TÉCNICAS DE SOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES DE PRIMEIRO GRAU APLICADAS À RESOLUÇÃO DAS LEIS DE KIRCHHOFF

Apresentação: Comunicação Oral

Maryllia Jéssica Vitor da Silva¹; Bruno Gomes Moura de Oliveira²

Resumo

Este trabalho relata uma intervenção pedagógica no componente curricular Fundamentos de Eletrotécnica I ministrado para a turma do 3º período do Ensino Médio Integrado ao curso Técnico em Eletrotécnica, semestre letivo 2015.1, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco (IFPE), Campus Pesqueira. A intervenção consistiu de quatro encontros com os alunos dessa turma em que conteúdos de resolução de Sistemas de Equações Lineares de 1º grau foram ministrados. Os alunos mais tarde puderam aplicar esses conteúdos na resolução de sistemas de equações gerados a partir da aplicação das Leis de Kirchhoff (Lei dos Nós e Lei das Malhas) em circuitos elétricos resistivos com mais de uma malha em corrente contínua. Foram trabalhados com a turma o Método da Substituição e a Regra de Cramer. Observou-se que, na avaliação inicial (nível de conhecimento prévio da turma), os alunos não conseguiram resolver as questões propostas. Porém, após a abordagem dos conteúdos, verificou-se a partir da aplicação de nova avaliação que os alunos apresentaram um resultado melhor, conseguindo resolver as questões propostas de Sistemas de Equações Lineares. Este estudo conclui que, a partir da intervenção em sala de aula, houve, nesse contexto, aprendizagem significativa do conteúdo.

Palavras-Chave: Sistemas de Equações Lineares, Método da Substituição, Regra de Cramer, Intervenção em sala de aula.

Introdução

No decorrer de quatro anos, o orientador deste trabalho, ministrando o componente curricular Fundamentos da Eletrotécnica I para as turmas do 3º período do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Eletrotécnica, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco (IFPE), *Campus* Pesqueira, pode verificar a dificuldade dos alunos na resolução de Sistemas de Equações Lineares de 1º grau gerados a partir da aplicação das Leis de Kirchhoff (Lei dos Nós e Lei das Malhas) em circuitos elétricos resistivos com mais de uma malha operando em corrente contínua. Uma parcela considerável dos alunos que cursaram este componente curricular conseguiu gerar as equações de análise de um circuito elétrico a partir das Leis de Kirchhoff, mas nenhum ou quase nenhum aluno conseguiu resolver os sistemas de equações. Em outras palavras, os alunos deste período apresentaram uma deficiência no aprendizado de conteúdos básicos de matemática, mais especificamente, resolução de Sistemas de Equações Lineares de 1º grau.

---

¹ Licenciatura em Matemática, IFPE, marylliajessica@hotmail.com

² Doutor em Engenharia Elétrica, IFPE, bruno@pesqueira.ifpe.edu.br

Tendo em vista esse fato, este trabalho apresenta os resultados de uma intervenção pedagógica que consistiu de quatro encontros com alunos do 3º período do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Eletrotécnica, semestre letivo 2015.1, do IFPE Campus Pesqueira. Esta intervenção pedagógica propiciou condições de interpretar, compreender e resolver questões relacionadas ao ensino de Sistemas de Equações Lineares do 1º grau aplicados às Leis de Kirchhoff para análise de circuitos elétricos.

Fundamentação Teórica

Discutir a resolução de Sistemas de Equações Lineares significa interpretar sob o ponto de vista algébrico. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): “o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas” (BRASIL, 2013, p. 115).

Para Burden e Faires (2008) os Sistemas de Equações Lineares estão associados a muitos problemas no campo da engenharia e da ciência, bem como com aplicações da matemática às ciências sociais e aos estudos quantitativos nos problemas de administração e economia.

Para Lima (1996, p. 55):

“Os Sistemas de Equações Lineares constituem um tópico de grande interesse prático. Seu estudo é acessível aos estudantes, pois não requer o emprego de conceitos complicados. Além disso, pode servir como ponto de partida para diversas teorias matemáticas relevantes e atuais.”

O estudo de Sistemas de Equações Lineares está dividido em situações de aprendizagem adequadas aos conteúdos matemáticos programadas para cada ano, contemplando os conhecimentos prévios necessários e os avanços pretendidos nos alunos. Trata-se de um poderoso instrumento capaz de organizar, relacionar e estruturar as informações contidas no problema, possibilitando a pessoa que o manuseia fazer questionamentos, comparações, análises, inferências e suposições (ANTONIASSI, 2013, p. 12).

Barroso (2010, p. 271) define Sistemas de Equações Lineares como um sistema S , de equações lineares com m equações e n incógnitas, é um conjunto de equações lineares do tipo:

$$S = \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Em que $x_1, x_2, \dots, x_n$ são as incógnitas; $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{m1}, \dots, a_{mn}$ são os coeficientes reais; e $b_1, b_2, b_3, \dots, b_m$ são os termos independentes. Gentil (1997, p. 204, grifo do autor), afirma que “o sistema de equação linear será *homogêneo*, quando os termos independentes ($b_1, b_2, b_3, \dots, b_m$) de todas as equações forem zero”. Para Dante (2008, p. 832), “resolver um sistema linear significa descobrir o seu conjunto solução S , formado por todas as soluções do sistema”. Segundo Barroso (2010, p. 276, grifo do autor) todo sistema linear homogêneo com n incógnitas admite a n -upla $(0, 0, \dots, 0)$ como solução, essa solução é chamada de solução nula, trivial ou imprópria.

Existem diversos métodos de resolução de Sistemas de Equações Lineares, neste trabalho são abordados os seguintes métodos: Substituição e Regra de Cramer. Para resolver sistemas utilizando o método da substituição, seguem-se estes passos: (i) isolar uma incógnita em uma das equações do sistema; (ii) substituir a igualdade obtida na outra equação do sistema, a fim de encontrar o valor da incógnita que permaneceu na equação; e, em seguida, (iii) substituir esse valor na igualdade que fora obtida anteriormente, para assim encontrar o valor da incógnita restante (MATUCHESKI, 2008, p. 25).

Para resolução de sistemas pela Regra de Cramer, segundo Anton e Rorres (2012, p. 112, grifos dos autores), “Se $Ax = b$ for um sistema de n equações lineares em n incógnitas tal que $\det(A) \neq 0$, então o sistema tem uma única solução”, essa solução é, para obter os valores dos determinantes, utilizou-se o conceito da regra de Sarrus:

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \dots, x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

Sendo,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Para que sejam abordadas as Leis de Kirchhoff, é necessário que sejam realizadas algumas definições sobre ramo, nó e malha para melhor entendimento do leitor. Para Albuquerque (2012, p.151), ramo “é o trecho de circuito de um ou mais bipolos ligados em séries”. O autor fala que “nó ou ponto elétrico é a intersecção de dois ou mais ramos”. Como só interessam os Nós resultantes da intersecção de três ou mais ramos, esta será a definição adotada. Por fim, malha “é toda poligonal fechada (circuito fechado) cujos lados são constituídos de ramos”. No circuito elétrico da Figura 1, são Ramos: AB, BC, ADC, BFEC etc. São Nós: A, B e C de acordo com a definição adotada. Alguns autores consideram também como Nós os pontos E, F, G, H, I e J, mas como deles não resulta nenhuma equação, estes não serão considerados. São Malhas: AJHGBA, ABCDA, AJHGBFECDA etc.

Figura 1: Circuito para exemplificar as Leis de Kirchhoff.

Fonte: Albuquerque (2012, p.151).

Albuquerque (2012, p. 152) diz que, a Primeira Lei de Kirchhoff, ou Lei dos Nós, tem o seguinte enunciado: “a soma algébrica das correntes de um nó é igual a zero”, ou “a soma das correntes que chegam a um nó é igual à soma das correntes que dele saem”, como visto na figura 2:

Figura 2: Exemplo de Nó para ilustrar a Primeira Lei de Kirchhoff (Lei dos Nós).

Fonte: Albuquerque (2012, p.151).

Se convencionarmos que correntes que chegam ao nó são positivas e correntes que saem, são negativas, logo, a equação do Nó A será:

$$I_1 + I_2 + (-I_3) + I_4 + (-I_5) = 0$$

ou

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5$$

Esta última está de acordo com o segundo enunciado, mas ambas representam a mesma equação matemática.

Albuquerque (2012, p. 153), afirma que, a Segunda Lei de Kirchhoff, ou Lei das Malhas, tem o enunciado “a soma algébrica das tensões em uma malha é zero”, ou “a soma das tensões orientadas no sentido horário é igual à soma das tensões orientadas no sentido anti-horário” (ver Figura 3).

Figura 3: Circuito para ilustrar a Segunda Lei de Kirchhoff (Lei das Malhas).

Fonte: Albuquerque (2012, p.153).

Conforme Albuquerque (2012, p.153), convencionou-se que as tensões orientadas no sentido anti-horário são positivas e tensões orientadas no sentido horário são negativas. Assim, para o circuito da Figura 3, obtêm-se:

(i) Malha ABCA: $U_1 + E_2 + U_3 + (-E_1) = 0$, ou $E_1 = U_1 + U_3 + E_2$; (ii) Malha ADCA: $U_2 + (-U_3) + (-E_2) + E_3 = 0$, ou $E_3 + U_2 = U_3 + E_2$; (iii) Malha BADCB: $U_1 + U_2 + (-E_1) + E_3 = 0$, ou $E_1 = U_1 + U_2 + E_3$.

Para esclarecer o processo de resolução das Leis de Kirchhoff, observemos o exemplo a seguir, como ilustrado na figura 4:

Exemplo 1: Dado o circuito:

Figura 4– Circuito para ilustrar a resolução das Leis De Kirchhoff.

Fonte: Albuquerque (2012, p.155).

Existem três correntes no circuito, portanto devemos montar três equações, relacionando entre si essas correntes. Para montar essas equações, precisamos saber o sentido das correntes, mas como ele não é conhecido, devemos adotar um sentido qualquer (arbitrário).

Vamos chamar de I_1 a corrente no trecho EFAB, orientada arbitrariamente no sentido horário. Seja I_2 a corrente no ramos BE, orientada de B para E, e finalmente chamemos de I_3 a corrente no trecho BCDE, orientada no sentido horário. Conforme observado na figura 5, chamemos a malha ABEFA de α (alfa) e a malha BCDEB de β (beta), e o circuito resultará:

Figura 5 – Circuito para mostrar o sentido das correntes.

Fonte: Albuquerque (2012, p.155).

A primeira equação, relacionando as três correntes, é obtida escrevendo a equação no nó B (ou do nó E).

$$\text{Nó B: } I_1 = I_2 + I_3 \quad (1.1)$$

As outras duas equações são obtidas escrevendo as equações das malhas α e β .

$$\text{Malha } \alpha: 6 = 3 \cdot I_1 + 6 \cdot I_2 + 4 + 5 \cdot I_1$$

$$\text{Malha } \alpha: 8I_1 + 6I_2 = 2 \quad (1.2)$$

$$\text{Malha } \beta: 6 \cdot I_2 + 4 = 1 \cdot I_3 + 22 + 2 \cdot I_3$$

$$\text{Malha } \beta: 3I_3 - 6I_2 = -18 \quad (1.3)$$

Ao juntarmos as equações formam um sistema de três equações lineares e três incógnitas, no qual pode ser resolvido pelo Método da Substituição ou a Regra de Cramer, conforme a proposta deste trabalho.

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ 8I_1 + 6I_2 = 2 \\ 3I_3 - 6I_2 = -18 \end{cases}$$

Para a resolução do sistema de equações acima, será utilizado o Método da Substituição. Iniciando o processo de resolução, substituindo I_1 da equação (1.1) na equação (1.2), obtendo-se então a equação (1.4):

$$8(I_2 + I_3) + 6I_2 = 2$$

$$(1.4) \quad 14I_2 + 8I_3 = 2$$

Utilizaremos a Equação (1.4), para isolar a incógnita I_3 e substituir na Equação (1.3):

$$14I_2 + 8I_3 = 2 \quad \therefore \quad I_3 = \frac{2 - 14I_2}{8}$$

$$3I_3 - 6I_2 = -18 \quad \therefore \quad 3\left(\frac{2 - 14I_2}{8}\right) - 6I_2 = -18$$

$$-90I_2 = -150 (\times -1) \quad \therefore \quad I_2 = \frac{150}{90} \quad \therefore \quad I_2 = \frac{5}{3} A$$

Empregaremos o valor obtido em I_2 , na Equação (1.2), resulta:

$$8I_1 + 6I_2 = 2 \quad \therefore \quad 8I_1 + 6\left(\frac{5}{3}\right) = 2$$

$$8I_1 = -8 \quad \therefore \quad I_1 = -1 A$$

Por fim, substituindo os valores I_1 e I_2 na equação 1.1, obtém-se:

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad \therefore \quad I_3 = I_1 - I_2$$

$$I_3 = -1 - \frac{5}{3} \quad \therefore \quad I_3 = -\frac{8}{3} A$$

Albuquerque (2012, p.156) diz que, o sinal negativo nas correntes I_1 e I_3 significa que o sentido das correntes é contrário ao adotado; logo, o circuito com as correntes e seus sentidos resulta conforme vemos abaixo, na figura 6:

Figura 6 – Circuito para ilustrar as correntes e seus sentidos corretos.

Fonte: Albuquerque (2012, p.155).

Metodologia

A intervenção pedagógica foi realizada com os alunos da turma do 3º período do Ensino Médio Integrado ao Técnico em Eletrotécnica (semestre letivo 2015.1), matriculados no componente curricular Fundamentos de Eletrotécnica I no IFPE Campus Pesqueira. Esta intervenção consistiu de quatro encontros com os alunos da turma, a presença dos alunos era facultativa, no primeiro encontro participaram dezenove alunos e no último, quinze.

Esses encontros tiveram como objetivo propor para esses alunos técnicas para a resolução de Sistemas de Equações Lineares do 1º grau. Essas técnicas deveriam ser utilizadas para a resolução de Sistemas de Equações Lineares gerados a partir das Leis de Kirchhoff em circuitos elétricos operando em corrente contínua, um dos conteúdos da disciplina de Fundamentos da Eletrotécnica I.

Inicialmente houve um estudo bibliográfico sobre Sistemas de Equações Lineares, os métodos de resolução e as Leis de Kirchhoff, produzido por Albuquerque (2012), Anton e Rorres (2012), Barroso (2010), Boyer (1996), Dante (2006), Dante (2008), Domingues (2012), Gentil *et al.* (1997), Iezzi *et al.* (1997), Lima (1996) e Moraes (2008).

Após a análise bibliográfica, foram escolhidas as técnicas de resolução de Sistemas de Equações Lineares: o Método da Substituição e a Regra de Cramer. Em seguida, foram realizados os encontros com os alunos em sala de aula, com a finalidade de trabalhar sistemas de equações lineares, focando nas duas técnicas de resolução.

Resultados

Inicialmente precisou-se saber o nível de conhecimento dos alunos da turma sobre o conteúdo Sistemas de Equações Lineares de 1º grau. No primeiro encontro da intervenção pedagógica foi aplicada uma avaliação com esse intuito. Conforme observado na Tabela 1, consta o desempenho dos alunos nessa avaliação.

Tabela 1: Desempenho dos alunos na avaliação de nível de conhecimento sobre o conteúdo.

	1ª QUESTÃO		2ª QUESTÃO	3ª QUESTÃO	
	Letra a)	Letra b)		Letra a)	Letra b)
TOTALMENTE CORRETA	1 (5,2%)	0 (0,0%)	0 (0,0%)	0 (0,0%)	0 (0,0%)
PARCIALMENTE CORRETA	0 (0,0%)	0 (0,0%)	11 (57,9%)	8 (42,1%)	8 (42,1%)
INCORRETA	9 (47,4%)	6 (31,6%)	0 (0,0%)	4 (21,1%)	3 (15,8%)
QUESTÃO EM BRANCO	9 (47,4%)	13 (68,4%)	8 (42,1%)	7 (36,8%)	8 (42,1%)
TOTAL DE ALUNOS	19 (100,0%)	19 (100,0%)	19 (100,0%)	19 (100,0%)	19 (100,0%)

Fonte: Dos autores (2016, no prelo).

De maneira geral, como visto na Tabela 1, na observação dos resultados da avaliação do nível de conhecimento dos alunos, verificou-se que a maioria dos alunos apresentou dificuldades na realização das três questões propostas sobre sistema de equações lineares, enquanto que outros respondiam corretamente ou nem ao menos tentavam responder. Diante do exposto, é possível que os alunos não tivessem conhecimento sobre o conteúdo ou não se lembrassem do processo de resolução de Sistemas de Equações, como também apresentaram grande dificuldade para entender a texto matemático utilizada no problema proposto.

Nos segundo e terceiro encontros com os alunos, foram ministrados os conteúdos Resolução de Sistemas de Equações Lineares de 1º grau por Substituição e Regra de Cramer, respectivamente. Tendo em vista os resultados obtidos na avaliação de nível de conhecimento e os conteúdos ministrados, aplicou-se uma avaliação no último encontro no mesmo nível de dificuldade da avaliação aplicada no primeiro encontro. Os resultados da avaliação do último encontro são mostrados na Tabela 2 a seguir:

Tabela 2– Desempenho dos alunos na avaliação realizada no último encontro.

	1ª QUESTÃO		2ª QUESTÃO		3ª QUESTÃO
	Letra a)	Letra b)	Letra a)	Letra b)	
TOTALMENTE CORRETA	9 (60,0%)	5 (33,3%)	5 (33,3%)	4 (26,7%)	3 (20,0%)
PARCIALMENTE CORRETA	0 (0,0%)	4 (26,7%)	5 (33,3%)	3 (20,0%)	0 (0,0%)
INCORRETA	3 (20,0%)	2 (13,3%)	3 (20,0%)	3 (20,0%)	2 (13,3%)
QUESTÃO EM BRANCO	3 (20,0%)	4 (26,7%)	2 (13,3%)	5 (33,3%)	10 (66,7%)
TOTAL DE	15	15	15	15	15

ALUNOS	(100,0%)	(100,0%)	(100,0%)	(100,0%)	(100,0%)

Fonte: Dos autores (2016, no prelo).

Posteriormente à aplicação da avaliação final foi possível comprovar, que os alunos obtiveram um bom desempenho na resolução das questões sobre sistemas de equações lineares utilizando o Método da Substituição e a Regra de Cramer. Entretanto, outros deixaram as questões em branco devido ao tempo insuficiente ou dúvidas em como fazer o jogo de sinais.

Foi possível verificar que houve uma aprendizagem significativa com respeito aos conteúdos ministrados, resolução de Sistemas de Equações Lineares pelo Método da Substituição e pela Regra de Cramer.

Outra forma de verificação da aprendizagem dos conteúdos por parte dos alunos foi a partir do levantamento do resultado da turma referente às questões envolvendo Leis de Kirchhoff na Prova da Unidade 2 do componente Fundamentos de Eletrotécnica I (semestre letivo 2015.1). Os resultados desse semestre letivo foram comparados aos resultados obtidos nas questões de Leis de Kirchhoff nas turmas anteriores (a partir do semestre letivo 2013.1).

Segundo o orientador deste trabalho, que ministra o componente desde o semestre letivo 2011.1, os alunos que a cursaram tinham que resolver uma questão da prova que envolvia o conteúdo Leis de Kirchhoff. Era esperado que eles, inicialmente, desenhasssem o circuito e, posteriormente, montassem e resolvessem o Sistema de Equações Lineares. Ele observou que os alunos respondiam apenas uma parte da questão, muitos desenhavam o circuito, poucos montavam o sistema e quase nenhum resolvia o sistema. Foi verificado que um aluno em 2014.1 e outro em 2014.2 conseguiram resolver a questão completamente. É importante ressaltar que os dados de acerto das questões que envolviam as Leis de Kirchhoff, foram acessados pelo orientador do trabalho a partir do sistema acadêmico utilizado na instituição (Q-Acadêmico).

Com relação aos resultados da prova realizada pela turma com a qual este trabalho se desenvolveu (2015.1), a grande maioria dos alunos conseguiu desenhar o circuito e montar o sistema de equações lineares. Além disso, uma quantidade expressiva de alunos, em relação aos semestres anteriores, conseguiu resolver o sistema de equações lineares. As ações deste trabalho podem ter contribuído para a aprendizagem do conteúdo e obtenção desse resultado significativo. O gráfico apresentado na Figura 7 traz o desempenho dos alunos de 2013.1 a 2015.1 na questão relativa ao conteúdo Leis de Kirchhoff da Prova da Unidade 2.

Após cumprir as etapas anteriores, foi possível constatar a concretização do objetivo desta pesquisa, que foi trabalhar o Método da Substituição e a Regra de Cramer na solução de Sistemas de Equações Lineares aplicados ao ensino das Leis de Kirchhoff.

Figura 7: Desempenho dos alunos relativo à questão de Leis de Kirchhoff na Prova da Unidade 2.

Fonte: Dos autores (2016, no prelo).

Conclusões

Para a autora principal, aluna de Licenciatura em Matemática, o trabalho desenvolvido com a turma foi uma experiência enriquecedora uma vez que proporcionou um aprofundamento teórico e prático sobre Sistemas de Equações Lineares utilizando o Método da Substituição e a Regra de Cramer como processo de resolução. Do ponto de vista teórico, a autora pode aprofundar seus conhecimentos. Do ponto de vista prático, pode refletir sobre formas de ensinar esse conteúdo aos alunos do curso para que pudessem aprendê-lo.

Observando os resultados, a avaliação inicial (primeiro encontro) proveu um diagnóstico sobre o conhecimento dos alunos a respeito do conteúdo. Foi observado que eles não tinham conhecimento sobre o conteúdo ou não se lembravam do processo de resolução de Sistemas de Equações, ou ainda apresentaram grande dificuldade para entender o texto matemático utilizado no problema proposto. A falta de conhecimento sobre esse conteúdo pode ser solucionada, em parte, se o assunto Sistemas de Equações Lineares, somente abordado no 5º período no componente curricular Matemática V, fosse trabalhado no 3º período, momento em que eles utilizam nas Leis de Kirchhoff. Dessa forma, seria observada, desde o início, a importância desse conteúdo para os estudantes, que, como lembra Lima (1996), não aborda conceitos complicados.

Durante as ações planejadas e executadas cuidadosamente, as atividades propostas tiveram a intenção de motivar os alunos a buscar soluções e a querer aprender como sujeitos ativos no processo ensino-aprendizagem.

Como verificado na avaliação final (quarto encontro) e na prova da segunda unidade, os resultados obtidos evidenciam que o conteúdo proposto foi aprendido de forma a beneficiar os alunos. Vale salientar que, com base nessas experiências, alguns pontos precisam ser comentados.

Inicialmente, é provável que o baixo resultado em algumas questões tenha se dado por tempo insuficiente para resolvê-las, ilustrando que, ou o tempo de duração de aula da disciplina não é suficiente ou os alunos não sabem controlar o tempo para resolver questões. Eles podem, no futuro, ter os mesmos problemas, mas, talvez, não por falta de conhecimento.

Outro fator se refere à efetividade das intervenções que ocorreram na disciplina. Essa experiência mostrou que, principalmente no campo do ensino e aprendizagem, lidar com um problema pode trazer bons resultados quando aluno e professor se engajam no processo. Além disso, relacionado a esse aspecto, acredita-se que, independente da avaliação aplicada pelo professor na segunda unidade ter apresentado o mesmo nível de dificuldade dos testes que ele tinha realizado de 2013.1 a 2014.2, as intervenções serviram como evidência para tal positivo êxito

Referências

ALBUQUERQUE, Rômulo Oliveira. **Análise de Circuitos em Corrente Contínua**. 21 ed. São Paulo, Érica 2008.

ANTON, Howard; RORRES, Chris. **Álgebra Linear com Aplicações**. 10 ed. Porto Alegre: Bookman Companhia LTDA, 2012.

ANTONIASSI, Kleber Rodrigo. **O Ensino de Sistemas de Equações do primeiro grau com duas incógnitas no oitavo ano do Ensino Fundamental através de Situações-Problema**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

BARROSO, Juliane Matsubara (Editora Responsável). **Conexões com a Matemática**. 1ed. v. 2. São Paulo: Moderna, 2010.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. 11ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL MEC. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª séries - Matemática**. Brasília, 2013.

BURDEN, Richard L.; FREITAS, J. Douglas. **Análise Numérica**. 8 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações**. 3ed. v. 2. São Paulo: Ática, 2006.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática Contexto e Aplicações**. 3ed. São Paulo: Ática, 2008.

GENTIL, Nelson; SANTOS, Carlos Alberto Marcondes dos; GRECO, Antônio Carlos; FILHO, Antônio Bellotto; GRECO, Sérgio Emílio. **Matemática para o 2º grau**. 6ed. v. 2. São Paulo: Ática, 1997.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade**: 8º ano. 6 ed. São Paulo: Atual, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David Moura; PÉRIGO, Roberto. **Matemática – Volume Único**. 6ed. São Paulo: Atual, 1997.

LIMA, Elon Lages. Sobre o ensino de sistemas lineares. In: **RPM**, nº. 31. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 1996.

MATUCHESKI, Silvana. **Relações entre o ensino de Sistemas Lineares eaModelagem Matemática no Ensino Médio**. Monografia (Especialização para professor de Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

MORAES, M.S.S. *et al.* **Educação matemática e temas político–sociais**. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

SOUZA, Mizael Carvalho de. **Sistemas de Equações Lineares**: uma análise das soluções utilizando o programa computacional Geogebra. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Federal do Pará, Abaetetuba, 2013.

VYGOTSKY, L.S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.