VI CONGRESSO INTERNACIONAL DAS **LICENCIATURAS** COINTER - PDVL 2019

A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA ACERCA DO ENSINO DA OPERAÇÃO DE DIVISÃO COM FRAÇÃO: UM ESTUDO SOB A ÓTICA DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA OPERACIÓN DE DIVISIÓN FRACCIONAL: UN ESTUDIO DESDE LA PERSPECTIVA DE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

DIDACTIC TRANSPOSITION ABOUT THE TEACHING OF FRACTIONAL DIVISION OPERATION: A STUDY FROM THE PERSPECTIVE OF ANTHROPOLOGICAL DIDACTIC THEORY

Apresentação: Comunicação Oral

Alan Gustavo Ferreira¹

Franklin Fernando Ferreira Pachêco²

DOI: <https://doi.org/10.31692/2358-9728.VICOINTERPDVL.2019.0144>

Resumo

Este trabalho tem por objetivo identificar as relações que podemos estabelecer entre a organização matemática presente no livro didático e aquelas existentes na prática do professor a cerca do processo de ensino da operação de divisão com fração. Este tema tem causado bastante inquietude por parte de professores e pesquisadores quanto às suas condições de ensino e de aprendizagem. O referencial teórico e metodológico no qual se respalda este estudo é a Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Chevallard e colaboradores. Esse marco teórico tem se mostrado uma ferramenta poderosa para analisar e descrever as práticas docentes e livros didáticos. Trata-se de uma investigação qualitativa com corte descritivo e interpretativo do tipo estudo de caso. Elegemos como sujeito da pesquisa um professor de Matemática que atua numa turma de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública. Quanto aos resultados, tanto no livro didático quanto na aula analisada, foi possível encontrar três tipos de tarefas referentes ao ensino da operação de divisão com fração: T_1 , T_2 e T_3 . As técnicas utilizadas, em ambos os casos, para a resolução dos tipos de tarefas basearam-se na ideia de operação inversa. Já a formação do ambiente tecnológico-teórico deu-se quase sempre a partir de representações geométricas. No entanto, pode-se afirmar um certo distanciamento entre o discurso tecnológico-teórico apresentado no livro e o apresentado na aula do professor. Além disso, foi possível perceber que as tarefas utilizadas na aula pelo professor para ilustrar os tipos de tarefas foram menos enriquecidas de detalhes, se comparadas com aquelas dispostas no livro didático.

¹ Mestre em Educação em Ciências e Matemática – UFPE/CAA, Professor de Matemática da Secretaria Educação de Pernambuco e da Prefeitura da Cidade do Recife, alan.gustavo@hotmail.com

² Mestrando em Educação Matemática e Tecnológica – UFPE/ Campus Recife, pacheco.franklin9@gmail.com

Palavras-Chave: Divisão, Fração, Teoria Antropológica do Didático, Praxeologias.

Resumen

Este documento tiene como objetivo identificar qué relaciones podemos establecer entre la organización matemática existente en el libro de texto y las existentes en la práctica del maestro sobre la enseñanza de la operación de división fraccional. Este tema ha causado mucha preocupación por parte de maestros e investigadores sobre sus condiciones de enseñanza y aprendizaje. El marco teórico y metodológico en el que se apoya este estudio es la Teoría Antropológica de la Didáctica, desarrollada por Chevallard y sus colaboradores. Este marco teórico ha demostrado ser una herramienta poderosa para analizar y describir prácticas de enseñanza y libros de texto. Esta es una investigación cualitativa con corte descriptivo e interpretativo del tipo de estudio de caso. Elegimos como sujeto de la investigación un maestro de Matemáticas que trabaja en una clase de escuela primaria de séptimo grado de una escuela pública. Con respecto a los resultados, tanto en el libro de texto como en la clase analizada, fue posible encontrar tres tipos de tareas relacionadas con la enseñanza de la operación de división de división: T1, T2 y T3. Las técnicas utilizadas en ambos casos para resolver los tipos de tareas se basaron en la idea de operación inversa. La formación del entorno tecnológico-teórico se basó casi siempre en representaciones geométricas. Sin embargo, se puede afirmar una cierta distancia entre el discurso teórico-tecnológico presentado en el libro y el presentado en la clase del profesor. Además, fue posible darse cuenta de que las tareas utilizadas en el aula por el profesor para ilustrar los tipos de tareas no eran problemáticas en comparación con las presentadas en el libro de texto.

Palabras Clave: División, Fracción, Teoría Antropológica de lo Didático, Praxeologías.

Abstract

This paper aims to identify what relationships we can establish between the mathematical organization existing in the textbook and those existing in the teacher's practice about the teaching of fractional division operation. This theme has caused a lot of concern on the part of teachers and researchers about their teaching and learning conditions. The theoretical and methodological framework in which this study is supported is the Anthropological Theory of Didactics, developed by Chevallard and collaborators. This theoretical framework has proven to be a powerful tool for analyzing and describing teaching practices and textbooks. This is a qualitative investigation with descriptive and interpretative cut of the case study type. We chose as subject of the research a Mathematics teacher who works in a 7th grade elementary school class of a public school. Regarding the results, both in the textbook and in the analyzed class, it was possible to find three types of tasks related to the teaching of the division division operation: T1, T2 and T3. The techniques used in both cases to solve the types of tasks were based on the idea of inverse operation. The formation of the technological-theoretical environment was almost always based on geometric representations. However, a certain distance can be affirmed between the technological-theoretical discourse presented in the book and the one presented in the teacher's class. In addition, it was possible to realize that the tasks used in the classroom by the teacher to illustrate the types of tasks were not problematic compared to those presented in the textbook.

Keywords: Division, Fraction, Anthropological Theory of the Didactic, Praxeologies.

Introdução

Desde o surgimento da Didática da Matemática, como campo de conhecimento, na década de 70 do século passado, cuja competência de estudo sugere a compreensão da natureza do saber matemático na atividade escolar e a utilização de sua interpretação para melhor gerenciar os fenômenos de ensino e de aprendizagem no âmbito das instituições de ensino, numerosos trabalhos, com os mais variados enfoques, têm emergido.

Apesar dos esforços e dos grandes avanços que se tem conquistado nessa área, esses estudos ainda não conseguem responder, na sua totalidade, as inquietações e os anseios por uma melhoria de ensino e, por conseguinte, de aprendizagem de Matemática nos ambientes educativos.

Indubitavelmente, dentre os diversos conteúdos da Matemática, um que ainda têm instigado professores e pesquisadores da Educação Matemática quanto às suas condições de ensino e aprendizagem, é sobre operações envolvendo fração. Bezerra (2001), por exemplo, destaca que o estudo dos números racionais apresenta-se como um dos temas de maior dificuldade na disciplina de Matemática no Ensino Fundamental.

Por ser de grande relevância para a formação do cidadão na educação básica, e pesquisas apontarem para um grau de não facilidade desse conhecimento por parte do aluno ou na complexidade que esse exerce para o profissional da educação lecionar, Wu (apud SANT'ANNA, 2008, p. 25-26) aponta, áreas problemáticas tanto na teoria como na prática do ensino de frações, que podem ser descritas como:

- (1) O conceito de fração nunca é definido claramente e sua afinidade com os números inteiros não é enfatizada suficientemente;
- (2) As complexidades conceituais associadas ao emprego de frações são enfatizadas desde o início em detrimento do conceito básico;
- (3) As regras das operações aritméticas com as frações são apresentadas sem relacioná-las às regras das operações com números inteiros, com os quais os alunos tem uma maior familiaridade;
- (4) Em geral, explicações matemáticas de quase todos os aspectos essenciais do conceito de fração não são abordadas no decorrer do processo de ensino.

Drechmer e Andrade (2011) advogam que a compreensão dos números racionais envolve uma gama de aspectos que dificultam sua compreensão. Por outro lado, Justulin e Pirola (2008) não temem em afirmar que o ensino e a aprendizagem de frações são ministrados por professores com contextos fora da realidade do educando.

Dentre as críticas a respeito do ensino de fração nas escolas, Magina, Bezerra e Spinillo (2009) destacam que o ensino de frações tem se caracterizado por uma ênfase no simbolismo e na linguagem Matemática, na aplicação mecânica de algoritmos (sobretudo na aritmética de frações) e no uso de representações diagramáticas.

A temática envolvendo ensino e aprendizagem de fração, não tem terreno fértil apenas nas pesquisas, como nos parágrafos discutidos. Esse conteúdo se consolidou, ao longo dos anos, como objeto integrante da cultura escolar, estando referenciado em importantes documentos definidores do currículo escolar, como é o caso dos Parâmetros Curriculares de Pernambuco – PCPE (PERNAMBUCO, 2012), e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), no qual propõem a abordagem do ensino desse importante conteúdo desde as séries iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, a indicação para o trabalho com as operações envolvendo fração, de maneira sistematizada, se consolidam apenas a partir dos 7º e 8º anos dessa mesma etapa.

Dessa forma, considerando as discussões levantadas sobre as distintas pesquisas e das recomendações para o processo de ensino e de aprendizagem dos documentos de orientações curriculares (PERNAMBUCO, 2012; BRASIL, 2017), esta investigação centra-se na análise da relação entre a atividade matemática do livro didático e aquela apresentada na prática do professor em torno do ensino da operação de divisão com fração.

Sentimos, então, a necessidade de recorrer a um modelo teórico que pudesse respaldar essa pesquisa. Entre as manifestações que emergem das tendências em Didática da Matemática, surge a Teoria Antropológica do Didático (TAD), originalmente desenvolvida por Chevallard (1999), que situa a atividade matemática escolar no conjunto das relações humanas e enquadradas em certas instituições sociais. Este referencial teórico tem provado ser uma ferramenta de grande aporte para analisar e descrever as práticas docentes e livros didáticos, conforme assinala Almouloud (2015).

Assim sendo, este estudo pretende, de forma específica, responder aos seguintes questionamentos:

- Como se caracterizam as organizações matemáticas existentes em um livro didático de matemática acerca da operação de divisão com fração?
- Quais as características das organizações matemáticas que emergem na prática do professor no ensino da operação de divisão com fração? Que relações podemos estabelecer entre a organização matemática existente no livro didático e aquelas existentes na prática do professor a cerca do ensino da operação de divisão com fração?.

Teoria Antropológica do Didático

A TAD foi inicialmente idealizada pelo investigador francês Yves Chevallard no final da década de 1980 com as primeiras teorizações sobre transposição didática (TD). A priori, o conceito de TD era entendido como corpo teórico, passando, mais tarde, a ser incorporada no marco teórico da TAD.

A ideia de TD foi discutida inicial em 1975 pelo sociólogo Michel Verret em sua tese de doutoramento e rediscutida em meados dos anos 80 do século passado por Chevallard, desta vez no campo da Didática da Matemática. Ela possibilita analisar a trajetória de um saber desde a produção do saber científico, transformando-se em objeto de ensino e, por fim, em um saber ensinado. Dessa forma, o conceito de TD se refere à passagem do *saber sábio* ao *saber ensinado* e à distância obrigatória que os separa.

A respeito da definição de TD, Chevallard (1991, p. 39) considera que

um conteúdo do conhecimento, designado saber a ensinar, sofre, então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a ocupar um lugar entre objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar, faz um objeto de ensino, é chamado Transposição Didática.

O conjunto das fontes de influências na seleção dos objetos de ensino recebe o nome de *noosfera*. Ela é composta simultaneamente por representantes do sistema de educação e representantes da sociedade como, por exemplo, professores, pais de alunos, especialistas, representantes de órgãos políticos e autores de livros. Segundo Pais (2011), o resultado da influência da noosfera resulta não apenas na escolha dos conteúdos, como também na definição dos valores, objetivos e métodos que conduzem o sistema de ensino. O esquema a seguir, Figura 1, sintetiza os encadeamentos básicos da TD.

Fonte: Elaborado pelos autores

Sobre a TAD, Chevallard (1992) coloca que ela deve ser encarada com um desenvolvimento e uma articulação das noções cuja elaboração visa permitir de maneira unificada um grande número de fenômenos didáticos, que surgem no final de múltiplas análises. Dessa forma, a TAD, como mencionado anteriormente, situa a atividade matemática e, por conseguinte, o estudo da matemática, dentro do conjunto das atividades humanas e de instituições sociais. Essa afirmação pode muito bem justificar a razão pela qual o autor se utilizou do termo “antropológico”. A Figura 2, disponibiliza uma esquematização sintetizando o enfoque da TAD e os motivos pelos quais recebe esse nome.

Fonte: Ferreira e Almeida (2019, p. 281)

O princípio fundamental dessa teoria considera que toda atividade humana regularmente realizada pode descrever-se como um modelo único, que se resume com a palavra *praxeologia*, (CHEVALLARD, 1999). Assim, uma praxeologia que descreve uma atividade matemática ou o saber que dela emerge se chama *praxeologia matemática* ou *organização matemática* (OM) e, a esse respeito, Corica e Otero (2009) assinalam que uma OM se constitui ao redor de um ou vários tipos de tarefas matemáticas que conduzem à criação de técnicas matemáticas, as quais se justificam por tecnologias matemáticas desenvolvidas a partir de uma teoria matemática.

Mais precisamente, numa OM é possível distinguir dois aspectos inseparáveis que podem ser definidos a partir dos radicais etimológicos da própria palavra *praxeologia*:

- O nível da *prática* ou *práxis* do *saber fazer*, que engloba é um certo tipo de tarefas e questões que se estudam, assim como as técnicas para resolvê-los. Este primeiro bloco se denominabloco prático-técnico;

- O nível do *logos* ou do *saber*, em que estão situados os discursos racionais que descrevem, explicam e justificam as técnicas que se utilizam, e que recebe o nome de *tecnologia*. Também dentro do *saber*, aparece um segundo nível de descrição, explicação e justificativa que se denomina de *teoria*. Este segundo bloco se denomina *bloco tecnológico-teórico*.

Para sintetizar esses dois blocos, expomos, por meio da Figura 3 um mapa conceitual que explica os componentes de uma praxeologia.

Fonte: Ferreira e Almeida (2019, p. 282)

Os termos *tarefa*, *técnica*, *tecnologia* e *teoria* [T, τ , θ , Θ] são imprescindíveis para construir qualquer praxeologia. Segundo Chevallard (1999) a noção de tarefa, ou melhor, do tipo de tarefa, supõe um objeto relativamente preciso. Isso conduz a ideia de que o verbo em si pode caracterizar um tipo gênero de tarefa, mas ele apenas não é capaz de caracterizar um tipo de tarefa. Por exemplo, *contar* representa um gênero de tarefa. Mas *contar*, simplesmente, não haveria tarefa. Mas, se dizemos *contar quantos elementos existem em conjunto finito* teremos um tipo de tarefa.

Chevallard (1999) também afirma que em uma instituição I, qualquer que seja o tipo de tarefas T, a técnica τ relativa a T está sempre acompanhada de ao menos um embrião ou mais frequentemente ainda, de um vestígio de tecnologia θ e que, em muitos casos, alguns elementos tecnológicos estão integrados na técnica. Câmara dos Santos e Bessa de Menezes (2015) afirmam que quando em uma instituição I existe, em princípio, somente uma técnica (t) que é reverenciada, reconhecida e empregada, essa técnica adquire um papel de “autotecnológica”, ou seja, não irá necessitar de justificativas, pois essa é a melhor maneira de

se fazer nesta instituição I. Já Santos e Freitas (2017) defendem que, em dado momento ou instituição, uma determinada técnica pode ser uma tecnologia e, uma tecnologia que justifica a técnica utilizada pode, em outra etapa da aula ou em outro ano escolar, passar a ser uma técnica.

Por sua vez, Chevallard (1999) introduziu a distinção de diferentes tipos de OM, de acordo com o grau de complexidade de seus componentes:

- ✓ *Organizações Pontuais* (OMP): Elas são geradas pelo que é considerado na instituição como um único tipo de tarefa e é definido a partir do bloco técnico-prático.
- ✓ *Organizações Locais* (OML): É o resultado da integração de várias organizações pontuais. Em cada OML, o discurso tecnológico assume o protagonismo, já que ele serve para justificar, explicar, relacionar entre elas e produzem as técnicas de todas as OMP que a compõem. Neste caso, a técnica perde o *status* de autotecnológica;
- ✓ *Organizações Regionais* (OMR): Obtida mediante a coordenação, articulação e posterior a integração de várias organizações locais a uma teoria matemática em comum. Esta integração implica que o discurso teórico assuma o papel central;
- ✓ *Organizações Globais* (OMG): Emergem adicionando várias organizações regionais da integração de diferentes teorias.

De maneira a sintetizar os elementos de uma OM bem como buscar a fazer a distinção entre as OM's, a seguir, expomos a Figura 4 ilustrando um mapa conceitual no qual expõe suas características a partir do nível de complexidade desses elementos.

Fonte: Ferreira e Almeida (2019, p.

Após a discussão sobre os elementos teóricos, a seguir apresentamos os procedimentos

metodológicos adotados que serviram como um aporte para a realização dessa investigação.

Metodologia

Trata-se de uma pesquisa qualitativa com corte descritivo e interpretativo (MOREIRA, 2011; BOGDAN E BIKLEN, 2010) do tipo estudo de caso (ANDRÉ, 2008; MOREIRA, 2011) acerca da TD relativa a operação de divisão de fração. Para a realização dessa pesquisa, como sujeito foi escolhido um professor de Matemática que atua numa turma de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública, situada na cidade do Recife – PE, e o livro didático adotado por esse profissional.

Os alunos dessa turma, mesmo permanecendo presentes no ambiente da sala de aula no momento da investigação, participaram de forma indireta, uma vez que o objeto de estudo deste trabalho é o ensino. O percurso metodológico da pesquisa se deu em quatro etapas principais, como descrito abaixo:

- **Primeira etapa:** Análise *a priori* das Organizações Matemáticas.
Nessa etapa buscou-se caracterizar as Organizações Matemáticas do livro didático adotado pela escola e utilizado professor nas suas aulas/
- **Segunda etapa:** Coleta de Dados
Realizou-se a gravação da aula referente ao ensino da operação de divisão com fração. Como instrumento de coleta, utilizou-se uma câmera de áudio e vídeo para realização da videografia. Ainda nessa etapa, realizou-se a transcrição dos recortes da aula.
- **Terceira etapa:** Identificação das Organizações Matemáticas
Buscou-se, nessa etapa, na transcrição da aula, identificar e caracterizar as organizações matemáticas apresentadas pelo professor – as tarefas (tipos e subtipos), as técnicas e os elementos tecnológicos e teóricos.
- **Quarta etapa:** Conexões
Por fim, procurou-se estabelecer possíveis relações (proximidades e/ou distanciamentos) entre as OM do livro didático e aquelas existentes na prática do professor.

A seguir, por meio dos procedimentos metodológicos adotados para essa investigação, apresentamos os resultados da pesquisa.

Resultados e Discussão

Análise das organizações matemáticas do Livro Didático

O livro didático adotado pela escola e utilizado pelo professor investigado é o “Vontade do Saber – Matemática”, 3ª edição – FTD – 2015, dos autores Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro. O capítulo destinado ao estudo do objeto Frações é o primeiro e é composto por 23 páginas, das quais 05 são destinadas a abordagem da operação de divisão de fração.

Como o objeto de interesse, neste momento, é caracterizar as OM existentes no livro didático acerca da operação de divisão de fração, destacaremos, a seguir, os tipos de tarefas encontrados, bem como a OM em torno desses tipos de tarefas. De modo geral, três tipos de tarefas referentes a divisão de fração (que chamaremos de **T₁**, **T₂** e **T₃**) foram encontradas no livro didático. Apresentaremos as OM em torno desses tipos de tarefas no Quadro 1.

Quadro 1: Organizações Matemáticas sobre divisão de fração apresentadas no livro didático

Tipo de Tarefa	Técnicas	Tecnologia	Teoria
T ₁ - Dividir um número natural por uma fração	Dividir o total pelo denominador de fração e multiplicar o resultado pelo numerador.	Saber quantas partes cabe no inteiro; Representar o inteiro geometricamente e dividi-lo de acordo com a parte considerada.	Números racionais: ideia de fração; divisão.
T ₂ - Dividir uma fração por um número natural	Multiplica-se o denominador da fração pelo número inteiro para encontrar o denominador da nova fração e mantém-se o numerador da fração, ou seja, multiplica-se a primeira fração pelo inverso do número natural.	Representar a parte considerada, geometricamente; em seguida dividir pela representar; representar a parte considerada correspondente ao total.	

T_3 - Dividir uma fração por outra	Para encontrar o quociente da divisão de duas frações, basta multiplicar a primeira fração pelo inverso da outra.	Representar a primeira fração em forma de figura, em seguida representar a segunda figura também na forma de figura; e estabelecer comparação; Escrever a divisão por meio de uma fração e multiplicar o numerador e o denominador por um mesmo número conveniente, diferente de zero, não alterando o resultado.	
--------------------------------------	---	--	--

Fonte: Elaborado pelos autores

Os autores do livro apresentam cada OM referente aos tipos de tarefas T_1 , T_2 e T_3 a partir da proposição de um exemplo de tarefa e, logo em seguida, aponta a técnica que deve ser utilizada. No entanto, antes do trabalho com a técnica principal, fazem uso de representações figurais a fim de justificar a escolha da técnica utilizada. A Figura 5 retrata um exemplo de tarefa abordada no livro didático.

Figura 5: Exemplo de tarefa do tipo T_1 proposta pelo livro didático

Juliano vai acampar com seus amigos. Para esse acampamento, ele levará 3 L de água que serão divididos em garrafas com $\frac{1}{2}$ L cada.
Quantas garrafas de $\frac{1}{2}$ L Juliano vai encher?

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 27)

Nota-se que a tarefa apresentada anteriormente trata-se de uma divisão de um número natural por uma fração. Os autores chamam a atenção para o fato de que calcular $3 : \frac{1}{2}$ é o mesmo que calcular quantas vezes $\frac{1}{2} L$ cabe em 3L. Eles também empregam representações figurais para justificar a técnica utilizada, como pode-se perceber na Figura 6.

Figura 6: Tecnologia da técnica do tipo de tarefa T_1

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 27)

A priori, essa tecnologia empregada funciona como uma técnica provisória para resolver a tarefa. No entanto, o seu nível de alcance torna-se limitado em operações com números muito grandes ou muito pequenos, por exemplo, inviabilizando o trabalho com a técnica. Essa ideia corrobora a ideia apontada por Santos e Freitas (2017) na qual uma técnica utilizada num momento da aula, pode passar a ser tecnologia, em outro.

Ao término da apresentação das OMem torno dos tipos de tarefas T_1 , T_2 e T_3 , os autores explicitam o trabalho com técnica principal, conforme expresso na Figura 7. Nota-se que o nível de alcance dessa técnica é bastante abrangente e suficiente para resolver todas as tarefas apresentadas na seção de exercícios do livro didático, referentes à esses tipos de tarefas.

Figura 7: Trabalho com a técnica apresentado no livro didático em torno de T_1 , T_2 e T_3

Fonte: Souza e Pataro (2015, p. 29)

Análise das organizações matemáticas da aula

Os tipos de tarefas **T₁**, **T₂** e **T₃** apresentados no livro didático aparece na aula do professor, bem como a técnica principal e alguns elementos tecnológicos. O Quadro 2, sintetiza as OM em torno desses tipos de tarefa, na ordem em que foram apresentadas na aula. Note que mantivemos a numeração dos tipos de tarefa apresentadas no livro didático para facilitar a comparação entre as OM.

Quadro 2: Organizações Matemáticas sobre divisão de fração apresentadas na aula

Tipo de Tarefa	Técnicas	Tecnologia	Teoria
T ₂ - Dividir uma fração por um número natural	Multiplica-se a primeira fração pelo inverso do número natural.	Dividir em partes iguais; Representar a parte considerada, geometricamente; em seguida dividir pela representar; representar a parte considerada correspondente ao total.	Números racionais: ideia de fração; divisão.
T ₁ - Dividir um número natural por uma fração	Dividir o total pelo denominador de fração e multiplicar o resultado pelo numerador.	Saber quantas partes cabe no inteiro; Representar o inteiro geometricamente e dividi-lo de acordo com a parte considerada.	
T ₃ - Dividir uma fração por outra	Para encontrar o quociente da divisão de duas frações, basta multiplicar a primeira fração pelo inverso da outra.	Representar a primeira fração em forma de figura, em seguida representar a segunda figura também na forma de figura; e estabelecer comparação; Escrever a divisão por meio de uma fração e multiplicar o numerador e o denominador por um mesmo número conveniente, diferente de zero, não alterando o resultado.	

Fonte: Elaborado pelos autores

A partir de agora investiremos em apresentar as tarefas propostas na aula analisada em torno dos tipos de tarefas elencados anteriormente. Em relação ao tipo de tarefas T_2 , a tarefa que ilustra esse tipo pode ser vista na fala do professor:

P:[...] se eu tenho meia pizza e quero dividir meia pizza pra duas pessoas? Quantos pedaços... quanto de cada pizza cada pessoa vai comer?

Como se pode perceber, trata-se de fato de uma tarefa do tipo T_2 . Inicialmente o professor utiliza-se de representação geométrica para resolver a tarefa, como se pode perceber na Figura 8:

Figura 8: Técnica embrionária utilizada pelo professor na resolução de T_2

Fonte: Acervo da pesquisa

Esse tipo de técnica, no entanto, tem um nível de alcance bastante restrito, especialmente quando para cálculo com números muito grandes ou muito pequenos. No entanto, essa tentativa de resolver esse tipo de tarefas por representação geométrica parece mais funcionar, nessa aula, como vestígio de tecnologia. Mais adiante, na mesma aula, o professor apresenta uma técnica de nível mais abrangente e eficaz para resolver tarefas desse tipo. O fragmento da sua fala abaixo, extraído da transcrição da aula, apresenta essa técnica:

P: Esse é o primeiro caso que a gente estava olhando aqui. Certo? Se eu tenho uma fração dividida por um número natural ou inteiro. Só que esse aqui é um número inteiro e não tem denominador, mas se um número não tem denominador o denominador dele é um. Certo?

Porque não estou dividindo ele por ninguém, então vai ser um pedaço só. Certo? Para eu dividir essa fração por um número, a gente transforma ela em uma multiplicação. Como é isso? A primeira fração ou o primeiro número repete e o segundo a gente vai trocar, vai inverter para virar uma multiplicação. Certo? Eu inverti aqui, virou uma multiplicação. Então agora eu tenho um terço vezes um quarto. Tá? A mesma ideia de multiplicação de fração. Quando eu pego um terço e divido por quatro. Tenho um terço, certo? Tenho aqui um terço, e vou dividir um terço por quatro. Aqui ó, um terço dividido por quatro. Certo? Então vou ter um pedaço em doze. Certo? É a mesma ideia de multiplicação de fração. Você está pegando um pedaço de um pedaço. Não é isso? Eu dividi em três pedaços e desses peguei um quarto. Estou dividindo um terço em um quarto. Estou multiplicando um terço por um quarto. Eu estou pegando um pedaço de um pedaço. Tá? Então, quando a gente divide um terço por quatro é a mesma ideia de multiplicar um terço por um quarto. A divisão e a multiplicação de frações são similares, às vezes você tem a mesma ideia em uma e a mesma ideia na outra.

Nota-se, no extrato anterior, além da apresentação da técnica, mais uma tentativa de apresentar o entorno tecnológico-teórico ao tentar justificar a técnica a partir da ideia de multiplicação de fração.

A respeito do tipo de tarefa T_1 , foi apresentada a partir da seguinte tarefa:

P: [...] Vou dar um exemplo, se eu tenho a divisão, or exemplo, de dois dividido por meio...

Figura 9: Tarefa do tipo T_1 apresentada pelo professor

Fonte: Acervo da Pesquisa

Antes da apresentação técnica, o professor faz uma tentativa de constituição do ambiente tecnológico-teórico justificando que a ideia envolvida na tarefa é de saber quantos pedaços cabem. Além do que, conforme se constata na Figura 9, o docente também se utiliza de representação geométrica na constituição desse entorno. A técnica empregada pelo professor pode ser vista na transcrição do diálogo com seus estudantes a seguir:

P: O segundo caso era quando a gente tinha um número dividido por uma fração, né? Se eu tenho dois pães e quero dividir isso por um quarto, certo? A ideia é a mesma dali. Se tem um número aqui, quem é o denominador?

Al1: Um...

P: Se tem um número inteiro? Que é um, né?

Al1: É.

P: Eu vou repetir a primeira fração, que vai ser dois sobre um. Eu sempre repito a primeira e troco à segunda, certo? E vou multiplicar pelo inverso dessa aqui...

Al2: Um quarto.

P: Se eu tenho um sobre quatro, quem é o inverso disso?

Al2: Quatro sobre um.

P: Quatro sobre um, né isso? Então eu vou multiplicar isso por quatro sobre um. Então, oh, vai ser duas vezes quatro, oito. Sobre?

Als: Um.

P: Quanto é oito dividido por um?

Al2: Oito.

P: Oito. Certo? Isso aqui é aquela ideia de quantos cabem...

Já sobre o tipo de tarefas T_3 , o professor apresentou o exemplo de tarefa a seguir para ilustrar esse tipo:

P:[...] A ideia de dividir uma fração por uma fração é a mesma coisa do quantos cabem, por exemplo: se eu tenho uma pizza e eu quero dividir essa pizza por um oitavo. Eu vou ter quantos pedaços?

Seguindo a mesma sequência na construção das praxeologias analisadas, o professor tenta formar o ambiente tecnológico-teórico a partir da representação geométrica, como se percebe na Figura 10:

Figura 10: Representação geométrica do tipo de tarefas T_3

Fonte: Acervo da Pesquisa

A técnica utilizada pelo professor pode ser percebida no fragmento de sua fala extraído da transcrição da aula:

P: Deixa eu multiplicar. Se a gente for fazer pela operação aqui. Vou repetir o primeiro, três meios, e multiplico pelo inverso de um quarto, que é quatro sobre um, [pausa], certo? Então oh, três vezes quatro...

É possível perceber que em determinado momento, a representação geométrica parece funcionar como uma técnica (ou ao menos um embrião de técnica) e, em outro momento, como constituinte do entorno tecnológico-teórico, ratificando o que afirmam Santos e Freitas (2017) ao discutirem que a técnica pode ser uma tecnologia e, uma tecnologia que justifica a técnica utilizada pode passar a ser uma técnica. Além disso, o fato de o professor sempre apresentar a constituição do ambiente tecnológico-teórico, conforme assinala Chevallard

(1999), no início da construção das praxeologias, pode denotar a existência de um ensino baseado em práticas tradicionais.

Considerações Finais

A respeito da primeira etapa da TD Externa (Saber Sábio para as Orientações Curriculares), percebe-se que se busca uma recontextualização do saber a ser ensinado a partir do momento que orienta o trabalho com a resolução de problemas envolvendo a ideia de divisão de fração, utilizando diferentes estratégias.

Na segunda etapa da TD Externa (Saber Sábio + Orientações Curriculares para o livro didático), observa-se a exploração de diferentes problemas envolvendo a ideia de divisão de fração. Chama-se atenção para o fato de as Tecnologias utilizadas para justificar a escolha das técnicas estarem próximas da Tecnologia utilizada no nível do Saber Sábio, especialmente na T_3 .

Em relação a TD Interna (Saber a Ensinar ao Saber Ensinado), observa que os tipos de Tarefas (T_1 , T_2 e T_3) e as Técnicas presentes no livro didático a respeito da operação de divisão de fração emergem também na aula do professor;

No entanto, percebe-se uma fragilidade no que diz respeito ao discurso Tecnológico-teórico adotado pelo professor, uma vez que muitos elementos tecnológicos presentes no livro didático não emergem na prática do professor. Destacamos que, durante a construção das OM, o professor faz pouco uso de tarefas problematizadoras. Dessa forma, percebe-se um distanciamento entre o Saber a ser ensinado e o Saber Ensinado no que diz respeito aos blocos tecnológico-teórico.

Referências

ALMEIDA, F. E. L. de. **O contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas: analisando as relações no ensino de equação do segundo grau a uma incógnita**. 2016. 305f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

ALMOULOUD, S. A. Teria antropológica do didático: metodologia de análise de materiais didáticos. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. n 42, p. 09-34, 2015.

ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da prática escolar**. 2ª ed. São Paulo: Papirus, 2008.

BOGMAN, R.; BIKLEN, Sari. **Investigação Qualitativa em educação: uma introdução à teoria dos métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 2010.

BOSCH, M. **Un punto de vista antropológico: la evolución de los “instrumentos de representación” en la actividad matemática.** p.15-28, 2000. In: CONTRERAS, L. C. et. al. Cuarto Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Huelva: Universidad de Huelva, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular.** Brasília, DF, 2017

CÂMARA DOS SANTOS, M; BESSA DE MENEZES, M. A teoria antropológica do didático: uma releitura sobre a teoria. **Perspectivas da educação matemática**, Mato Grosso do Sul, Volume 8, Número Temático – 2015

CHEVALLARD, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

_____. **La transposición didáctica: del saber sábio al saber enseñado.** Buenos Aires: Aique, 1991.

CORICA, A. R; OTERO, M. R. Análisis de una praxeología matemática universitaria en torno al límite de funciones y la producción de los estudiantes en el momento de evaluación. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.** v. 12, n. 3, p. 305-331, 2009.

DRECHMER, P. A.de O.ANDRADE, S. V. R.de. **O estudo de frações e seus cinco significados.** XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011. Disponível por: . Acessado em: 01/12/2018.

FERREIRA, A. G; ALMEIDA, F. E. L. O estudo de combinatória no ensino médio: uma análise das organizações matemáticas no livro didático. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.21, n.1, p. 277-299, 2019

JUSTULIN, A.M.PIROLA, N.A.**Um estudo sobre as relações entre as atitudes em relação à Matemática e a resolução de problemas envolvendo frações.** Rio Claro, SP. 2008. Disponível por: http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebapem2008/upload/304-1-A-gt3_Justulin_ta.pdf Acessado em 01 de dezembro de 2018.

MAGINA, S. BEZERRA, F.B.SPINILLO, A.Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração?Uma experiência de ensino. **RBEP**, Brasília, v. 90, n. 225, p. 411-432, maio/ago. 2009.

MOREIRA, M. A. **Metodologias de Pesquisa em Ensino.** São Paulo: Livraria da Física, 2011.

PAIS, L. C. **Didática da matemática:** uma análise da influência francesa. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PAIS, L. C.**Didática da Matemática;** uma análise da influência francesa. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora. 2011.

SANTOS, C. M.; FREITAS, J. L. M. Contribuições da teoria antropológica do didático na formação dos professores de matemática. **Amazônia Revista de Educação em Ciências e Matemática**. v. 13, n. 27, p. 51-66, 2017.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. **Vontade do Saber** – Matemática – 7º ano. 3 ed. São Paulo: FTD, 2015.

WU, H. (2009) In: SANT'ANNA, N. F. P. **Práticas pedagógicas para o ensino de frações objetivando a introdução à Álgebra**. 2008. Tese de Doutorado em Educação – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC/RJ, Brasil.