ТОЧКИ ПОВОРОТА И ВОЛНОВОЙ ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ АЛЬВЕНОВСКИМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ В АТМОСФЕРЕ СОЛНЦА

Цап Ю.Т.^{1,2}, Степанов А.В.², Копылова Ю.Г.², Ханейчук О.В.³

¹*Крымская астрофизическая обсерватория, п. Научный, Крым, Россия*

²*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

³*Физико-технический институт КФУ им. В.И. Вернадского, Симферополь, Россия*

TURNING POINTS AND WAVE ENERGY PROPAGATION BY ALFVEN PERTURBATIONS IN THE SOLAR ATMOSPHERE

Tsap Yu.T.^{1,2}, Stepanov A.V.², Kopylova Yu.G.², Haneychuk O.V.³

¹*Crimean Astrophysical Observatory, Nauchny, Crimea, Russia*

²*Central Astronomical Observatory at Pulkovo of RAS, St. Petersburg, Russia*

³*Physical Technical Institute of Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Russia*

Based on the oscillation theorems and ideal MHD the propagation of linear Alfvén waves in the solar stratified atmosphere is considered. It has been shown that the method to determine cutoff frequencies proposed by Musielak et al. [1] should be reconsidered. Both harmonic and non-harmonic perturbations can effectively transfer the MHD energy under solar atmosphere conditions. The dependence of the group velocity on parameters of solar atmosphere and Alfvénic perturbations is discussed

DOI: 10.31725/0552-5829-2018-397-400

Введение

В настоящее время считается, что за нагрев короны Солнца могут быть ответственны магнитогидродинамические (МГД) волны, генерируемые в фотосфере Солнца конвективными движениями. Между тем особенности их распространения хорошо изучены лишь для наиболее простых моделей атмосфер. В частности, в случае неизотермической атмосферы возможны лишь численные расчеты, интерпретация которых сопряжена с большими трудностями. В связи с этим Мусиелаком и др. [1] была предложена новая методика, основанная на анализе локальных частот отсечки (точки поворота), которые по своей физической сущности аналогичны акустической отсечке, следующей из теории распространения звуковых волн в стратифицированных изотермических средах, разработанной еще в 1908 г. Лэмбом. Однако такой поход, как станет ясно из дальнейшего изложения, не имеет достаточных оснований. Во-первых, это связано с недостаточно корректной трактовкой теоремы Кнезера (см. следующий раздел). Во-вторых, представление о том, что в стратифицированной среде могут возбуждаться только три вида волн: бегущие, стоячие и эванесцентные, является слишком упрощенным и требует обстоятельного анализа. Напомним, что в последних двух случаях перенос энергии не происходит. При этом эванесцентные моды, в отличие от стоячих, не имеют пучностей и узлов. В

действительности, генерируемые моды могут обладать свойствами как колебаний, так бегущих волн. Наиболее ярко данная особенность выражена у линейных альвеновских волн, распространяющихся в изотермической стратифицированной атмосфере, которым мы и уделим основное внимание в этой работе.

Теорема Кнезера и точки поворота

Критерий (теорема) Кнезера, следующий из теоремы Штурма, формулируется следующим образом [2]: если в дифференциальном уравнении

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + Q(x)y = 0,$$

коэффициент $Q(x) < 1/x^2$ на промежутке $[x_0, +\infty)$, $x_0 > 0$, то его решение $y(x)$ имеет не более одного нуля (не колеблется). Если $Q(x) > (1 + \varepsilon)/x^2$, где $\varepsilon > 0$, то решение $y(x)$ содержит бесконечно много нулей (решение колеблется).

Несмотря на достаточно четкие формулировки, Мусиелак и др. [1] сочли возможным без какого-либо строгого доказательства предложить теорему, из которой следует возможность существования точек поворота, разделяющих осциллирующие и монотонные решения, если $Q(x) = 1/x^2$ для любых x . При этом, как считается, только осциллирующие решения подобно бегущим волнам способны переносить волновую энергию. Однако они не обратили внимание, что критерий Кнезера должен выполняться для всех положительных значений $x > x_0$. Вследствие этого, как легко доказать от противного, существование точек поворота оказывается невозможным. В частности, можно обратиться к анализу частоты акустической отсечки Лэмба в свете гипотезы Мусиелака и др. [1]. Существенным недостатком такого подхода является также предположение о неэффективности переноса энергии монотонными по пространству возмущениями. На примере альвеновских мод рассмотрим этот вопрос более обстоятельно.

Как известно, волновое уравнение, описывающее распространение альвеновских мод в стратифицированной вдоль оси Z изотермической атмосфере, используя стандартные обозначения, можно представить следующим образом

$$\frac{\partial^2 \delta V}{\partial t^2} = V_A^2(z) \frac{\partial^2 \delta V}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где альвеновская скорость

$$V_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho(z)}}.$$

Поскольку для стратифицированной атмосферы плотность плазмы $\rho(z) = \rho_0 \exp(-z/H)$, то уравнение (1) сводится к уравнению Бесселя, решение которого можно представить следующим образом

$$\delta V = C_1 H_0^{(1)}(\eta) + C_2 H_0^{(2)}(\eta), \quad \eta = \frac{2\omega H}{V_A},$$

где $H_0^{(1)}$ и $H_0^{(2)}$ – функции Ханкеля первого и второго рода, а C_1 и C_2 – произвольные константы, которые, как показывает анализ, описывают распространение альвеновских мод в противоположных направлениях. Откуда, используя линеаризованное уравнение индукции $\delta \mathbf{B} = \text{rot}[\delta \mathbf{V} \times \mathbf{B}]$ и определяя групповую скорость альвеновских волн как $V_{GA} = F_z/W$, где поток электромагнитной энергии $F_z = -B/8\pi \text{Re}(\delta V^* \delta B)$, и плотность энергии $W = \rho/2 \delta V^2 + B^2/8\pi$, например, при $C_2 = 0$, нетрудно получить следующее выражение

$$\frac{V_{GA}}{V_A} = \frac{4}{\pi \eta} \frac{1}{J_0^2(\eta) + Y_0^2(\eta) + J_1^2(\eta) + Y_1^2(\eta)},$$

график которого представлен на рис. 1. Из рисунка видно, что при $\eta \ll 1$ перенос энергии альвеновскими волнами малоэффективен, тогда как при $\eta \gg 1$ групповая скорость волн стремится к альвеновской скорости V_A .

Рис. 1. Зависимость отношения групповой скорости альвеновских возмущений V_{GA} к альвеновской скорости V_A от $\eta = 2\omega H/V_A$.

Между тем, функции Бесселя $J_n(x)$ и Неймана $Y_n(x)$ не имеют нулей, если аргумент $x < 1$. Это предполагает, что решения уравнения (1) не име-

ют осциллирующий характер при $\eta < 1$ ($\eta(z)$ – убывающая функция). Несмотря на это, как видно из рис. 1, перенос волновой энергии может быть все еще достаточно эффективным.

Обсуждение результатов и выводы

В представленной работе мы провели критический анализ метода, предложенного Мусиелаком и др. [1], для исследования особенностей распространения линейных МГД волн в неоднородной атмосфере. Нами было показано, что предложенный метод не позволяет определить частоту отсечки волн, поскольку критерий Кнезера противоречит самой идее существования точек поворота. Это хорошо согласуется с заключением, сделанным в работе [2], в соответствии с которым осцилляционные теоремы не позволяют сделать вывод об эффективности переноса волновой энергии МГД возмущениями.

Нами было также показано, что осциллирующий по пространству характер возмущений не может служить показателем эффективности переноса электромагнитной энергии альвеновскими волнами. Монотонные возмущения также способны эффективно переносить энергию (см. рис. 1). На наш взгляд, поток электромагнитной энергии скорее определяется фазовыми соотношениями между возмущенными величинами. Более обстоятельно этот вопрос мы надеемся рассмотреть в нашей следующей работе.

Работа частично поддержана грантами РНФ 16-12-10448, РФФИ № 18-02-00856-а и Программой президиума РАН № 28.

Литература

1. Musielak, Z.E., Musielak, D.E., Mobashi, H. // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. 036612.
2. Пушкарь Е.А. Дифференциальные уравнения. – М.: МГИУ. 2007. – 254 с.
3. Schmitz, F., Fleck, B. // Astron. Astrophys. 1998. V. 337. P. 487.