [7]. При этом удобно перейти к “полуплотностям” или амплитудам вероятности

$$y_i = \sqrt{p_i}; \sum_i p_i = 1 \Rightarrow \sum_i y_i^2 = 1, \quad (2)$$

которые, таким образом, определены на единичной сфере. В касательном расслоении к единичной сфере (рис. 2) зададим метрику Фишера-Рао следующим образом:

$$ds^2 = \sum_i dy_i dy_i = \sum_i d\sqrt{p_i} d\sqrt{p_i} = \frac{1}{4} \sum_i \frac{dp_i dp_i}{p_i} \sim \int \frac{\|\nabla p\|^2}{p} \quad (3)$$

Заметим (рис. 2, справа), что на сфере удобно определить расстояние между плотностями вероятности углом φ , входящим в скалярное произведение двух касательных векторов $\mathbf{v}_i = d(\sqrt{p_i})$:

$$(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = \|\mathbf{v}_1\| \|\mathbf{v}_2\| \cos \varphi \quad (4)$$

Рис. 2. Касательное расслоение единичной сферы, на которой задана метрика Фишера-Рао, измеряющая расстояние между распределениями плотностей вероятности p .

Максимально возможное расстояние при этом $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ограничено областью действия так называемого экспоненциального отображения, которое сопоставляет единичному касательному вектору геодезическую, выходящую из той же точки.

Мы вычислили попарные расстояния между крыльями бабочек отдельно для Северного и Южного полушария Солнца (рис. 3).

Рис. 3. Попарные расстояния между крыльями бабочек Северного (слева) и Южного (справа) полушариями Солнца, по осям отложены номера циклов (12÷24), более темный цвет означает более близкое расстояние.

В целом, метрика обладает высокой чувствительностью, и все расстояния больше единицы, кроме диагонали, где крылья сравниваются сами с собой и расстояния нулевые. Таким образом, ни в одном из полушарий пока не наблюдалось близких крыльев. Тем не менее, Южное полушарие по-

рождало более близкие крылья (например, пара (21,17)), чем Северное. Кроме того, сильные циклы более близки, чем слабые в обоих полушариях. С другой стороны, последовательность ранних слабых циклов склонна к чередованию интенсивности вдоль диагонали, т.е. пары (12,13), (14,15) (16,17) более близки в обоих полушариях, чем последующие пары (13,14), (15,16) что является некоторым аналогом правила Гневышева-Оля, которое разрушилось на паре (17,18) в Южном полушарии при начале эпохи сильных циклов.

Выводы

Мы вычислили попарные расстояния между крыльями бабочек Маундера. Оказалось, что:

- За историю Гринвичских наблюдений не было близких крыльев, таким образом, для хорошего нелинейного прогноза типа [4] необходим гораздо более длительный ряд наблюдений.
- Крылья для сильных циклов более близки, чем для слабых.
- Крылья в слабых циклах образуют пары, аналогично правилу Гневышева-Оля, но последовательность пар разрушается при переходе к эпохе сильных циклов.

Работа выполнена при поддержке гранта AP05134227 (Казахстан).

Литература

1. *Ternullo, M.* The butterfly diagram internal structure // *Astrophysics and Space Science*, 2010, 328(1-2), 301-305.
2. *Mininni, P.D., Gómez, D.O., & Mindlin, G.B.* Biorthogonal decomposition techniques unveil the nature of the irregularities observed in the solar cycle // *Physical review letters*, 2002, 89(6), 061101.
3. *Couston, L.A., Lecoanet, D., Favier, B., & Le Bars, M.* Order Out of Chaos: Slowly Reversing Mean Flows Emerge from Turbulently Generated Internal Waves // *Physical Review Letters*, 2018, 120(24), 244505.
4. *Covas, E.* Spatial-temporal forecasting the sunspot diagram // *Astronomy & Astrophysics*, 2017, 605, A44.
5. *Leussu, R., Usoskin, I.G., Pavai, V.S., et al.* Wings of the butterfly: Sunspot groups for 1826–2015 // *Astronomy & Astrophysics*, 2017, 599, A131.
6. *Tlatov, A.G., & Pevtsov, A.A.* Bimodal distribution of magnetic fields and areas of sunspots // *Solar Physics*, 2014, 289(4), 1143-1152.
7. *Jost, Jürgen, and Jürgen Jost.* Riemannian geometry and geometric analysis. Vol. 42005. Berlin: Springer, 2008.