МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РАДИАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОРОНАЛЬНЫХ ПЕТЕЛЬ

Михаляев Б.Б., Нага Варун Е., Манкаева Г.А.
Калмыцкий государственный университет, Элиста, Россия

MODULATIONAL INSTABILITY OF THE FAST SAUSAGE MODE OF CORONAL LOOPS

Mikhalyaev B.B., Naga Varun E., Mankaeva G.A.
Kalmyk State University, Elista, Russia

The sausage mode in coronal loops is used for the interpretation of observed fast pulsations of microwave and hard X-ray emission. Its properties are studied well in the approximation of the linear magnetohydrodynamics. Now the investigation of large-amplitude sausage waves is on the agenda. An obvious first step is to study the sausage mode in the weakly-nonlinear approximation. Previously this study has been carried out in plane geometry. We investigate weakly nonlinear sausage waves in cylindrical geometry. We considered the non-linear Schrödinger equation describing the non-linear evolution of the wave envelope and used it to study the modulational instability of fast sausage waves.

DOI: 10.31725/0552-5829-2018-291-294

Наблюдаемые квазипериодические осцилляции микроволнового и жесткого рентгеновского излучения объясняются осесимметричными или радиальными колебаниями вспыхивающих петель [1]. Магнитогидродинамическая теория подобных колебаний довольно подробно разработана в линейном приближении. Однако часто амплитуда наблюдаемых осцилляций достигает больших значений [2, 3], что побуждает принимать во внимание нелинейные эффекты.

Пренебрегая в корональных условиях газовым давлением по сравнению с магнитным, будем рассматривать корональную петлю в виде цилиндрической магнитной трубки с однородным полем. Обозначая через a радиус трубки, через V_i и V_e – значения альвеновской скорости внутри и вне нее, запишем радиальную компоненту скорости в цилиндрических координатах, ось z которой совпадает с осью трубки,

$$v_r = AV_i V(r) \exp(ikz - i\omega t), \quad (1)$$

$$V(r) = \begin{cases} J_1(\lambda r), & \lambda = (\omega^2 / V_i^2 - k^2)^{1/2}, r < a, \\ V_i J_1(\lambda a) K_1(\chi r) / V_e K_1(\chi a), & \chi = (k^2 - \omega^2 / V_e^2)^{1/2}, r > a. \end{cases} \quad (2)$$

Частота ω и продольное волновое число k связаны дисперсионным уравнением

$$\lambda J_0(\lambda a) K_1(\chi a) + \chi K_0(\chi a) J_1(\lambda a) = 0. \quad (3)$$

Соответствующие дисперсионные кривые $\omega = \omega(k)$ и кривые групповой скорости $V_g = d\omega/dk$ показаны на рисунках 1 и 2. Отметим, что в области малых волновых чисел наблюдается большая дисперсия волны. Групповая скорость имеет минимум в этой области, достигая значений, малых по сравнению со значениями фазовой скорости.

Рис. 1. Дисперсионные кривые радиальной моды.

Рис. 2. Кривые зависимости групповой скорости от волнового числа.

Безразмерная амплитуда A в выражении (1) в слабонелинейном приближении рассматривается как медленно меняющаяся функция переменных z и t : $A = A(z, t)$. Она описывает пространственную и временную модуляцию волны и удовлетворяет нелинейному уравнению Шредингера (НУШ) [4, 5]:

$$i(A_t + V_g A_z) + \alpha A_{zz} + \beta |A|^2 A = 0, \quad (4)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{d^2 \omega}{dk^2}, \quad \beta = \beta(k). \quad (5)$$

Значения коэффициентов α и β вычисляются по заданным формулам [4, 5] и здесь представлены своими графиками (рис. 3 и 4). Коэффициенты являются знакопеременными, принимая отрицательные значения в области малых волновых чисел.

Поведение решения НУШ существенно зависит от соотношения знаков его коэффициентов. При выполнении условия $\alpha\beta > 0$ имеет место модуляционная неустойчивость или неустойчивость Бенджамина-Фейра. Под действием этого эффекта первоначальная волна с однородно распределенной амплитудой способна превратиться в цепь волновых пакетов. Рассмотрим поведение одного локализованного волнового пакета.

Рис. 3. Кривая зависимости $\alpha(k)$.

Рис. 4. Кривая зависимости $\beta(k)$.

Анализ коэффициентов НУШ для радиальной моды показывает, что условие неустойчивости выполняется в двух областях значений волнового числа: $ka < 1.40$ и $1.57 < ka < 3.75$. Назовем их условно областями больших и малых длин волн. В первой области имеются большая дисперсия радиальной моды и малые значения групповой скорости, во второй – малая дисперсия и большие значения групповой скорости. Выберем два значения из этих областей, $ka = 1$ и $ka = 3$. Решение уравнения НУШ производим численно с применением взвешенной конечно-разностной схемы Кранка-Николсона. Результаты моделирования представлены на рисунках 5 и 6. Для их сравнения направление распространения волны в первом случае изменено на противоположное.

Рис. 5. Поведение волнового пакета в случае, когда несущая выбрана из длинноволновой области.

Результаты демонстрируют появление квазипериодических осцилляций в обоих случаях. Огибающая волны представляет собой цуг волн, рас-

пространяющихся с групповой скоростью, которая имеет существенно меньшее значение, чем скорость несущей.

Рис. 6. Поведение волнового пакета в случае, когда несущая выбрана из коротковолновой области.

Несущая волна есть осесимметричная быстрая магнитозвуковая волна, распространяющаяся со скоростью порядка скорости альвеновской волны. Огибающая будет иметь значительно меньшую скорость. Эти результаты позволяют по-новому интерпретировать наблюдающиеся волновые явления в корональных петлях.

Имеют место волны, распространяющиеся в петлях как с большими скоростями порядка альвеновских, так и со скоростями, значительно меньшими. Первые обычно рассматриваются как быстрые, вторые – как медленные магнитозвуковые моды. Мы можем говорить, что и медленно распространяющиеся волновые распределения могут представлять собой также быстрые моды, только модулированные.

Проведенное исследование показывает многообразие волновых явлений в природе, в том числе в солнечной короне, и указывает на неоднозначность их интерпретации. Использование нелинейного подхода к описанию волн предоставляет дополнительные возможности для нахождения действительных причин их возникновения.

Литература

1. Nakariakov V.M., Melnikov V.F. // Space Sci. Rev., 2009, 149, 119.
2. Ingles // Astron. Astrophys., 2008, 487, 1147.
3. Huang // Astrophys. J., 2014, 791, A44.
4. Mikhalyaev B.B., Ruderman M.S. // J. Plasma Phys., 2015, 81, 905810611.
5. Mikhalyaev B.B., Ruderman M.S., Naga Varun E. // Geomagnetism and Aeronomy, 2016, 56, 1040-1044.