УДК 656.61.052

DOI: 10.31653/2306-5761.27.2018.88-102

MATHEMATICAL MODELS OF HYDRODYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE SHIP'S PROPULSION COMPLEX FOR ANY DRIFT ANGLES

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОПУЛЬСИВНОГО КОМПЛЕКСА СУДНА ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНЫХ УГЛОВ ДРЕЙФА

О.Ф. Кривый, *Dr. Sci., professor*; **М.В. Миюсов**, *Dr. Sci., professor*
А.Ф. Кривой *д.ф.-м.н., профессор*, **М.В. Миюсов**, *д.т.н., профессор*

National University "Odessa Maritime Academy", Ukraine
Національний університет «Одеська морська академія», Україна

ABSTRACT

The main among non-inertial forces on the hull are hydrodynamic forces. Without taking these forces into account, no adequate mathematical model of the dynamics and statics of the propulsion complex of a ship is possible in solving various optimal control problems in navigation, in particular: acceleration and deceleration, maneuvering, course stabilization, positioning, divergence and others. Such models are necessary to predict the behavior of the vessel at various combinations of the parameters of the controls of the vessel (rudder positions, fuel rod, the area and setting angle of the sails, etc.). Especially important is the presence of adequate mathematical models in the development and design of shipboard automatic control systems and simulators. In this work, an effective nonlinear mathematical model of hydrodynamic forces and the moment of the propulsion complex of the vessel in plane motion for any drift angles at various angular velocities is obtained. The construction of the model is based on the physical and mathematical properties of hydrodynamic forces such as parity or oddness, periodicity, differentiability. Analytical dependences for hydrodynamic characteristics contain hydrodynamic constants of polynomial models, the method of obtaining of which has now received significant development. The construction of the model is based on the recovery of the hydrodynamic characteristics of the vessel according to their decomposition into the Maclaurin series, contains infinitely differentiable trigonometric functions and simple expressions for the hydrodynamic constants. A numerical analysis of the obtained dependences was carried out, in particular, they were compared with polynomial models for small drift angles, known trigonometric models and experimental results for large drift angles. A good agreement between the proposed mathematical model and polynomial models, existing non-linear trigonometric models and experimental data has been established. The flat and three-dimensional graphs of the hydrodynamic characteristics of the propulsion complex of the vessel are constructed for any drift angles for various values of the relative angular velocity.

Keywords: planar motion of a ship, hydrodynamic forces, hydrodynamic characteristics, hydrodynamic constants, polynomial and non-linear models.

РЕФЕРАТ

Основними серед неінерційних сил на корпусі судна є гідродинамічні сили. Без урахування цих сил неможлива жодна адекватна математична модель динаміки і статички пропульсивного комплексу судна при вирішенні різних завдань оптимального управління в судноводінні, зокрема: розгону і гальмування, маневрування, курсової стабілізації, позиціонування, розходження і ін. Такі моделі є необхідними для прогнозування поведінки судна при різних поєднаннях значень параметрів керуючих органів судна (положення керма, паливної тяги, площі і кута повороту вітрил і т.п.). Особливо актуально наявність адекватних математичних моделей при розробці і проектуванні судових систем автоматичного управління і тренажерів. У даній роботі отримана ефективна нелінійна математична модель гідродинамічних сил і моменту пропульсивного комплексу судна при плоскому русі для довільних кутів дрейфу при різних значеннях кутової швидкості. Побудова моделі базується на фізичних і математичних властивості гідродинамічних сил, зокрема, таких як парність або непарність, періодичність, диференційованість. Аналітичні залежності для гідродинамічних характеристик містять гідродинамічні постійні поліноміальних моделей, методика отримання яких в даний час отримала значний розвиток. Побудова моделі базується на відновленні гідродинамічних характеристик судна по їх розкладах в ряд Маклорена, містить нескінченно диференціюються тригонометричні функції і прості вирази для гідродинамічних постійних. Проведено чисельний аналіз отриманих залежностей, зокрема, проведено їх порівняння із поліноміальними моделями для малих кутів дрейфу, відомими тригонометричними моделями і експериментальними результатами при великих кутах дрейфу. Встановлено гарне узгодження запропонованої математичної моделі з поліноміальними моделями, існуючими нелінійними тригонометричними моделями і експериментальними даними. Побудовано плоскі і тривимірні графіки гідродинамічних характеристик пропульсивного комплексу судна для довільних кутів дрейфу при різних значеннях відносної кутової швидкості.

Ключові слова: плоский рух судна, гідродинамічні сили, гідродинамічні сили, гідродинамічні характеристики, гідродинамічні сталі, поліноміальні та нелінійні моделі.

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными или практическими задачами

Основными среди неинерционных сил на корпусе судна являются гидродинамические силы. Без учета этих сил не возможна ни одна адекватная математическая модель динамики и статички пропульсивного комплекса судна при решении различных задач оптимального управления в судовождении, в частности: разгона и торможения, маневрирования, курсовой стабилизации,

позиционирования, расхождения и других. Такие модели являются необходимыми для прогнозирования поведения судна при различных сочетаниях значений параметров управляющих органов судна (положения рулей, топливной тяги, площади и угла поворота парусов и т.п.). Особенно актуально наличие адекватных математических моделей при разработке и проектировании судовых систем автоматического управления и тренажеров.

Анализ последних достижений и публикаций, в которых начато решение данной проблемы и выделение нерешенных ранее частей общей проблемы

Исследованию гидродинамических сил на корпусе судна посвящено много работ [1-18]. При этом для их описания используют математические модели, которые в основном охватывают ограниченный спектр изменения динамических параметров движения судна. Однако, при решении различных задач динамики пропульсивного комплекса судна, важно иметь представления, которые описывали бы гидродинамические силы с достаточной точностью, согласовывались с физическими и математическими свойствами, и охватывали максимально широкую область изменения параметров движения судна.

Формулирование целей статьи (постановка задачи)

Целью настоящей работы является анализ и построение общих адекватных математических выражений для гидродинамических характеристик на корпусе судна, которые согласовывались бы с физическими и математическими свойствами модели пропульсивного комплекса судна для широкого спектра параметров движения, в частности для произвольных углов дрейфа.

Изложение материала исследования с обоснованием полученных научных результатов

1. Математическая модель динамики судна

Выберем начало связанной с судном декартовой системы координат $Gxyz$ в центре тяжести судна. Пусть $V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ – величина скорости судна, β – угол дрейфа судна, ω_z – величина угловой скорости судна вокруг оси Z , перпендикулярной плоскости движения, L – длину судна по ватерлинии, V_0 – величина скорости в момент начала маневра (начальная скорость). Обозначим безразмерное время, безразмерные величины линейной и угловой скорости судна так: $\tau = t \frac{V_0}{L}$, $v = \frac{V}{V_0}$, $\omega = \omega_z \frac{L}{V_0}$, тогда систему дифференциальных уравнений двумерного движения судна, оснащенного ветродвижателем, можно представить в виде [1-3]

$$\begin{aligned} m_{11}(v' \cos \beta - v\beta' \sin \beta) + m_{22}v\omega \sin \beta - m_{26}\omega^2 &= n_x, \\ -m_{22}(v' \sin \beta + v\beta' \cos \beta) + m_{26}\omega' + m_{11}v\omega \cos \beta &= n_y, \end{aligned} \quad (1)$$

$$m_{66}\omega' - m_{26}(v'\sin\beta + v\beta'\cos\beta) + m_{12}\frac{v^2}{2}\sin 2\beta + m_{26}v\omega_z\cos\beta = m_z.$$

Коэффициенты системы выражают через технические характеристики судна [1,4], а правые части представляют собой сумму безразмерных сил неинерционного характера, действующих на судно [1-3]:

$$n_x = X_h + X_a + X_p - \sum_{j=1}^{K_b} P_{E_j} - \sum_{j=1}^K T_j + X_{вл},$$

$$n_y = Y_h + Y_a + Y_p + \sum_{j=1}^K D_j + Y_{вл},$$

$$m_y = M_h + M_a - M_p + \sum_{j=1}^K M_j + M_{вл},$$

где X_h, Y_h, M_h – гидродинамические силы и момент на корпусе судна; X_a, Y_a, M_a – аэродинамические силы и момент, действующие на надводную часть судна и надстройки; X_p, Y_p, M_p – гидродинамические силы и момент на руле; P_{E_j} – полезный упор j -го винта ($j = \overline{1; K_b}$); T_j, D_j, M_j – соответственно аэродинамические силы тяги, дрейфа и момента аэродинамических сил относительно центра тяжести j -го ветродвижителя ($j = \overline{1; K}$); X_w, Y_w, M_w – аэродинамические силы и момент, обусловленные ветроволновым воздействием на судно.

Следует отметить, что для существования решения системы (1) в классах дифференцируемых функций правые части системы должны иметь, по крайней мере, непрерывные производные до третьего порядка включительно. Последнее и физические соображения приводят к необходимости искать представления для неинерционных сил в классах бесконечно дифференцируемых функций.

2. Представления и общие свойства гидродинамических сил

Среди неинерционных сил следует выделить гидродинамические силы на корпусе судна, которые учитываются при описании любых маневров судна. Как правило, проекции X_h, Y_h этих сил на оси координат связанные с судном и момент M_h вокруг оси Z выражают следующим образом:

$$X_h = C_h^x(\beta, \omega) v^2, \quad Y_h = C_h^y(\beta, \omega) v^2, \quad M_h = C_h^m(\beta, \omega) v^2. \quad (2)$$

Здесь $C_h^x(\beta, \omega), C_h^y(\beta, \omega), C_h^m(\beta, \omega)$ – гидродинамические характеристики корпуса судна, которые допускают разложение:

$$C_h^x = C_{hp}^x(\beta) + C_{hv}^x(\beta, \omega), \quad C_h^y = C_{hp}^y(\beta) + C_{hv}^y(\beta, \omega), \quad C_h^m = C_{hp}^m(\beta) + C_{hv}^m(\beta, \omega), \quad (3)$$

где $C_{hp}^x(\beta)$, $C_{hp}^y(\beta)$, $C_{hp}^m(\beta)$ - позиционные составляющие гидродинамических характеристик, которые соответствуют гидродинамическим силам и моменту на корпусе при поступательном движении ($\omega = 0$); $C_{hv}^x(\beta, \omega)$, $C_{hv}^y(\beta, \omega)$, $C_{hv}^m(\beta, \omega)$ - вращательные составляющие, которые соответствуют гидродинамическим силам и моменту на корпусе при криволинейном движении с угловой скоростью ω .

Определению гидродинамических характеристик корпуса судна посвящено много работ [5-17], которые в основном базируются на экспериментальных исследованиях. При этом возникают две проблемы: выбор математической модели представлений (вида функциональных зависимостей) и определение гидродинамических постоянных входящих в выбранную модель. Последние, как правило, выражают через геометрические и физические характеристики судна путем обработки экспериментальных данных.

Выбор вида функциональных зависимостей для гидродинамических характеристик базируется на общих свойствах гидродинамических сил на корпусе судна [4-7]:

$$\begin{aligned} C_{hp}^x(-\beta) &= C_{hp}^x(\beta), \quad C_{hp}^y(-\beta) = -C_{hp}^y(\beta), \quad C_{hp}^m(-\beta) = -C_{hp}^m(\beta), \\ C_{hv}^x(0, -\omega) &= C_{hv}^x(0, \omega), \quad C_{hv}^x(\beta, 0) = C_{hv}^x(-\beta, 0), \quad C_{hv}^x(-\beta, -\omega) = -C_{hv}^x(\beta, \omega), \\ C_{hv}^y(0, -\omega) &= -C_{hv}^y(0, \omega), \quad C_{hv}^y(\beta, 0) = -C_{hv}^y(-\beta, 0), \quad C_{hv}^y(-\beta, -\omega) = -C_{hv}^y(\beta, \omega), \\ C_{hv}^m(0, -\omega) &= -C_{hv}^m(0, \omega), \quad C_{hv}^m(\beta, 0) = -C_{hv}^m(-\beta, 0), \quad C_{hv}^m(-\beta, -\omega) = -C_{hv}^m(\beta, \omega). \end{aligned} \quad (4)$$

3. Полиномиальные модели гидродинамических характеристик

Как было сказано выше, для разрешимости системы дифференциальных уравнений (1) её правые части должны обладать достаточной гладкостью, что дает основания предположить существования рядов Маклорена для гидродинамических характеристик судна:

$$C_h^p(\beta, \omega) = \sum_{j+k=0}^{\infty} C_{jk}^p \beta^j \omega^k, \quad p = x, y, m, \quad (5)$$

$$C_{jk}^p = \frac{1}{(j+k)!} \left. \frac{\partial^{j+k} C_h^p(\beta, \omega)}{\partial \beta^j \partial \omega^k} \right|_{\beta=0, \omega=0}.$$

C_{jk}^p называют гидродинамическими постоянными. Представления (5) позволяют аппроксимировать гидродинамические характеристики корпуса судна полиномами. Если, например, ограничиться в разложении (5) членами порядка малости не ниже третьего, и учесть равенства:

$$C_{jk}^x = 0, (j, k) \neq (0, 0), (j, k) \neq (2, 0), (j, k) \neq (1, 1), (j, k) \neq (0, 2), (j, k) \neq (0, 4);$$

$$C_{jk}^y = 0, C_{jk}^m = 0, (j, k) \neq (1, 0), (j, k) \neq (0, 1), (j, k) \neq (3, 0), \\ (j, k) \neq (1, 2), (j, k) \neq (2, 1), (j, k) \neq (0, 3),$$

вытекающие из свойства (4), то получим следующие разложения:

$$C_h^x(\beta, \omega) = C_{00}^x + C_{20}^x \beta^2 + C_{11}^x \beta \omega + C_{02}^x \omega^2 + C_{40}^x \beta^4, \\ C_h^y(\beta, \omega) = C_{10}^y \beta + C_{01}^y \omega + C_{30}^y \beta^3 + C_{21}^y \beta^2 \omega + C_{12}^y \beta \omega^2 + C_{03}^y \omega^3, \\ C_h^m(\beta, \omega) = C_{10}^m \beta + C_{01}^m \omega + C_{30}^m \beta^3 + C_{21}^m \beta^2 \omega + C_{12}^m \beta \omega^2 + C_{03}^m \omega^3. \quad (6)$$

Гидродинамические постоянные в разложениях (6) выражают через геометрические характеристики судна путем обработки экспериментальных данных. В этом направлении получено значительное количество результатов [14-17], учитывающее различные внешние факторы и конструкционные особенности строения судна, как-то мелководье, скошенность киля и др. Здесь, например, можно выделить часто используемые выражения [15,16]:

$$C_{00}^x = -C_{x_0}; \quad C_{20}^x = 1,15C_B k_2 - 0,18; \quad C_{11}^x = 0,08 - 1,91C_B k_2 + k_1(k_2^{-1} - 0,5);$$

$$C_{02}^x = 0,008 - 0,085C_B k_2; \quad C_{40}^x = -6,68C_B k_2 + 1,1; \quad k_1 = \frac{2T}{L}; \quad k_2 = \frac{B}{L}.$$

$$C_{10}^y = 0,5\pi k_1 + 1,4k_2 C_B; \quad C_{01}^y = 0,5k_2 C_B + 0,25k_1; \quad C_{30}^y = 0,185k_2^{-1} + 0,48;$$

$$C_{21}^y = 0,75C_B k_1 k_2^{-1} - 0,65; \quad C_{12}^y = 0,26(1 - C_B)k_2^{-1} + 0,11;$$

$$C_{03}^y = 0,058C_B \frac{k_2}{k_1} - 0,008 \frac{1}{k_1}; \quad C_{10}^m = k_1; \quad C_{01}^m = -0,54k_1 + k_1^2;$$

$$C_{30}^m = -0,69C_B + 0,66; \quad C_{21}^m = 1,55C_B k_2 - 0,76;$$

$$C_{12}^m = 0,075(1 - C_B)k_2^{-1} - 0,098; \quad C_{03}^m = 0,25C_B k_2 - 0,056, \quad (7)$$

где T – осадка судна на миделе, C_b – коэффициент общей полноты судна, B – ширина судна по действующую ватерлинию, $C_{x_0} = 2R_{x_0}(\rho V_0^2 S)^{-1}$ – коэффициент сопротивления воды прямолинейному движению судна, $S = LT$, ρ – массовая плотность морской воды ($\rho = 1025 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$).

К полиномиальным моделям можно также отнести часто используемые представления [13]:

$$C_h^y = q_{21}\beta + q_{22}\omega + q_{23}\beta|\beta| + q_{24}\omega|\omega| + q_{25}\beta^2\omega + q_{26}\beta\omega^2, \\ C_h^m = q_{31}\beta + q_{32}\omega + q_{33}\beta|\beta| + q_{34}\omega|\omega| + q_{35}\beta^2\omega + q_{36}\beta\omega^2, \quad (8)$$

где гидродинамические постоянные q_{jk} также выражают через параметры судна L, B, T, C_B, C_{x_0} .

Однако, существенным недостатком представлений вида (8) является наличие не дифференцируемых функций $|\beta|$, $|\omega|$ что не позволяет вообще говорить о существовании решений системы дифференциальных уравнений в

классах дифференцируемых функций, к которым очевидно относятся искомые динамические характеристики движения судна.

4. Модели гидродинамических характеристик для произвольных углов дрейфа

Полиномиальные модели, обладая достаточной простотой, охватывают весьма узкий диапазон изменения динамических характеристик судна, в частности, угла дрейфа, для которого должно выполняться условие: $-15^\circ \leq \beta \leq 15^\circ$.

Устраняют этот недостаток нелинейные модели, содержащие тригонометрические функции. Следует отметить, что таких моделей, основанных на систематических экспериментальных исследованиях не так много, наиболее известные для позиционных составляющих имеют вид [4,6-8] ($0 \leq \beta \leq \pi$):

$$\begin{aligned} C_{hp}^x &= -\frac{3}{40} \sin((\pi - \arcsin(\frac{40}{3} C_{x_0}))(1 - 2\sigma_D^4 \frac{\beta}{\pi})), \\ C_{hp}^y &= \frac{1}{2} C_y^\beta \sin 2\beta \cos \beta + c_2 \sin^2 \beta + c_3 \sin^4 2\beta, \\ C_{hp}^m &= m_1 \sin 2\beta + m_2 \sin \beta + m_3 \sin^3 2\beta + m_4 \sin^4 2\beta, \end{aligned} \quad (9)$$

где σ_D – приведенный коэффициент полноты погруженной части диаметральной плоскости, параметры модели C_y^β , c_4 , c_2 , m_2 , m_3 , m_4 определяют по номограммам [5,8], или по аппроксимационным формулам [5]. Как указано в работе [6,8], для продольной гидродинамической характеристики C_{hp}^x при $0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$, более адекватным является представление:

$$C_{hp}^x = -C_{x_0} \cos \frac{3\beta}{2} - 0,07 \sin^4 \frac{3\beta}{2} + 8c_4 \frac{\beta^3}{\pi^3}. \quad (10)$$

Представления (9), (10) также не охватывают весь диапазон изменения угла дрейфа, в частности для отрицательных углов дрейфа: $\beta \leq 0$. В работе [7] сделана попытка расширить диапазон их применения, однако с помощью не дифференцируемых функций. Вызывает вопросы и структура указанных представлений. Кроме того, методика определения гидродинамических параметров моделей достаточно сложна и не удобна в применении.

Одним из подходов построения нелинейных моделей является также восстановление по разложениям (5) (фактически (6)) функций, которые они аппроксимируют. Такого рода задачи относятся к так называемым обратным задачам, и в общем случае являются некорректными, в силу не однозначности их решений. Однако, дополнительные соображения, базирующиеся на известных математических и физических свойствах искомых функций и последующее их сравнение с экспериментальными данными, позволяют получить решение поставленной задачи с достаточно высокой степенью точности. Здесь следует учесть, что искомые функции должны удовлетворять свойствам (4), кроме того, гидродинамические силы и моменты, действующие

на судно, периодическим образом, (силы с периодом 2π , моменты с периодом π), зависят от угла дрейфа β , что подтверждается и экспериментальными исследованиями [5-7].

Для больших углов дрейфа, с точностью до членов третьего порядка малости, справедливы соотношения:

$$\beta - \frac{\beta^3}{6} \approx \sin \beta, \quad 1 - \frac{\beta^2}{2} \approx \cos \beta,$$

что позволяет с той же точностью установить, например, следующие соотношения: $1 \approx \cos \beta + \frac{1}{8} \sin^2 2\beta$, $\beta \approx \sin \beta + \frac{1}{6} \sin^3 \beta$, $\beta \approx \frac{1}{2} (\sin 2\beta + \frac{1}{6} \sin^3 2\beta)$.

Последние, а также указанные выше свойства, позволяют гидродинамические характеристики судна, с помощью разложений (6), представить в виде:

$$\begin{aligned} C_h^x(\beta, \omega) &= C_{00}^x \cos \beta + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} C_{00}^x + C_{20}^x \cos \beta + \frac{1}{4} C_{40}^x \sin^2 \beta \right) \sin^2 \beta + \\ &\quad + C_{11}^x \omega (\sin \beta + \frac{1}{6} \sin^3 \beta) + C_{02}^x \omega^2, \\ C_h^y(\beta, \omega) &= (C_{10}^y + C_{12}^y \omega^2) \sin \beta + \frac{1}{6} (C_{10}^y + 6C_{30}^y + C_{12}^y \omega^2) \sin^3 \beta + \\ &\quad + C_{12}^y \omega \sin^2 \beta + C_{01}^y \omega + C_{03}^y \omega^3, \\ C_h^m(\beta, \omega) &= \frac{1}{2} (C_{10}^m + C_{12}^m \omega^2) \sin 2\beta + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} C_{10}^m + \frac{1}{2} C_{30}^m + \frac{1}{3} C_{12}^y \omega^2 \right) \sin^3 2\beta + \\ &\quad + \frac{1}{4} C_{21}^m \omega \sin^2 2\beta + C_{01}^m \omega + C_{03}^m \omega^3. \end{aligned} \quad (11)$$

Существенным преимуществом представлений (11) является широкий спектр изменения динамических параметров, в частности, они охватывают всю область изменения угла дрейфа. Предложенные зависимости содержат также бесконечно дифференцируемые функции, кроме того, гидродинамические постоянные модели (11) выбирают из полиномиальной модели (6), методика получения которых в последнее время получила значительно развитие [13-17].

5. Численный анализ полученных моделей.

Численные исследования полученных моделей и сравнение их с существующими моделями проводилось для судов, геометрические и физические параметры которых приведены в таблице 1. На рисунках 1, 2 дано сравнение гидродинамических характеристик, полученных с помощью нелинейных представлений (11) (сплошные линии) и полиномиальной модели (6) (пунктирные линии). Кривые 1-3 на рис. 1 соответствуют примерам 1-3. Кривые 1 на рис. 2 изображают зависимость $C_h^y(\beta, 0)$, а кривые 2 зависимость $10 \cdot C_h^m(\beta, 0)$ для примера 2. Результаты показывают, что для всех трех гидродинамических характеристик обе модели дают приемлемое в диапазоне: $-15^\circ \leq \beta \leq 15^\circ$ совпадение, что, собственно, согласуется с областью применения полиномиальных моделей.

На рисунках 3, 4, для примера 2 приведены зависимости гидродинамических характеристик от угла дрейфа для полученных представлений (11) (сплошные линии), моделей (9) (пунктирные линии), и уточненного представления (10) (точечная линия). В частности, на рисунке 3 представлены графики для $10 \cdot C_h^x(\beta, 0)$ в диапазоне: $0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$, на рисунке 4 графики для $C_h^y(\beta, 0)$ (кривые 1) и для $10 \cdot C_h^m(\beta, 0)$ (кривые 2) в диапазоне $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$. Результаты показывают хорошую согласованность поведения предложенных нелинейных зависимостей (11) с экспериментальными моделями, особенно это хорошо заметно для $C_h^m(\beta, 0)$. Хорошая согласованность поведения видна и для других характеристик. При этом более точно характер поведения гидродинамических характеристик $C_h^x(\beta, 0)$ и $C_h^y(\beta, 0)$, полученных экспериментальным путем (см. рис.23 [4]), описывают зависимости (10) - (12). Особенно это заметно для $C_h^x(\beta, 0)$ при углах $40^\circ \leq \beta \leq 80^\circ$ и для $C_h^y(\beta, 0)$ при углах $40^\circ \leq \beta \leq 140^\circ$.

На рисунках 5, 6 приведены зависимости гидродинамических характеристик от угла дрейфа $\beta \in [-180^\circ, 180^\circ]$ при $\omega = 0$ для предложенной нелинейной модели (11). Сплошные линии на обоих рисунках соответствует примеру 1, точечные примеру 2, пунктирные примеру 3 и штрихпунктирные примеру 4. Линии 1 на рис. 6 соответствуют характеристике $C_h^y(\beta, 0)$, а линии 2 характеристике $C_h^m(\beta, 0)$. Полученные результаты полностью согласуются с экспериментальными данными [4.6,7].

На рисунках 7-12 для примера 1 даны зависимости гидродинамических характеристик, полученной нелинейной модели (11), при фиксированных значениях безразмерной угловой скорости ω (рис. 7,9,11) и при фиксированных значениях угла дрейфа β (рис. 8,10,12). В частности, на рис. 7 приведены зависимости гидродинамической характеристики $C_h^x(\beta, \omega_j)$ от угла дрейфа $\beta \in [-180^\circ; 180^\circ]$ для фиксированных значений безразмерной угловой скорости: $\{\omega_j\} = \{\pm 0.5, \pm 1, \pm 1.5, \pm 2\}$. На рис. 9 даны зависимости гидродинамических характеристик $C_h^y(\beta, \omega_j)$, $C_h^y(-\beta, -\omega_j)$ для значений $\{\omega_j\} = \{0.1, 0.3, 0.6, 0.9\}$. На рис. 11 приведены зависимости гидродинамических характеристик $C_h^m(\beta, \omega_j)$, $C_h^m(-\beta, -\omega_j)$ для фиксированных значений: $\{\omega_j\} = \{0, 1, 1.5, 2\}$. На рис. 8 даны зависимости гидродинамической характеристики $C_h^x(\beta_j, \omega)$ от относительной скорости $\omega = [-3; 3]$ для фиксированных значений угла дрейфа: $\{\beta_j\} = \{0, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, \pm 90^\circ\}$. На рис.

10 приведены зависимости гидродинамической характеристики $C_h^y(\beta_j, \omega)$ для фиксированных значений $\{\beta_j\} = \{0, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ, \pm 60^\circ, \pm 90^\circ\}$. На рис. 12 даны зависимости гидродинамических характеристик $C_h^m(\beta_j, \omega)$, $C_h^m(-\beta_j, -\omega)$ для значений $\{\beta_j\} = \{0, 20^\circ, 60^\circ, 80^\circ\}$.

Для более наглядной иллюстрации поведения гидродинамических характеристик на рисунках 13-15 приведены трехмерные графики зависимостей $C_h^x(\beta, \omega)$, $C_h^y(\beta, \omega)$, $C_h^m(\beta, \omega)$.

Таблица 1. Технические характеристики судна						
	$L(м)$	$B(м)$	$T(м)$	C_b	C_{x_0}	σ_D
Пример 1	250	40,77	16,96	0,831	0,018	0,985
Пример 2	160,9	23,2	7,5	0,59	0,01	0,98
Пример 3	100	17	4,6	0,64	0,007	0,971
Пример 4	320	58	20,8	0,8098	0,023	0,99

Рис.1. $100 \cdot C_h^x(\beta, 0)$ для полиномиальной и нелинейной модели.

Рис.2. $C_h^y(\beta, 0)$ и $10 \cdot C_h^m(\beta, 0)$ для полиномиальной и нелинейной модели.

Рис.3. $10 \cdot C_h^x(\beta, 0)$ для различных нелинейных моделей.

Рис.4. $C_h^y(\beta, 0)$ и $10 \cdot C_h^m(\beta, 0)$ для различных нелинейных моделей.

Рис.5. $10 \cdot C_h^x(\beta, 0)$ для полученной нелинейной модели.

Рис.6. $C_h^y(\beta, 0)$ и $10 \cdot C_h^m(\beta, 0)$ для полученной нелинейной модели.

Рис.7. $C_h^x(\beta, \omega_j)$ для полученной нелинейной модели.

Рис.8. $C_h^x(\beta_j, \omega)$ для полученной нелинейной модели

Рис.9. $C_h^y(\beta, \omega_j), C_h^y(-\beta, -\omega_j)$ для полученной нелинейной модели.

Рис.10. $C_h^y(\beta_j, \omega)$ для полученной нелинейной модели

Рис.11. $C_h^m(\beta, \omega_j), C_h^m(-\beta, -\omega_j)$ для полученной нелинейной модели

Рис.12. $C_h^m(\beta_j, \omega), C_h^m(-\beta_j, -\omega)$ для полученной нелинейной модели

Рис.13. $C_h^x(\beta, \omega)$ для полученной нелинейной модели

Рис.14. $C_h^y(\beta, \omega)$ для полученной нелинейной модели

Рис.15. $C_h^m(\beta, \omega)$ для полученной нелинейной модели

Выводы и перспектива дальнейшей работы по данному направлению

Получена эффективная модель гидродинамических характеристик судна с простыми выражениями для гидродинамических постоянных. Эта математическая модель охватывает весь диапазон изменения угла дрейфа и полностью согласуется с существующими полиномиальными и нелинейными тригонометрическими моделями, а также с экспериментальными данными. Предложенная модель может быть записана для любого типа судна при любых условиях движения, если известны гидродинамические постоянные соответствующей полиномиальной модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кривой А.Ф., Миусов М.В. Математическая модель плоского движения судна при наличии ветродвижителей // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С. 110-119.
2. Миусов М.В. Режимы работы и автоматизация пропульсивного комплекса теплохода с ветродвижителями / М.В Миусов//Одесса: ОГМА, ОКФА – 1996.- 256 с.
3. Кривий О.Ф. Методи математичного моделювання в задачах судноводіння: навчальний посібник / О.Ф. Кривий//Одеса: ОНМА, 2015. – 86 с.
4. Соболев Г.В. Управляемость корабля и автоматизация судовождения / Г.В. Соболев// Л.: Судостроение, 1976. – 477 с.
5. Справочник по теории корабля. В 3-х томах. /Под ред. Я.И. Войткунского. – Л.: Судостроение, 1985. – 765 с.
6. Першиц Р. Я. Управляемость и управление судном/ Р.Я. Першиц// Л.: Судостроение.– 1983.- 272 с.
7. Васильев А. В. Управляемость судов: учеб. пособие / А. В. Васильев.- Л.: Судостроение, 1989. - 328 с. Анисимова Н.И. Позиционные гидродинамические характеристики судов при произвольных углах дрейфа// Судостроение.- 1968. №5.С. 4-8.
8. Анисимова Н.И. Позиционные гидродинамические характеристики судов при произвольных углах дрейфа// Судостроение.- 1968. №5. С. 4-8.
9. Юдин Ю.И. Математические модели плоскопараллельного движения судна. Классификация и критический анализ/ Ю.И. Юдин, И.И. Сотников // Вестник МГТУ - т. 9, № 2. - 2006 г. - С. 200-208.
10. Ogawa A. On the Mathematical Model of Maneuvering Motion of Ship/ Ogawa A., Kasai H// International Shipbuilding Progress.- 1978.- Vol. 25, № 292, pp. 306-319.
11. Kose K., Yumuro A., Yoshimura Y. Concrete of Mathematical model for ship manoeuvrability// 3rd Symposium on Ship Maneuverability, Society of Naval Architects of Japan.- 1981, pp. 27-80 (in Japanese).
12. Inoe S. Hydrodynamic derivatives on ship manoeuvring/ S. Inoe, M. Hirano, K. Kijima// Int. Shipbuilding Progress. – 1981. – V. 28, - № 321, pp. 67.
13. Kijima K. Prediction method for ship manoeuvring performance in deep and shallow waters. Presented at the Workshop on Modular Manoeuvring Models/ K. Kijima// The Society of Naval Architects and Marine Engineering. - 1991.- v. 47.- 121-130 pp.

14. Ming-Chung Fang. A nonlinear mathematical model for ship turning circle simulation in waves. /Ming-Chung Fang, Jih-Hong Luo, Ming-Ling Lee.// *Jornal of Ship Research.*- 2005.- Vol. 49.- №2., 69-79pp.
15. Yoshimura, Y., Ma, N. : Manoeuvring Prediction of Fishing Vessels, proc. of MARSIM'03, 2003, pp. RC-29-1-RS-29-10.
16. Y. Yoshimura, Y. Masumoto. Hydrodynamic Database And Manoeuvring Prediction Method With Medium High-Speed Merchant Ships And Fishing// *International Conference on Marine Simulation and Ship Manoeuvrability 2012 (MARSIM 2012)* pp.494-504.
17. H. Yasukawa, Y. Yoshimura. Introduction of MMG standard method for ship maneuvering predictions//*J Mar Sci Technol* (2015) 20:37–52 DOI 10.1007/s00773-014-0293-y.