IV Congresso Internacional das **Licenciaturas** COINTER - PDVL 2017

APLICAÇÃO DA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON EM BLOCO CERÂMICO E EM LIGA METÁLICA

Apresentação: Pôster

SILVA, Vitória Fernanda Camilo da¹; COSTA, Alison Vilarinho Pereira da²;
MONTEIRO, Flaviano Moura³. MENDES, Gideône Barros⁴ Orientador: Costa,
Ronaldo Campelo⁵.

Introdução

O presente trabalho trata-se de uma atividade experimental desenvolvido dentro da disciplina Cálculo, do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí (IFPI), Campus Floriano e teve como objetivo desenvolver um modelo de simulação para o processo de resfriamento de um bloco cerâmico e outro metálico cujo os mesmos perdem calor para o ambiente com o passar do tempo, assim como, verificar se a simulação é coerente com a Lei de Resfriamento de Newton.

Atividades experimentais se mostra um importante recurso para a compreensão de fenômenos nas ciências exatas e naturais, e a modelagem matemática permite realizar aferições importantes acerca do experimento realizado. Dentro das ferramentas matemáticas que podemos se apoderar no campo da modelagem matemática, as Equações Diferenciais se mostram eficiente na resolução e compreensão de tais fenômenos.

A atividade experimental que trata esse é artigo refere-se a um experimento realizado com dois blocos de dimensões semelhantes, porém, de matérias distintos, sendo um de telha cerâmica e outro de liga metálica afim de avaliar o comportamento da temperatura dos respectivos blocos com o transcorrência do tempo após eles serem retirados do forno aonde foram aquecidos.

Fundamentação Teórica

¹ Licenciatura Plena em Matemática, Universidade Estadual do Piauí, vit.fernandagre@gmail.com.

² Licenciatura Plena em Matemática, Instituto Federal do Piauí, alissonvilarinho@hotmail.com.

³ Licenciatura Plena em Matemática, Instituto Federal do Piauí, flavianomonteiro@yahoo.com.br.

⁴ Licenciatura Plena em Matemática, Universidade Federal do Piauí, gideonemendes@yahoo.com.br

⁵ Licenciatura Plena em Matemática, Universidade de São Paulo, ronaldocampelo@ifpi.edu.br

Recorremos aos conceitos de modelagem matemática, equações diferenciais, lei de resfriamento de Newton e calor específico para fundamentar nossa atividade experimental.

A modelagem matemática é o campo da matemática que orientou e norteou nossa atividade experimental. No objetivo de conceituá-la recorremos a BASSANEZI (1994) Apud JÚNIOR (2015,p.13), que segundo o mesmo :

Modelagem Matemática é um processo que consiste em traduzir uma situação ou tema do meio que vivemos para uma linguagem matemática. Essa linguagem que denominamos modelo matemático pressupõe um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o fenômeno em questão.

Referindo-se ainda a modelagem matemática, ele recorre ainda a BIEMBENGUT(2014) no qual,

“Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento de Matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.”

Dentro da modelagem matemática temos que definir qual ou quais ferramentas matemáticas será utilizado para modelar aquilo que se pretende. A ferramenta depende do objetivo pretendido com o experimento, para qual público e quais recursos tecnológicos disponíveis para desenvolver o experimento. Na nossa atividade experimental, e dentro do cálculo que é a disciplina que está sendo desenvolvido tal trabalho, recorremos as Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) como ferramenta matemática para realizar a modelagem dos experimentos.

Para conceituar EDO, recorremos a ULYSSES SODRÉ (2003) Apud SEGOBIA (2013,p.02), que segundo o mesmo, “as equações diferenciais envolvem uma função incógnita e suas derivadas e ela é dita ordinária se a função incógnita depende apenas de uma variável independente e a sua ordem é a mesma da mais alta derivada que aparece na equação.”

Não é objetivo desse trabalho adentrar ao estudo de EDO, pois o objetivo desse trabalho foi exatamente usar tal recurso partindo do pressuposto que já se tenha conhecimento prévio sobre as mesmas. Uma das diversas aplicações de EDO nos deparamos com a lei de resfriamento de Newton.

A Lei de Resfriamento de Newton afirma que “a taxa de variação temporal da temperatura de um corpo é proporcional à diferença de temperatura entre o corpo e o meio circundante” (BRONSON, 2008, p.64)

Conforme Bassanezzi e Ferreira (1988),

um corpo sem fonte interna de calor deixado em um ambiente com temperatura T_a , sua temperatura tende a entrar em equilíbrio com a temperatura do ambiente “”. Se $T < t$, este corpo se aquecerá, mas no caso contrário, onde $T > t$ ele resfriará. Como a temperatura de um corpo é considerada uniforme, ela será uma função do tempo, ou seja, $T = T(t)$, quanto maior for $|T - T_a|$, mais rápida será a variação $T(t)$.

Suponha que um corpo esteja num meio onde a temperatura seja T_a . Seja $T(t)$ a temperatura do corpo no instante t . De acordo com a Lei de Resfriamento de Newton, a taxa de variação da temperatura do corpo é proporcional à diferença entre as temperaturas do meio e do corpo, ou seja,

$dT/dt = k(T_a - T)$, Onde, k é uma constante positiva, a qual pode ser reescrita como $dT/dt + kT = kT_a$ que é de linear de primeira ordem, cuja solução geral é $T(t) = T_a + C \cdot e^{-kt}$.

Note que independentemente das condições iniciais, o corpo entrará em equilíbrio térmico com o meio, ou seja, $T(t)$ tende a T_a , quando t tende ao infinito. Suponha que inicialmente a temperatura do corpo seja T_0 e que após t_1 minutos ela seja T_1 . Então, temos $T_0 = T(0) = T_a + C$, portanto, $C = T_0 - T_a$, logo, a solução do problema de valor inicial será: $T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$. Calculando k , tomando $T(t_1) = T_1$, temos,

$$T_1 = T(t_1) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt_1} \Rightarrow \frac{T_1 - T_a}{T_0 - T_a} = e^{-kt_1} \Rightarrow k = -\frac{1}{t_1} \ln \frac{T_1 - T_a}{T_0 - T_a}$$

Os principais fatores que influencia tal resfriamento é a temperatura ambiente; que pela lei de resfriamento de Newton deve ser constante, e o calor específico que depende de cada material, que segundo SILVA (2003,p.392) calor específico é:

“a quantidade de calor que deve ser transferida a 1g de uma substancia para que a sua temperatura seja elevada em 1°C. Conforme se sabe, essa quantidade de calor varia de substancia para substancia e, então, o calor específico é um parâmetro que caracteriza uma dada substancia.

Tabela 01: calor específico de alguns compostos

Tabela disponível em: <https://www.todamateria.com.br/calor-especifico>

Substância	Calor Específico (cal/g.°C)
Água	1 cal/g.°C
Álcool Etilico	0,58 cal/g.°C
Alumínio	0,22 cal/g.°C
Ar	0,24 cal/g.°C

Areia	0,2 cal/g.°C
Carbono	0,12 cal/g.°C
Chumbo	0,03 cal/g.°C
Cobre	0,09 cal/g.°C
Ferro	0,11 cal/g.°C
Gelo	0,50 cal/g.°C
Hidrogênio	3,4 cal/g.°C
Madeira	0,42 cal/g.°C
Nitrogênio	0,25 cal/g.°C
Oxigênio	0,22 cal/g.°C
Vidro	0,16 cal/g.°C

Ao observa-se a tabela acima dentre as conclusões que pode ser inferida é que a Areia tem calor específico maior que as ligas metálicas. Chamamos atenção para esse fato pois o mesmo terá influência nos resultados dos experimentos.

Metodologia

Inicialmente providenciamos a confecção de dois blocos retangulares de dimensões semelhante. O primeiro bloco foi extraído de uma telha cerâmica e o segundo de uma barra metálica. Após a confecção dos blocos, os colocamos dentro de um forno elétrico domésticos e os deixamos durante 60 minutos submetido a uma temperatura de 250 °C. Após esse tempo e com auxílio de um alicate com cabo revestido retiramos um dos blocos e colocamos sobre uma superfície de madeira, num ambiente cuja temperatura ambiente era aproximadamente 27 °C e, usando um termômetro infravermelho, medimos o valor da temperatura com o transcorrer do tempo.

Após as mensurações jogamos os dados coletados numa planilha Excel para construção das tabelas e gráficos referentes as curvas de resfriamento. Com essas informações em mãos, realizamos as aferições que foram objetivos das atividades experimentais.

MATERIAS UTILIZADOS

1. Um termômetro infravermelho;
2. Um bloco retangular de telha cerâmica de dimensões 135mm,30 mm e 5mm

3. Um bloco retangular de liga metálica de dimensões 135mm, 30 mm e 4mm
4. Um forno elétrico;
5. Um alicate com cabo revestido para manusear os blocos quando estavam quentes;
6. Planilha, caneta e pranchetas para anotações dos valores das temperaturas;
7. Cronometro para aferir o tempo;
8. Posteriormente um computador para construção das tabelas e gráficos.

Resultados e Discussões

No intuito de chegarmos a um resultado mais conciso repetimos o experimento três vezes. Os dados foram transcritos para uma planilha Excel e em seguida fizemos a construção do gráfico de dispersão inserindo a curva de tendência exponencial e a equação característica, conforme as tabelas e gráficos abaixo.

Tabela 02: primeiro experimento

<i>Tempo</i>	<i>Liga metálica</i>	<i>Cerâmica</i>
0	102,7	229
1	94,4	178,6
2	89	151,6
3	82,1	128
4	75	110
5	70,1	99
6	62,7	91
7	61,1	88
8	59	80,1
9	55,5	73
10	54,1	65,2

Tabela 03: Segundo experimento

<i>Tempo</i>	<i>Liga metálica</i>	<i>Cerâmica</i>
0	117	115
1	105	98,6
2	94	86,8
3	87,3	79,9

4	81,5	68,5
5	75,5	64
6	71	60
7	67,2	57
8	64,5	52,8
9	61,4	50,6
10	58,8	48,3
11	56,6	46,5

Tabela 04: terceiro experimento

<i>Tempo</i>	<i>Liga metálica</i>	<i>Cerâmica</i>
0	133,4	211,7
1	121,6	195
2	113,3	182
3	107,1	164,9
4	100,2	149,6
5	96,1	142,2
6	89,1	135,4
7	84,8	126,4
8	78,9	119,6
9	75,5	112,3
10	72,8	110,2
11	69,3	103,5

Com exceção do terceiro experimento cujo o intervalo é dado em período de 30 segundos, nos demais experimento é dado em intervalo de um minuto. Notemos pelos três experimentos que os valores são bem concisos, que os blocos tiveram o mesmo comportamento ao longo do tempo.

A primeira observação a ser feita nos três experimentos é que mesmo cada bloco passando o mesmo tempo dentro do forno submetido a mesma temperatura, o bloco de cerâmica atingiu uma temperatura maior assim como seu resfriamento se deu numa velocidade maior. Tal fato pode ser explicado pelo fato de que a cerâmica por ser

constituído por rocha sedimentar (areia), cujo o calor específico é maior do que ligas metálicas, conforme já visto na fundamentação teórica.

Tomemos como referência os dados coletados no primeiro experimento com a liga metálica (tabela 02) e façamos uma comparação usando modelo obtido com a lei de resfriamento de Newton. Como já visto, $T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt}$ com $k = -\frac{1}{t_1} \ln \frac{T_1 - T_a}{T_0 - T_a}$, sendo assim e tomando $T_0 = 102,7, T_1 = 94,4, T_a = 27^\circ\text{C}$ e $t_1 = 1\text{min}$.

Dai temos:

$$k = -\frac{1}{t_1} \ln \left(\frac{T_1 - T_a}{T_0 - T_a} \right)$$

$$K = -\frac{1}{1} \ln \frac{94,4 - 27}{102,7 - 27}$$

$$K = -\ln \frac{67,4}{75,7}$$

$$K = -\ln 0,8903566710$$

$$K = 0,1161331426$$

Calculando T(9), temos:

$$T(9) = 27 + (102,7 - 27) e^{-0,1161331426 \cdot t}$$

$$T(9) = 27 + \frac{75,5}{2,843996}$$

$$T(9) = 27 + 26,61$$

$$T(9) \approx 53,7$$

Assim, T(9) vale aproximadamente 53,7°C.

Comparando tal valor acima com as medidas obtidas, observamos uma diferença entre tais valores. Tal fato pode ser justificado, por entre outros motivos, por não temos controle da temperatura ambiente e pela variação na leitura do termômetro. Mesmo assim, o modelo mostra-se; dentro das limitações técnicas, eficiente no estudo do resfriamento da lei de Newton.

Conclusões

Trabalhar com atividades práticas requer um planejamento bem elaborado e conhecer bem as ferramentas que serão utilizados. Quando nos fora proposto a atividade dentro da disciplina de cálculo imaginávamos que para chegar aos resultados bastaria mensura as temperaturas, jogar numa tabela, construir os gráficos e comparar com o modelo gerado pela lei de Newton, porém, no transcorrer do trabalho mostrou-se necessário um estudo sobre os fatores que afetam na variação de temperatura do corpo ao longo do tempo.

No início dos trabalhos tivemos dificuldades com o manuseio do termômetro pela grande oscilação de temperatura e para resolver tal problema tivemos que recorrer ao manual do termômetro e identificamos o erro que estávamos cometendo.

Uma indagação surgiu com os trabalhos se tal atividade seria viável ser realizada no ensino médio. Vimos que seria possível mediante assumindo o fato de que a queda de temperatura é um modelo exponencial, caso contrário, o professor poderia realizar as coletas de dados com os alunos, jogá-los numa planilha e construir gráfico de dispersão e solicitar dos alunos que eles possam a partir da visualização do gráfico decidir qual melhor modelo, que no caso se seria o linear (função do primeiro grau), o parabólico (função quadrática) ou o exponencial. Uma sugestão seria indagar aos alunos como que a polícia conseguiu determinar a hora de um homicídio e a partir desse fato, solicitar que façam um estudo sobre a lei de resfriamento de Newton assim como propor uma atividade análoga como essa que deu fruto esse trabalho.

REFERÊNCIAS

Júnior, Herton Renz. **A Importância da Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem.** Disponível em <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/bitstream/tede/4706/5/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Herton%20Renz%20J%C3%BAnior%20-%202015.pdf> > Acesso em 13 de jul.2017

Lima, Paulo Cupertino de. Equações Diferenciais C. Disponível em http://www.mat.ufmg.br/~lima/apostilas/apostila_edc.pdf > Acesso em 13 de jul.2017
Segobia, Pedro Bonfim; Susin, Robson; Cargnelutti, Jocelaine. **Aplicação da lei do resfriamento de newton em blocos cerâmicos:** modelagem, resolução analítica e comparação prática dos resultados. I Semana da Matemática da UTFPR - Toledo Perspectivas do Ensino e da Pesquisa em Matemática. Toledo-PR,2013.

Silva, Wilton Pereira da; Precker; Jürgen W, e outros. **Medida de Calor Específico e Lei de Resfriamento de Newton:** Um Refinamento na Análise dos Dados Experimentais. Revista Brasileira de Ensino de Física, Vol. 25, no. 4, Dezembro, 2003.