УДК 656.61.052

DOI: 10.31653/2306-5761.30.2020.88-98

**NEW MATHEMATICAL MODELS OF LONGITUDINAL
HYDRODYNAMIC FORCES ON THE SHIP'S HULL****НОВІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПОВЗДОВЖНІХ ГІДРОДИНАМІЧНИХ
СИЛ НА КОРПУСІ СУДНА****O.F. Kryvyi, Dr. Sci., professor; M.V. Miyusov, Dr. Sci., professor**
О.Ф. Кривий д.ф.-м.н., професор, М.В. Міусов, д.т.н., професор*National University "Odessa Maritime Academy", Ukraine*
*Національний університет «Одеська морська академія», Україна***ABSTRACT**

Development of modern ship's automatic steering systems, navigation simulators, research of ship maneuvers stipulates the necessity of adequate mathematical models of the ship propulsion complex. The main components of the non-inertial forces of the ship propulsion complex are the hydrodynamic forces on the hull. Therefore, the improvement of mathematical models of these forces refers to important scientific and practical problems. This paper proposes a general approach to the construction of mathematical models of hydrodynamic forces on the hull. The approach is based on a multivariate quasilinear regression analysis, considering the values of the multiple correlation coefficient, the significance of the model, and the significance of each explanatory factor (regressor). In particular, the Fisher's criterion was used to test the significance of the models, and the statistical significance of each regressor was checked with the help of the Student's criterion. In addition, the standard error of each regressor was investigated. We also checked the absence of multicollinearity of the obtained models. The inadequacy of many existing mathematical models of hydrodynamic derivatives of longitudinal hydrodynamic forces on the hull is shown. In particular, it was found that one-factor correlation analysis cannot provide the construction of adequate models with high significance for all hydrodynamic derivatives. It has also been proven that applying only the AIC minimum criterion (Akaike Information Criterion) cannot ensure that all the regression analysis criteria are met. New adequate models of hydrodynamic derivatives have been constructed for longitudinal hydrodynamic forces on the hull with a high level of correlation, high indicators of significance of the models as a whole and of each regressor separately. The models are built for the whole range of variation of the block coefficient: (0.5; 0.9) and separately for the two ranges: (0.5; 0.7) and (0.7; 0.9). As regressors, we used the relations of the basic geometric parameters of the vessel, such as length, breadth on the current waterline, draught and the value of the block coefficient.

Keywords: longitudinal hydrodynamic forces, ship hull, mathematical models, multivariate regression analysis.

Загальна постановка проблеми і її зв'язок з важливими науковими або практичними задачами

Розробка сучасних суднових авторульових, навігаційних тренажерів, дослідження маневрів судна обумовлює необхідність адекватних математичних моделей суднового пропульсивного комплексу. Основними складовими неінерційних сил суднового пропульсивного комплексу є гідродинамічні сили на корпусі судна. Тому вдосконалення математичних моделей вказаних сил відноситься до важливих наукових і практичних задач.

Аналіз останніх досягнень і публікацій, в яких започатковано початок розв'язання даної проблеми і виокремлення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми.

Дослідженню гідродинамічних сил на корпусі судна присвячено багато робіт [1 - 14]. Для малих кутів дрейфу $|\beta| < 15^\circ$ в основному використовують емпіричні поліноміальні моделі. Числові характеристики таких моделей отримують, як правило (см., наприклад, [5 - 7]), на основі обробки даних натурних і модельних випробувань в басейнах на ротативних установках і планерних механізмах.

Аналогічний підхід до побудови моделей гідродинамічних сил застосований також в методі MMG (Manoeuvring Modelling Group), опис якого викладений в роботах [8 - 10, 12 - 14]. Там же наведено вирази для гідродинамічних похідних через технічні параметри суден. Ключовим етапом, вказаних вище методів є вибір метода аналізу і обробки результатів експериментальних досліджень. Зокрема, в роботі [13] за допомогою методу найменших квадратів відносно одного регресора (пояснювальної змінної) побудовані моделі гідродинамічних похідних для суден із коефіцієнтом загальної повноти $C_b \in (0,5; 0,7)$. В роботі [9] для суден в основному із значенням коефіцієнта загальної повноти $C_b \in (0,7; 0,9)$, отримані моделі гідродинамічних похідних повздовжніх гідродинамічних сил за допомогою багатofакторного критерія AIK (Akaike Information Criterion).

Формулювання цілей статті (постановка задачі)

Ціль даної роботи проаналізувати адекватність існуючих моделей гідродинамічних похідних повздовжніх гідродинамічних сил на корпусі судна і запропонувати єдиний підхід до побудови нових моделей на основі багатofакторного регресивного аналізу

Викладення матеріалу дослідження із обґрунтуванням отриманих результатів

1.1. Загальні подання повздовжніх гідродинамічних сил

Проекції X_H , Y_H гідродинамічних сил на осі координат X, Y , що пов'язанні із судном, і момент M_H навколо осі Z , зазвичай, подають так

$$X_H = v^2 C_H^x(\beta, \omega), Y_H = v^2 C_H^y(\beta, \omega), M_H = v^2 C_H^m(\beta, \omega), \quad (1)$$

де v, β, ω – відповідно величина результуючої швидкості, кут дрейфу і кутова швидкість судна. Величини $C_H^x(\beta, \omega)$, $C_H^y(\beta, \omega)$, $C_H^m(\beta, \omega)$ називають гідродинамічними характеристиками корпусу судна. Існування розв'язків відповідних систем диференціальних рівнянь руху судна [1 - 7], дає можливість допустити існування рядів Маклорена для гідродинамічних характеристик судна

$$C_H^p(\beta, \omega) = \sum_{j+k=0}^{\infty} C_{jk}^p \beta^j \omega^k, \{p\} = \{x, y, m\}, \quad (2)$$

$$C_{jk}^p = \frac{1}{(j+k)!} \left. \frac{\partial^{j+k} C_H^p(\beta, \omega)}{\partial \beta^j \partial \omega^k} \right|_{\beta=0, \omega=0}.$$

C_{jk}^p називають гідродинамічними сталими (або гідродинамічними похідними) сил і моменту на корпусі судна.

Подання (2) дозволяє при малих значеннях кута дрейфу і кутової швидкості гідродинамічні характеристики корпусу судна апроксимувати поліномами. Зокрема, якщо в розвиненні (2) для повздовжніх гідродинамічних сил обмежитись членами порядку малості не вище четвертого і врахувати рівності $C_{jk}^x = 0$ при $(j,k) \neq (0,0), (j,k) \neq (2,0), (j,k) \neq (1,1), (j,k) \neq (0,2), (j,k) \neq (0,4)$, які впливають із властивостей гідродинамічних сил, то отримуємо

$$C_H^x(\beta, \omega) = C_{00}^x + C_{20}^x \beta^2 + C_{11}^x \beta \omega + C_{02}^x \omega^2 + C_{40}^x \beta^4 \quad (3)$$

Гідродинамічні сталі у виразі (3) подають через геометричні характеристики судна шляхом обробки експериментальних даних.

1.2. Критерії і методика побудови математичних моделей гідродинамічних похідних повздовжніх гідродинамічних сил

Для аналізу існуючих і побудови нових математичних моделей гідродинамічних похідних застосуємо багатofакторний регресійний аналіз [15], використовуючи при цьому квазілінійну поліноміальну модель (лінійну по коефіцієнтах) відносно основних факторів (базових регресорів):

$$\eta_1 = C_B, \eta_2 = \frac{B}{L}, \eta_3 = \frac{T}{L}, \eta_4 = \frac{T}{B}, \quad (4)$$

де L, B – відповідно довжина і ширина судна по діючій ватерлінії, T – осадка судна на міделі. В якості визначальних регресорів (пояснювальних параметрів) моделей будемо використовувати базові регресори (4) або їх мультиплікатори (добуток степенів), тобто будемо розшукувати гідродинамічні похідні так

$$C_{jk}^x = \sum_{j=0}^{\kappa} \lambda_j \xi_j, \quad \xi_j = \prod_{l=1}^{\kappa_j} \eta_l^{\zeta_l}, \quad (j, l = 0, \dots, 4). \quad (5)$$

Показник κ , коефіцієнти регресійної модель λ_j і показники κ_j, ζ_j регресорів визначаються для кожної гідродинамічної похідної.

При побудові моделей (5) будемо оцінювати як рівень значимості моделі в цілому, так і значимість кожного регресора окремо. Отже, модель будемо вважати адекватною, якщо виконуються наступні критерії, що базуються на регресивному і дисперсному аналізі

Повинно досягатись максимально можливе значення множинного коефіцієнта кореляції R :

$$R > \alpha_0, \quad (6)$$

де параметр $\alpha_0, (0 \leq \alpha_0 \leq 1)$ визначає рівень зв'язку (кореляції) гідродинамічних похідних із регресорами, які входять в подання (5). При цьому, якщо $0,5 \leq \alpha_0 < 0,7$, то зв'язок вважається задовільним, якщо $0,7 \leq \alpha_0 < 0,8$, то зв'язок вважається добрим (високим), якщо $0,8 \leq \alpha_0 < 1$, то зв'язок вважається відмінним (дуже високим). В інших випадках зв'язок не можна вважати задовільним.

Статистичну значущість в цілому кожної моделі (5) будемо визначати за допомогою критерію Фішера

$$F_c > F_{nk}(1 - \alpha_F, m - 1, n - m), \quad (7)$$

де $F_c = \frac{R^2}{1-R^2} \frac{n-m}{m-1}$ – статистика спостереження, яка має розподіл Фішера-Снедекора (F – розподіл), m – число не нульових коефіцієнтів моделей (5); n – об’єм вибірки; $F_{nk}(1-\alpha_F, m-1, n-m)$ – критичне значення F – розподілу для рівня значущості α_F . Чим менше α_F , при якому виконується нерівність (7), тим вище в цілому статистична значимість моделі. Відмінним вважається рівень $\alpha_F \leq 0.05$.

Рівень значимості статистики F_c визначаємо за допомогою ймовірності $\gamma_F = P(F_c \leq F_{nk}(1-\alpha_F, m-1, n-m))$, при цьому рівень значимості будемо вважати прийнятним, якщо виконується умова

$$\gamma_F < \alpha_F. \quad (8)$$

Стандартна похибка σ_j регресора ξ_j повинна задовільнять умові

$$\sigma_j < |\xi_j| \quad (9)$$

Статистичну значимість кожного регресора визначаємо на основі t – критерія Стьюдента:

$$|t_j| < |t_{kr}| \quad (10)$$

де $t_j = \frac{\lambda_j}{\sigma_j}$, $t_{kr} = t(1-\alpha_s, n-m)$ – критичне значення розподілу Стьюдента для рівня значимості α_s . Чим менше α_s , при якому виконується нерівність (10), тим вище статистичне значення відповідного регресора. Відмінним можна вважати рівень при якому $\alpha_s \leq 0.05$.

2.6. Рівень значимості j – того регресора визначаємо за допомогою ймовірності $\gamma_j = P(t_j \leq t_{kr}(1-\alpha_s, n-m))$. Рівень значимості будемо вважати прийнятним, якщо виконується умова

$$\gamma_j < \alpha_s. \quad (11)$$

2.7. Перевірка відсутності мультиколінеарності отриманих моделей, тобто, відсутність регресорів із високою парною кореляцією:

$$|R_{\xi_j \xi_l}| < \alpha_{ms}, \quad j \neq l, \quad (12)$$

де $R_{\xi_j \xi_l}$ – коефіцієнт парної кореляції відповідних регресорів, α_{ms} – показник рівня мультиколінеарності моделі. Вважається, що в моделі відсутня мультиколінеарність, якщо α_{ms} не перевищує $0,7 \div 0,8$. Відмітимо, що це не стосується поліноміальних моделей із одним регресором.

При побудові моделей ключовим є умова (6). Але отримані залежності повинні бути статистично значимими із досить високим рівнем значимості, тобто повинні виконуватись умови (7) і (8) при досить малому значенні α_F . Умова (9) дозволяє відкинути

не значущі регресори, умови (10) і (11), і по значенню α_s оцінити рівень значимості кожного регресора моделі.

Побудова математичних моделей похідних гідродинамічних сил базується на процедурі приєднання регресорів. Для цього спочатку визначаються найбільше значущі регресори, тобто регресори, які мають найбільше значення коефіцієнтів парної кореляції із відповідною гідродинамічною похідною. Далі, розпочав із деякої мінімальної регресійної моделі, з найбільш значимими регресорами, додаємо нові, поки не буде досягнуто виконання критеріїв 2.1-2.7. При цьому на кожному етапі перевіряємо виконання умови (12). Якщо таким чином буде отримано декілька адекватних регресійних моделей, то вибираємо ті, для яких значення α_F і α_s будуть найменшими, а значення множинного коефіцієнта кореляції R є максимально можливим.

1.3. Аналіз існуючих моделей.

Аналіз існуючих моделей і побудову нових проведемо, скориставшись базами даних, наведених в роботах [13, 9]. Із цих даних, в залежності від значень коефіцієнту загальної повноти C_B складемо три вибірки різного об'єму n : $V1 = \{n = 30, C_b \in (0,5;0,9)\}$, $V2 = \{n = 14, C_b \in (0,5;0,7)\}$, $V3 = \{n = 16, C_b \in (0,7;0,9)\}$.

В роботі [13] отримані залежності гідродинамічних похідних від регресора $\eta_0 = \eta_1\eta_2$ на основі наведеної там вибірки $V4 = \{n = 12, C_b \in (0,7;0,9)\}$. Наведемо ці моделі, які отриманні на вибірках $V4$, $V1$, $V2$, $V3$ (відповідно перший, другий, третій і четверті рядки)

$$C_{20}^x = \begin{Bmatrix} 1,15 \\ 1,01 \\ 1,23 \\ -0,62 \end{Bmatrix} \eta_0 - \begin{Bmatrix} 0,18 \\ 0,18 \\ 0,2 \\ -0,02 \end{Bmatrix}, \quad C_{11}^x - m'_y = - \begin{Bmatrix} 1,91 \\ 1,6 \\ 1,77 \\ -0,10 \end{Bmatrix} \eta_0 + \begin{Bmatrix} 0,08 \\ 0,04 \\ 0,06 \\ -0,17 \end{Bmatrix},$$

$$C_{02}^x - x'_G m'_y = \begin{Bmatrix} -0,09 \\ 0,07 \\ 0,03 \\ 0,65 \end{Bmatrix} \eta_0 + \begin{Bmatrix} 0,008 \\ -0,017 \\ -0,012 \\ -0,098 \end{Bmatrix}, \quad C_{40}^x = - \begin{Bmatrix} 6,68 \\ 5,41 \\ 7,50 \\ -0,43 \end{Bmatrix} \eta_0 + \begin{Bmatrix} 1,1 \\ 1,11 \\ 1,18 \\ 0,43 \end{Bmatrix}. \quad (13)$$

В роботі [9], використавши вибірку $V5 = \{n = 18, C_b \in (0,5;0,9)\}$, отримані моделі на основі багатфакторного регресійного аналізу з використанням критерію АІК. Наведемо ці моделі, які отриманні на вибірках $V5$, $V1$, $V2$, $V3$ (відповідно перший, другий, третій і четверті рядки)

$$C_{20}^x = \begin{Bmatrix} 7,14 \\ 0,63 \\ 1,41 \\ -15,67 \end{Bmatrix} \eta_1 + \begin{Bmatrix} 38,4 \\ 2,48 \\ 4,94 \\ -75,31 \end{Bmatrix} \eta_2 - \begin{Bmatrix} 46,6 \\ 3,1 \\ 7,35 \\ -91,19 \end{Bmatrix} \eta_1 \eta_2 - \begin{Bmatrix} 5,94 \\ 0,55 \\ 1,01 \\ -12,91 \end{Bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
C_{11}^x - m'_y &= - \begin{Bmatrix} 3,99 \\ 1,8 \\ 2,29 \\ 4,1 \end{Bmatrix} \eta_0 - \begin{Bmatrix} 0,0113 \\ 0,0008 \\ 0,0018 \\ 0,0098 \end{Bmatrix} \eta_1^{-2} + \begin{Bmatrix} 0,755 \\ 0,093 \\ 0,172 \\ 0,725 \end{Bmatrix}, \\
C_{02}^x + x'_G m'_y &= - \begin{Bmatrix} 5,20 \\ 0,087 \\ 0,075 \\ 5,139 \end{Bmatrix} \eta_0 - \begin{Bmatrix} 14,7 \\ 0,672 \\ 0,952 \\ 15,36 \end{Bmatrix} \eta_3 + \begin{Bmatrix} 107,8 \\ 3,093 \\ 3,972 \\ 113,94 \end{Bmatrix} \eta_0 \eta_3 + \begin{Bmatrix} 0,701 \\ 0,021 \\ 0,032 \\ 0,679 \end{Bmatrix}, \\
C_{40}^x &= \begin{Bmatrix} 0,0182 \\ 0,0169 \\ 0,0159 \\ 0,0078 \end{Bmatrix} \eta_1^{-2} - \begin{Bmatrix} 0,0826 \\ 0,139 \\ 0,21 \\ -0,242 \end{Bmatrix},
\end{aligned} \tag{14}$$

В таблиці 1 наведені значення коефіцієнта множинної регресії, рівні значущості, а також результати перевірки виконання умови (9) для моделей (13).

Таблиця 1. Аналіз моделі (13) [13]

Гідродинаміч на похідна	Вибірка	R	α_F	Умова (9)	α_s
C_{20}^x	V4	0.7	0.01	+	0.01
	V1	0.55	0.002	+	0.002
	V2	0.72	0.004	+	0.005
	V3	0.16	0.55	-	0.8
$C_{11}^x - m'_y$	V4	0.9	10^{-4}	+	0.05
	V1	0.81	10^{-7}	+	0.2
	V2	0.91	10^{-5}	+	0.1
	V3	0.03	0.91	-	0.2
$C_{02}^x + x'_G m'_y$	V4	0.14	0.66	-	0.85
	V1	0.12	0.55	-	0.55
	V2	0.05	0.86	-	0.86
	V3	0.34	0.2	+	0.2
C_{40}^x	V4	0.7	0.013	+	0.013
	V1	0.41	0.025	+	0.025
	V2	0.73	0.003	+	0.003
	V3	0.013	0.96	-	0.96

Дані таблиці 1 показують, що для значень коефіцієнта загальної повноти $C_b \in (0.5; 0.7)$ модель [13] встановлює добрий кореляційний зв'язок гідродинамічних похідних C_{20}^x , C_{40}^x з регресором ($R > 0,7$), а для похідної $C_{11}^x - m'_y$ цей зв'язок виявляється відмінним ($R > 0,9$). Для усіх цих випадків має місце досить високий рівень значущості моделей і регресора. Для всього діапазону коефіцієнта загальної повноти $C_b \in (0,5; 0,9)$

модель для C_{20}^x встановлює задовільну кореляцію із регресором, для $C_{11}^x - m'_y$ відмінну. Але, значимість регресора для похідної $C_{11}^x - m'_y$ виявляється не достатньою $\alpha_s = 0,2$. В усіх інших випадках модель [13] виявляється не адекватною. Зокрема, для гідродинамічної похідної $C_{02}^x + x'_G m'_y$ виявляється не адекватною для всього діапазону загальної повноти.

В таблиці 2 наведені значення коефіцієнта множинної регресії, рівні значущості, мультиколінеарності а також результати перевірки виконання умови (9), для моделей (14). Аналіз, наведених в таблиці 2 даних показує, що для гідродинамічних похідних C_{20}^x і C_{40}^x моделі [9] виявляються не адекватними для усього діапазону значень коефіцієнту загальної повноти: $C_b \in (0,5; 0,9)$. Що стосується гідродинамічної похідної $C_{11}^x - m'_y$ то на виборці V5 спостерігається добра кореляція ($R = 0,71 \div 0,92$), але при цьому спостерігається мультиколінеарність $\alpha_{mk} = 0,92$. Останнє призведе до того, що із збільшенням об'єму вибірки (V1), модель виявляється не адекватною із низьким рівнем значимості регресорів. Теж саме спостерігається і для інших вибірок. Стосовно гідродинамічної похідної $C_{02}^x + x'_G m'_y$ модель [9] може буди використана лише при $C_b \in (0,7; 0,9)$.

Таблиця 2. Аналіз моделі (14) [9]

Гідродинамічна похідна	Вибірка	R	α_F	Умова (9)	α_s	α_{mk}
C_{20}^x	V5	0.59	0.12	+	0.05	0.9
	V1	0.63	0.01	-	0.4	0.79
	V2	0.75	0.07	-	0.5	0.98
	V3	0.53	0.25	+	0.23	0.93
$C_{11}^x - m'_y$	V5	0.71	0.05	+	0.05	0.92
	V1	0.81	$5 \cdot 10^{-7}$	-	0.48	0.78
	V2	0.61	0.06	+	0.05	0.9
	V3	0.92	$3 \cdot 10^{-5}$	+	0.25	0.89
$C_{02}^x + x'_G m'_y$	V5	0.52	0.03	+	0.03	0.64
	V1	0.23	0.7	-	0.76	0.81
	V2	0.33	0.75	-	0.93	0.99
	V3	0.75	0.02	+	0.04	0.42
C_{40}^x	V5	0.30	0.23	-	0.87	-
	V1	0.42	0.02	-	0.53	-
	V2	0.51	0.065	-	0.41	-
	V3	0.10	0.7	-	0.71	-

Отже, аналіз існуючих моделей для похідних повздовжніх гідродинамічних сил показує, що ні одна із моделей не може бути використана для всього діапазону значень коефіцієнта загальної повноти C_b . Очевидно, однофакторний кореляційний аналіз не може забезпечити побудову адекватних моделей із високим рівнем значимості для усіх гідродинамічних похідних. Стосовно підходу роботи [9], то, очевидно, застосування тільки критерію мінімуму АІК не може забезпечити виконання критеріїв 2.1 - 2.7.

1. Побудова нових адекватних моделей похідних повздовжніх гідродинамічних сил.

Аналіз відомих моделей, проведений вище, вказує на необхідність побудови нових адекватних моделей похідних повздовжніх гідродинамічних сил на корпусі судна з високим рівнем значущості, які задовільняють критеріям 2.1-2.7. Стандартна схема багатфакторного

регресійного аналізу і методика описана вище дозволили отримати низку нових математичних моделей повздовжніх гідродинамічних сил. Наведемо деякі із цих моделей, які мають найбільш високий рівень кореляції і рівні значимості.

1.1. Гідродинамічна похідна C_{20}^x .

Для всього діапазону зміни значень коефіцієнта загальної повноти: $C_b \in (0,5;0,9)$ заслуговують уваги наступні подання

$$C_{20}^x = -0,089\eta_1 - 0,389(1 - \eta_1)\eta_4 + 5,599\eta_1\eta_2\eta_3, \quad (15)$$

$$C_{20}^x = -0,173\eta_1 + 3,74\eta_1\eta_2\eta_3. \quad (16)$$

Для діапазону $C_b \in (0,5;0,7)$ відмінну кореляцію забезпечують наступні моделі

$$C_{20}^x = -0,173\eta_1 + 4,855\eta_1\eta_2\eta_3, \quad (17)$$

$$C_{20}^x = -0,528\eta_1\eta_4 + 6,088\eta_1\eta_2\eta_3, \quad (18)$$

$$C_{20}^x = 2,529(1 - \eta_1)\eta_1 - 1,714(1 - \eta_1)\eta_4. \quad (19)$$

Для діапазону: $C_b \in (0,7;0,9)$ може бути також використана така модель

$$C_{20}^x = 2,529(1 - \eta_1)\eta_4 - 15,086\eta_1\eta_2\eta_3. \quad (20)$$

В таблиці 3 наведені значення коефіцієнта множинної кореляції і рівнів значимості моделей (15) - (20).

Таблиця 3. Порівняння отриманих моделей для C_{20}^x

Модель	Вибірка	R	α_F	Умова (9)	α_s	α_{mk}
(15)	V1	0,8	$5 \cdot 10^{-5}$	+	0,02	0,5
(16)		0,75	$3 \cdot 10^{-4}$	+	$3 \cdot 10^{-4}$	0,5
(17)	V2	0,81	0,003	+	0,003	0,04
(18)		0,84	0,003	+	$7 \cdot 10^{-4}$	0,6
(19)		0,85	0,003	+	$5 \cdot 10^{-4}$	0,79
(20)	V3	0,8	0,004	+	0,14	0,59

1.2. Гідродинамічна похідна $C_{11}^x - m'_y$.

Для всього діапазону $C_b \in (0,5;0,9)$ відмінну кореляцію встановлюють моделі

$$C_{11}^x - m'_y = -0,978\eta_0 - 0,603\eta_3, \quad (21)$$

$$C_{11}^x - m'_y = -0,504\eta_1\eta_4 - 3,086\eta_2\eta_3. \quad (22)$$

Для діапазону $C_b \in (0,5;0,7)$ може бути використане також подання

$$C_{11}^x - m'_y = -0,396\eta_1\eta_4 - 3,634\eta_2\eta_3. \quad (23)$$

Для діапазону $C_b \in (0,7;0,9)$ встановлює відмінну кореляцію також наступне подання

$$C_{11}^x - m'_y = -6,344\eta_0^2 - 3,634\eta_0^2\eta_3^2. \quad (24)$$

В таблиці 4 наведені значення коефіцієнта множинної кореляції і рівнів значимості моделей (21) - (24).

Таблиця 4. Порівняння отриманих моделей для $C_{11}^x - m'_y$

Модель	Вибірка	R	α_F	Умова (9)	α_s	α_{mk}
(21)	V1	0,98	10^{-17}	+	0,04	0,68
(22)		0,98	10^{-16}	+	$5 \cdot 10^{-5}$	0,14
(23)	V2	0,99	10^{-8}	+	$5 \cdot 10^{-5}$	0,56

(24)	V3	0,98	10^{-12}	+	0,14	0,38
------	----	------	------------	---	------	------

1.3. Гідродинамічна похідна $C_{02}^x + x'_G m'_y$.

Для діапазону $C_b \in (0,5;0,7)$ добру кореляцію встановлюють моделі

$$C_{02}^x + x'_G m'_y = 0,074\eta_1 + 0,341(1 - \eta_1)\eta_2 - 0,371\eta_1\eta_4, \quad (25)$$

$$C_{02}^x + x'_G m'_y = 0,303(1 - \eta_1)\eta_2 - 0,166\eta_1\eta_4. \quad (26)$$

Для діапазону $C_b \in (0,7;0,9)$ адекватною виявляється модель

$$C_{02}^x + x'_G m'_y = 0,491\eta_1 + 9,681\eta_0\eta_1\eta_3 - 0,484. \quad (27)$$

В таблиці 5 наведені значення коефіцієнта множинної кореляції і рівнів значимості моделей (25) - (27).

Таблиця 5. Порівняння отриманих моделей для $C_{02}^x + x'_G m'_y$.

Модель	Вибірка	R	α_F	Умова (9)	α_s	α_{mk}
(25)	V2	0,68	0,07	+	0,24	0,586
(26)		0,68	0,05	+	0,08	0,378
(27)	V3	0,66	0,02	+	0,03	0,271

1.4. Гідродинамічна похідна C_{40}^x .

Для всього діапазону значень коефіцієнту загальної повноти: $C_b \in (0,5;0,9)$ заслуговують уваги наступні подання

$$C_{40}^x = 2,85\eta_1\eta_4 - 33,225\eta_0\eta_3, \quad (28)$$

$$C_{40}^x = 0,899\eta_1 - 26,105\eta_0\eta_3, \quad (29)$$

$$C_{40}^x = 4,89\eta_1\eta_4 - 17,463\eta_1\eta_3. \quad (30)$$

Для діапазону $C_b \in (0,5;0,7)$ встановлюють відмінну кореляцію також наступні моделі

$$C_{40}^x = 1,78\eta_0\eta_3 - 35,83\eta_4, \quad (31)$$

$$C_{40}^x = 5\eta_1\eta_4 - 18,057\eta_1\eta_3. \quad (32)$$

Для діапазону $C_b \in (0,7;0,9)$ адекватною виявляється також модель

$$C_{40}^x = -26,973(1 - \eta_1)\eta_2 - 167,485\eta_0\eta_3. \quad (33)$$

В таблиці 6 наведені значення коефіцієнта множинної кореляції і рівнів значимості моделей (28) - (33).

Таблиця 5. Порівняння отриманих моделей для C_{40}^x

Модель	Вибірка	R	α_F	Умова (9)	α_s	α_{mk}
(28)	V1	0,8	10^{-6}	+	10^{-6}	0,25
(29)		0,79	10^{-6}	+	0,002	0,28
(30)		0,79	10^{-6}	+	10^{-3}	0,55
(31)	V2	0,79	0,004	+	0,003	0,75
(32)		0,75	0,009	+	0,006	0,75
(33)	V3	0,86	10^{-6}	+	0,12	0,73

Висновки і перспективи подальшої роботи за даним напрямком

Результати, які наведені в таблицях 3-6 підтверджують, що всі отримані моделі повздовжніх гідродинамічних сил встановлюють зв'язок із високою степеню кореляції із

регресорами і відміним рівнем значущості. Наявність для кожної гідродинамічної похідної декількох адекватних моделей, які задовольняють критеріям 2.1 - 2.7, дозволяє вибрати оптимальну модель. Зокрема, якщо досліджується маневр для суден із широким діапазоном зміни значень коефіцієнту загальної повноти: $C_b \in (0,5; 0,9)$, то необхідно використовувати моделі, які побудовані на вибірці $V1$. Для більш вузьких діапазонів зміни C_b доцільно скористатись моделями, які побудовані на вибірці $V2$ або $V3$.

Отже, запропонований підхід, який дозволяє отримати нові адекватні математичні моделі похідних повздовжніх гідродинамічних сил із високою ступеню кореляції. Аналогічно, за допомогою цього підходу можуть бути отримані адекватні моделі для поперечних гідродинамічних сил і моменту.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кривий О.Ф. Методи математичного моделювання в задачах судноводіння: навчальний посібник //Одеса: ОНМА, 2015. – 86 с.
2. Кривой А.Ф., Миусов М.В. Математическая модель плоского движения судна при наличии ветродвижителей// Судовождение: Сб. научн. трудов/ ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ» - 2016 - С. 110-119.
3. Кривой А.Ф., Миусов М.В. Математические модели гидродинамических характеристик пропульсивного комплекса судна для произвольных углов дрейфа// Судовождение: Сб. научн. трудов/ ОНМА, Вып. 28. – Одесса: «Издат Информ» - 2018 - С. 88-103. DOI: 10.31653/2306-5761.27.2018.88-102
4. Миусов М.В. Режимы работы и автоматизация пропульсивного комплекса теплохода с ветродвижителями //Одесса: ОГМА, ОКФА – 1996. - 256 с.
5. Першиц Р. Я. Управляемость и управление судном // Л.: Судостроение. – 1983. - 272 с.
6. Соболев Г.В. Управляемость корабля и автоматизация судовождения // Л.: Судостроение. - 1976. – 477 с.
7. Справочник по теории корабля. В 3-х томах. /Под ред. Я.И. Войткунского. – Л.: Судостроение. - 1985. - 765 с.
8. Inoe S., Hirano M., Kijima K. Hydrodynamic derivatives on ship maneuvering // Int. Shipbuilding Progress. – 1981. – V. 28, - № 321. - pp.207-222
9. Furukawa Y, Ibaragi H, Nakiri Y and Kijima K. Shallow water effects on longitudinal components of hydrodynamic derivatives// 4th MASHCON, Hamburg - Uliczka et al. (eds)- Bundesanstalt für Wasserbau.- 2016. - pp. 295-299 DOI:10.18451/978-3-939230-38-0_33
10. Kijima K. Prediction method for ship manoeuvring performance in deep and shallow waters. Presented at the Workshop on Modular Manoeuvring Models // The Society of Naval Architects and Marine Engineering. - 1991 - v.47. – pp.121-130.
11. Kryvyi O.F, Miyusov M.V. Mathematical model of hydrodynamic characteristics on the ship's hull for any drift angles// Advances in Marine Navigation and Safety of Sea Transportation -CRC Press: Tayior&Francis Group. - 2019 – pp 111-116. <https://doi.org/10.1201/9780429341939>
12. Yasukawa H., Yoshimura Y. Introduction of MMG standard method for ship maneuvering predictions//J Mar Sci Technol. - 2015 - 20. - pp.37-52 DOI10.1007/s00773-014-0293-y
13. Yoshimura Y., Masumoto Y. Hydrodynamic Database And Maneuvering Prediction Method With Medium High-Speed Merchant Ships And Fishing// International Conference on Marine Simulation and Ship Manoeuvrability (MARSIM 2012). - 2012 - pp.494-504

14. Yasukawa H., Yoshimura Y. Introduction of MMG standard method for ship maneuvering predictions//J Mar Sci Technol. - 2015 – 20 - pp.37-52 DOI10.1007/s00773-014-0293-y
15. Draper N., Smith H. Applied regression analysis.3. Ed.-N.Y.:J.Wiley, 1998. –736p.