УДК 624.012.4

ПІДБІР РАЦІОНАЛЬНОГО КРОКУ БАЛОК НАСТИЛУ ДЛЯ БАЛОЧНОЇ КЛІТКИ СПРОЩЕНОГО ТИПУ

Янін О.Є., - к.т.н., доцент,

Херсонський Державний Аграрний Університет, м. Херсон
yanin_a@ukr.net, ORCID ID 0000-0003-0230-8669

Новікова С.М., - старший викладач,

Херсонський Державний Аграрний Університет, м. Херсон
novikova_svetla@ukr.net, ORCID ID 0000-0003-0012-521X

Анотація. У статті наведені результати оптимізації кроку балок у балочній клітці спрощеного типу, коли на вертикальні несучі конструкції (стіни, колони) спираються сталеві балки двотаврового профілю. Оптимальний крок балок підібраний таким чином, щоб сумарні витрати сталі на балки і настил були мінімальними. Проведено дослідження, для яких значень кроку, жорсткість балки забезпечена при рівності лівої та правої частин умови міцності за нормальними напруженнями. З'ясовано, у якому випадку при знайденому оптимальному кроку балок, забезпечена її жорсткість. З метою з'ясування практичної застосовності отриманих результатів, задача була розв'язана при контрольних числових даних.

Ключові слова: балочна клітка, сталевий настил, крок балок, оптимізація, міцність, жорсткість.

Вступ. В сучасних умовах економія сталі має важливе значення. Тому будівельні конструкції необхідно проектувати таким чином, щоб при заданому діючому навантаженні витрати сталі були зведені до мінімуму.

Аналіз останніх джерел досліджень і публікацій. Питання раціонального проектування сталевих елементів, що працюють на згин розглядаються у ряді праць провідних вітчизняних та закордонних вчених [1-4]. Зокрема, при вільному плануванні сталевий балочної клітки, вирішується задача підбору кроку і прольоту балок виходячи з максимального використання їх несучого ресурсу при найбільш раціональній формі поперечного перерізу [5-7]. Якщо, відносно довгі сталеві балки розташовуються досить близько одна від іншої, то виникає протиріччя між жорсткістю балок і необхідністю забезпечення їх міцності за нормальними напруженнями при мінімальному запасі [5-7]. Тобто конструкція стає неефективною з точки зору витрат сталі.

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми. Актуальним є дослідження можливості підбору схеми розміщення балок у плані, яка б відповідала критерію економічності. У якості такого критерію можна розглядати витрати сталі на балочну конструкцію у цілому.

Постановка завдання. Розглянемо балочну клітку спрощеного типу, коли на вертикальні несучі конструкції (стіни, колони) спираються сталеві балки двотаврового профілю. На них укладається сталевий настил (рис.1).

Крок балок X спробуємо підібрати так, щоб сумарні витрати сталі на балки і настил були мінімальними. Такий крок $X=X_0$ будемо називати оптимальним. Для його знаходження складемо цільову функцію вартості сталі для настилу і балок на 1 м^2 перекриття, перемінним аргументом якої є крок балок X . Потім дослідимо цю функцію на екстремум [6]. Якщо екстремум буде відповідати мінімуму функції і позитивному значенню аргументу, то оптимальний крок балок X_0 може бути знайдений.

- 1 – сталевий настил
 2 - сталеві балки двотаврового профілю
 3 – вертикальні несучі конструкції (стіни, колони)

Рис. 1. Балочна клітка спрощеного типу

Основний матеріал і результати. Виділимо за довжиною балки деяку ділянку шириною C (див.рис.1). Вартість сталі для настилу і балок на ділянці перекриття, площа якої дорівнює $C \cdot X$

$$St = \ddot{O}_i \cdot t \cdot c \cdot x \cdot \rho_{\text{нб}} + \ddot{O}_a \cdot \dot{A}_a \cdot \ddot{n} \cdot \rho_{\text{нб}}, \quad (1)$$

де $\Pi_{\text{н}}$ і $\Pi_{\text{б}}$, грн/кг – ціна 1кг сталі відповідно для настилу і балок;

$\rho_{\text{ст}}$, кг/м³ – щільність сталі;

t – товщина настилу;

$A_{\text{б}}$ – площа поперечного перерізу двотаврової балки (рис.1);

$$A_{\text{б}} = 2A_f + A_{\omega} \approx 2b_f t_f + h t_{\omega}, \quad (2)$$

де A_f – площа поперечного перерізу однієї полиці;

A_{ω} – площа поперечного перерізу стінки.

Вартість сталі для настилу і балок на 1м² перекриття

$$S = \frac{St}{c \cdot x} = \rho_{\text{ст}} \left(\Pi_{\text{н}} t + \Pi_{\text{б}} \frac{A_{\text{б}}}{x} \right). \quad (3)$$

Величини t і $A_{\text{б}}$ залежать від X . Виразимо їх через X і підставимо у формулу (3).

Граничне відношення X/t виходячи з рівності прогину настилу посередині прольоту гранично припустимому прогину виражається формулою [5]

$$\frac{x}{t} = \frac{4n_{\text{он}}}{15} \left(1 + \frac{72E_1}{n_{\text{он}}^4 q_{1\text{н}}} \right), \quad (4)$$

де $n_{\text{он}}$ – величина, зворотна гранично припустимому прогину;

$q_{1\text{н}}$, кН/м² – експлуатаційне (нормативне) корисне навантаження на перекриття;

E_1 – модуль пружності сталі при неможливості поперечних деформацій настилу.

Права частина формули (4) не залежить від X . Тоді функцію $t_{(x)}$ можна записати у вигляді

$$t_{(x)} = x \cdot \frac{1}{\frac{4n_{\text{он}}}{15} \left(1 + \frac{72E_1}{n_{\text{он}}^4 q_{1\text{н}}} \right)} = x \cdot p_1, \quad (5)$$

де

$$p_1 = \frac{1}{\frac{4n_{\text{он}}}{15} \left(1 + \frac{72E_1}{n_{\text{он}}^4 q_{1\text{н}}} \right)} = \text{const}. \quad (6)$$

Прийmemo, що дві однакові полиці і стінка двотаврової балки мають вигляд прямокутників. При цьому висота балки h є оптимальною і обчислюється за формулою [7]

$$h = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \lambda_{\omega} W}, \quad (7)$$

де $\lambda_{\omega} \approx h/t_{\omega}$ – задана гнучкість стінки ($\lambda_{\omega} = \text{const}$);

$W = M/R_y \gamma_c$ – потрібний момент опору поперечного перерізу із умови міцності балки за нормальними напруженнями [8];

R_y – розрахунковий опір сталі, встановлений за межею текучості;

γ_c – коефіцієнт умов роботи.

Згинаючий момент M посередині прольоту балки залежить від невідомого кроку X і виражається формулою

$$M = \frac{q_{1\text{н}} x \gamma_f l^2}{8}. \quad (8)$$

де γ_f – коефіцієнт надійності за навантаженням;

l – проліт балки.

Тоді W є функцією від X :

$$W_{(x)} = \frac{q_{1\text{н}} x \gamma_f l^2}{8 R_y \gamma_c} = x \cdot p_2, \quad (9)$$

де

$$p_2 = \frac{q_{1\text{н}} \gamma_f l^2}{8 R_y \gamma_c} = \text{const}. \quad (10)$$

Величину W виразимо через розміри поперечного перерізу

$$W = \frac{I}{0.5h} = \frac{1}{0.5h} \left[\frac{t_{\omega} h^3}{12} + 2A_f (0.5h) \right] = \frac{h^3}{6\lambda_{\omega}} + A_f h, \quad (11)$$

де I – момент інерції поперечного перерізу.

З формули (11) виражаємо площу поперечного перерізу однієї полиці A_f через W і представляємо у вигляді функції від X з урахуванням формул (7) і (9)

$$A_{f(x)} = \frac{1}{h} \left(W - \frac{h^3}{6\lambda_{\omega}} \right) = \frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{2x^2 p_2^2}{3\lambda_{\omega}}}. \quad (12)$$

Площу поперечного перерізу стінки A_{ω} також представляємо у вигляді функції від X з урахуванням формул (7) і (9)

$$A_{\omega(x)} = ht_{\omega} = \frac{h^2}{\lambda_{\omega}} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{2x^2 p_2^2}{3\lambda_{\omega}}} = 2A_{f(x)}. \quad (13)$$

Функція площі поперечного перерізу балки прийме вигляд

$$A_{\sigma(x)} = 2A_{f(x)} + A_{\omega(x)} = 3 \sqrt[3]{\frac{2x^2 p_2^2}{3\lambda_{\omega}}} = x^{2/3} p_3, \quad (14)$$

де

$$p_3 = 3 \sqrt[3]{\frac{2p_2^2}{3\lambda_{\omega}}} = \text{const}.$$

З формули (3) з урахуванням формул (5) і (14) отримаємо цільову функцію вартості сталі для настилу і балок на 1м^2 покриття

$$S(x) = \rho_{\text{ст}} \left(\Pi_{\text{н}} t(x) + \Pi_{\sigma} \frac{A_{\sigma(x)}}{x} \right) = \rho_{\text{ст}} \left(\Pi_{\text{н}} p_1 x + \Pi_{\sigma} p_3 x^{-\frac{1}{3}} \right). \quad (15)$$

Перша похідна цільової функції

$$\frac{dS(x)}{dx} = \rho_{\text{ст}} \left(\ddot{O}_i p_1 - \frac{1}{3} \ddot{O}_a p_3 x^{-\frac{4}{3}} \right). \quad (16)$$

Дорівнюючи її нулю знайдемо значення $X=X_0$, при якому цільова функція має екстремум

$$x_0 = \left(\frac{1}{3} \frac{\Pi_{\sigma} p_3}{\Pi_{\text{н}} p_1} \right)^{\frac{3}{4}}. \quad (17)$$

Легко переконатись, що цей екстремум відповідає мінімуму функції.

Після підстановки у формулу (17) виразів для постійних параметрів p_1 і p_3 отримаємо

$$X_o = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{\Pi_6}{\Pi_n}\right)^3 \frac{1}{\lambda_\omega} \left(\frac{3q_{1n}\gamma_f}{16R_y\gamma_c}\right)^2 \left[\frac{4n_{on}}{15} \left(1 + \frac{72E_1}{n_{on}^4 q_{1n}}\right)\right]^3} l. \quad (18)$$

При виводі формули для X_o передбачалося, що поперечний переріз балки підбирався виходячи із забезпечення міцності за нормальними напруженнями. При цьому жорсткість балки при оптимальному кроку X_o може бути не забезпечена.

З'ясуємо, для яких значень кроку X жорсткість балки забезпечена при рівності лівої та правої частин умови міцності за нормальними напруженнями. Для цього розв'яжемо таку систему:

$$\frac{q_{1i} x \gamma_f l^2}{8W} = R_y \gamma_c; \quad (19)$$

$$\frac{5}{384} \frac{q_{1i} x l^3}{EI} \leq \frac{1}{n_o}; \quad (20)$$

$$I = W \cdot 0,5h; \quad (21)$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \lambda_\omega W}; \quad (22)$$

де $1/n_o$ граничний відносний прогин балки.

Нерівність (20) виражає собою умову жорсткості балки, а рівняння (19) впливає із умови міцності.

Виключивши з системи I ; W ; і h , отримаємо таку умову

$$x \geq \left(\frac{5}{24} \frac{R_y \gamma_c n_o}{E \gamma_f}\right)^3 \frac{16R_y \gamma_c}{3q_{1n} \gamma_f \lambda_\omega} l = x_{\text{жорстк}}, \quad (23)$$

де $X_{\text{жорстк}}$ мінімальний крок балок із умови жорсткості.

Із виразу (23) випливає, що для забезпечення жорсткості балок, їх крок повинен бути не менше величини $X_{\text{жорстк}}$.

З'ясуємо, у якому випадку при знайденому X_o забезпечена жорсткість балок. Для цього треба підставити $X=X_o$ із формули (18) в умову (23). Після перетворень отримаємо:

$$\lambda_\omega \geq \left(\frac{5}{24} \frac{R_y \gamma_c n_o}{E \gamma_f}\right)^4 \left(\frac{16R_y \gamma_c}{3q_{1n} \gamma_f}\right)^2 \frac{3}{2} \frac{\Pi_n}{\Pi_6} \frac{1}{\frac{4n_{on}}{15} \left(1 + \frac{72E_1}{n_{on}^4 q_{1n}}\right)} = \lambda_{\omega, \text{const}}. \quad (24)$$

Права частина цієї умови ($\lambda_{\omega, \text{min}}$) пропорційна R_y у шостому ступені, тобто дуже швидко зростає при збільшенні R_y . Тому, щоб забезпечити жорсткість балок при $X=X_o$, R_y повинно бути достатньо малим.

З метою з'ясування практичної застосовності отриманих результатів, задача була розв'язана при таких даних:

$$R_y=18\text{кН/см}^2; q_{1н}=20\text{кПа}; l=12\text{м}; \lambda_{\omega}=50; n_{он}=150; n_o=250; \gamma_f=1,2.$$

Після виконання розрахунків за наведеними вище формулами були отримані такі результати:

$$X_o=54,37\text{см}; t=0,521\text{см}; h=46,1\text{см}; X_{жорстк}=52,36\text{см}; \lambda_{\omega, \min}=47,56 < \lambda_{\omega}=50.$$

Значення X_o виявилося трохи більше, ніж $X_{жорстк}$, тобто жорсткість балок при X_o забезпечена. З формули (23) випливає, що $X_{жорстк}$ пропорційне R_y^4 тобто дуже швидко зростає при збільшенні цього параметру. З іншого боку, аналізуючи формулу (18) можна зробити висновок, що при збільшенні R_y , X_o – зменшується. Тому, при $R_y > 18\text{кН/см}^2$ $X_o < X_{жорстк}$, тобто жорсткість забезпечена не буде. Це підтверджує раніше зроблений висновок про те, що треба застосовувати сталь низької міцності.

Товщина настилу $t=0,521\text{см}$ виявилась трохи менше мінімального значення $t=0,6\text{см}$, яке рекомендується для застосування. Якщо прийняти проліт балок $l < 12\text{м}$, то X_o , а значить і t вийдуть ще менше, що є недоцільним. Тому практично задача має сенс при відносно великих прольотах балок.

Висновки. У результаті проведених досліджень було встановлено, що:

- існує принципова можливість підібрати крок балок, який відповідає мінімальній вартості перекриття
- задача має практичний сенс при відносно низькій міцності сталі і відносно великих прольотах балок.

У подальших дослідженнях доцільно розглянути цільову функцію приведених витрат з урахуванням експлуатаційних витрат.

Література

1. Металеві конструкції: підруч. [для студ. вищ. навч. закл.] / Нілов О.О., Пермяков В.О., Шимановський О.В. та ін.. – К.: Вид-во «Сталь», 2010. – 869 с.
2. Зорин З.Я. Стальные конструкции. Проектирование на стадии КМД / З.Я. Зорин, А.А. Новицкий. – Киев: Сталь, 2015 – 268 с.
3. Гоголь М.В. Регулювання зусиль у металевих конструкціях / М.В. Гоголь, М.Р. Більський, С.І. Віхоть, М.М. Гоголь // Вісник національного університету «Львівська політехніка» «Теорія і практика будівництва». – Львів, 2012. - №737. – С.64-70.
4. Максимов Ю.С. Исследование несущей способности стальных двутавровых балок с вертикально гофрированной стенкой / Ю.С. Максимов, Г.М. Остриков, В.В. Долинский // Строительная механика и расчет сооружений. 1983. - №1. – С. 68-70.
5. Металлические конструкции. Общий курс: Учебник для вузов /Е.И. Беленя, В.А. Балдин, Г.С. Ведеников и др.; Под. общ. ред. Е.И. Беленя. 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1986. – 560 с., ил.
6. Металлические конструкции. Н.С. Стрелецкий, А.Н. Гениев, Е.И. Беленя, В.А. Балдин, Е.Н. Лессиг ; Под. общ. ред. Н.С. Стрелецкого. 3-е изд., перераб. – М.: Стройиздат, 1961. – 776 с., ил.
7. Муханов К.К. Металлические конструкции. Учебник для вузов. Изд. 3-е, испр. и доп. М., Стройиздат, 1978. 572 с.
8. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування». – Київ: Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2014. – 199с.

References

- [1] Nilov O.O., Permyakov V.O., Shymanovskyy O.V., “Metalevi konstruktsiyi: pidruch. [dlya stud. vyshch. navch. zakl.]”, Kyev, Stal, 2010.
- [2] Z.YA. Zoryn, A.A. Novytsky, “Stalnye konstruktsyy. Proektyrovanye na stadyi KMD”, Kyev, Stal, 2015.
- [3] M.V. Hohol, M.R. Bilsky, S.I. Vikhot, M.M. Hohol, “Rehulyuvannya zushyl u metalevykh konstruktsiyakh”, Visnyk natsionalnoho universytetu «Lvivska politekhnika» «Teoriya i praktyka budivnytstva» vol. 737, Lviv, 2012.
- [4] YU.S. Maksymov, H.M. Ostrykov, V.V. Dolynsky “Yssledovanye nesushchey sposobnosty stalnykh dvutavrovnykh balok s vertykalno hofryrovannoy stenкой”, Stroytel'naya mekhanika y raschet sooruzheniy, pp. 68-70, vol. 1, 1983.
- [5] E.Y. Belenya, V.A. Baldyn, H.S. Vedenikov, “Metallycheskiye konstruktsyy. Obshchyy kurs: Uchebnyk dlya vuzov”, M.: Stroyizdat, 1986.
- [6] N.S. Streletsky, A.N. Hemyev, E.Y. Belenya, V.A. Baldyn, E.N. Lessykh, “Metallycheskiye konstruktsyy”, M.: Stroyizdat, 1961.
- [7] K.K. Mukhanov, “Metallycheskiye konstruktsyy”, M., Stroyizdat, 1978.
- [8] DBN V.2.6-198:2014. Stalevi konstruktsiyi. Normy proektuvannya». – Kyiv: Ministerstvo rehionalnoho rozvytku ta budivnytstva Ukrayiny, 2014.

ПОДБОР РАЦИОНАЛЬНОГО ШАГА БАЛОК НАСТИЛА ДЛЯ БАЛОЧНОЙ КЛЕТКИ УПРОЩЕННОГО ТИПА

Янин А.Е., - к.т.н., доцент,

Херсонский Государственный Аграрный Университет г. Херсон
yanin_a@ukr.net, ORCID ID 0000-0003-0230-8669

Новикова С.Н., - старший преподаватель,

Херсонский Государственный Аграрный Университет г. Херсон
novikova_svetla@ukr.net, ORCID ID 0000-0003-0012-521X

Аннотация. В статье приведены результаты оптимизации шага балок в балочной клетке упрощенного типа, когда на вертикальные несущие конструкции (стены, колонны) опираются стальные балки двутаврового профиля с уложенным на них стальным настилом.

Оптимальный шаг балок подбирается таким образом, чтобы суммарный расход стали на балки и настил был минимальным. Для этого составлена целевая функция стоимости стали для настила и балок на 1 м^2 перекрытия, аргументом которой является шаг балок. Эта функция исследовалась на экстремум. Толщина настила была принята соответствующей предельному отношению шага балок к этой толщине из условия жесткости. Принято, что две одинаковые полки и стенка двутавровой балки имеют вид прямоугольников. При этом высота балки является оптимальной и соответствует минимальным затратам стали.

При выводе формулы для оптимального шага балок предполагалось, что поперечное сечение балки подбирается исходя из обеспечения прочности по нормальным напряжениям. В этом случае, жесткость балки при оптимальном шаге может быть не обеспечена. Поэтому, было проведено исследование, для каких значений шага, жесткость балки обеспечена при равенстве левой и правой частей условия прочности по нормальным напряжениям. Оно опиралось на решение системы уравнений прочности и жесткости, которое позволило получить формулу для минимального шага балок из условия жесткости.

Выяснено, в каком случае при найденном оптимальном шаге балок, обеспечена ее жесткость. Для этого надо, чтобы гибкость стенки балки была не меньше определенного значения. Получена формула для этого минимального значения. Ее анализ показал, что такая гибкость пропорциональна расчетному сопротивлению стали в шестой степени, то есть очень быстро растет при увеличении этого сопротивления. Поэтому, чтобы обеспечить

жесткость балок при их оптимальном шаге, прочность стали должна быть достаточно малой. Оказалось, что существует принципиальная возможность подобрать шаг балок, который соответствует минимальной стоимости перекрытия.

С целью выяснения практической применимости полученных результатов, задача была решена при контрольных числовых данных. Полученные результаты подтвердили вывод о том, что надо применять сталь низкой прочности. Кроме этого, оказалось, что задача имеет смысл при относительно больших пролетах балок.

Ключевые слова: балочная клетка, стальной настил, шаг балок, оптимизация, прочность, жесткость.

SELECTING THE RATIONAL PITCH OF BEAMS FLOORING FOR THE BEAM CAGE OF A SIMPLIFIED TYPE

Yanin A.E., - PhD, Assistant Professor,
Kherson State Agrarian University, Kherson
yanin_a@ukr.net, ORCID ID 0000-0003-0230-8669

Novikova S.N., - Senior Lecturer,
Kherson State Agrarian University, Kherson
novikova_svetla@ukr.net, ORCID ID 0000-0003-0012-521X

Abstract. The article presents the results of optimizing the pitch of beams in a beam cage of a simplified type, when steel beams of an I-beam profile are supported on vertical supporting structures (walls, columns). Steel flooring is laid on them.

The optimal pitch of the beams is selected so that the total consumption of steel on the beams and flooring is minimal. For this purpose, the objective function of the cost of steel for the flooring and beams per 1 m² of flooring is compiled, the argument of which is the step of the beams. This function was investigated for extremum. The thickness of the flooring was adopted corresponding to the limiting ratio of the pitch of the beams to this thickness from the stiffness condition. It is accepted that two identical shelves and a wall of an I-beam have the form of rectangles. Moreover, the height of the beam is optimal and corresponds to the minimum cost of steel.

When deriving the formula for the optimal beam pitch, it was assumed that the beam cross-section is selected based on ensuring strength at normal stresses. In this case, the stiffness of the beam at the optimal pitch may not be provided. Therefore, a study was conducted for what values of the pitch, the rigidity of the beam is ensured when the left and right parts of the strength condition are equal to normal stresses. It relied on the solution of the system of equations of strength and stiffness, which made it possible to obtain a formula for the minimum beam pitch from the stiffness condition.

It was found out in which case, when the optimum pitch of the beams was found, its rigidity was ensured. For this, it is necessary that the flexibility of the beam wall should be at least a certain value. A formula is obtained for this minimum value. Her analysis showed that such flexibility is proportional to the design resistance of the steel to the sixth degree, that is, it grows very rapidly with increasing this resistance. Therefore, in order to ensure the rigidity of the beams at their optimal pitch, the strength of the steel should be sufficiently small. It turned out that there is a fundamental possibility to choose the step of the beams, which corresponds to the minimum cost of overlap.

In order to clarify the practical applicability of the results, the problem was solved with control numerical data. The results confirmed the conclusion that low-strength steel should be used. In addition, it turned out that the problem makes sense with relatively large spans of beams.

Key words: beam cage, steel flooring, beam pitch, optimization, strength, rigidity.